LÍMITES **ALGEBRAICOS** INDETERMINADOS DE LA FORMA MATEMÁTICA $\boxed{\frac{0}{0}}$

001 $\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right)$

002 $\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)$

003 $\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)$

004 $\lim_{x\to 4}\left(\frac{x^2-5x+4}{x^2-2x-8}\right)$

005 $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{5}}{x}$

006 $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}{x}$

007 $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

008 $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

009 $\lim_{x\to 0}\frac{\left[\frac{1}{(3+x)}\right]-\frac{1}{3}}{x}$

010 $\lim_{x\to 0}\frac{\left[\frac{1}{(4+x)}\right]-\frac{1}{4}}{x}$

011 $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2(x+\Delta x)-2x}{\Delta x}$

012 $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}$

013 $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-2(x+\Delta x)+1-(x^2-2x+1)}{\Delta x}$

014 $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^3-x^3}{\Delta x}$

015 $\lim_{x\to -1}\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)$

016 $\lim_{x\to -1}\left(\frac{2x^2-x-3}{x+1}\right)$

017 $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^3-8}{x-2}\right)$

018 $\lim_{x\to -1}\left(\frac{x^3+1}{x+1}\right)$

019 $\lim_{x\to 16}\frac{4-\sqrt{x}}{x-16}$

020 $\lim_{x\to 0}\frac{\left[\frac{1}{(2+x)}\right]-\frac{1}{2}}{x}$

021 $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^5-32}{x-2}\right)$

022 $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}\right)$

023 $\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x+3}\right)$

024 $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

025 $\lim_{x\to 3}\left(\frac{x^3-27}{x^2-9}\right)$

026 $\lim_{x\to -1}\left(\frac{x^2-1}{x^2+3x+2}\right)$

027 $\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}$

028 $\lim_{x\to -2}\frac{2+x}{x^2-4}$

029 $\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-7x^2+16x-12)}{(x^3-7x+6)}$

030 $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2+1}$

SOLUCIONARIO

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right)$$

001

Al evaluar el límite problema el lector puede apreciar que se presenta una indeterminación matemática de la forma $\frac{0}{0}$, es decir:

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right) = \frac{5-5}{5^2-25} = \frac{0}{0}$$

Solución:

Para la resolución del problema se utiliza la técnica de cancelación, para lo cual se factoriza el denominador. Cómo en el denominador se tiene una diferencia de cuadrados, se procede a la factorización utilizando la siguiente fórmula: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

$$\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right) = \lim_{x\to 5}\frac{(x-5)}{(x+5)\,(x-5)} =$$

Se cancela los factores semejantes:

$$\lim_{x\to 5}\frac{1}{(x+5)}$$

Se evalúa el límite resultante:

$$\lim_{x\to 5}\frac{1}{(x+5)} = \frac{1}{(5+5)} = \frac{1}{10}$$

$$\boxed{\lim_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right) = \frac{1}{10}}$$

Los siguientes límites: 2, 3 y 4 se resuelven tomando en consideración los pasos que se realizaron en el límite anterior.

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)$$

002

Se evalúa inicialmente el límite y se nota que la indeterminación matemática es de la forma $\frac{0}{0}$.

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)=\frac{2-2}{2^2-4}=\frac{0}{0}$$

Solución:

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right) = \lim_{x\to 2}\frac{(2-x)}{(x+2)\,(x-2)}=\lim_{x\to 2}-\quad\frac{(x-2)}{(x+2)\,(x-2)}=-\lim_{x\to 2}\frac{1}{(x+2)} = -\frac{1}{4}$$

Nota: Observe que se multiplica el límite por menos (-) para transformar el término (2-x) en (x-2), para luego cancelar términos semejantes.

$$\boxed{\lim_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)= -\frac{1}{4}}$$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)$$

003

Se evalúa el límite y la indeterminación es de la forma $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)=\frac{(-3^2)-3-6}{(-3)^2-9}=\frac{0}{0}$$

Solución:

$$\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)=\lim_{x\to -3}\frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)\,(x-3)}=\lim_{x\to -3}\frac{(x-2)}{(x-3)}=$$

$$\lim_{x\to -3}\frac{(x-2)}{(x-3)}=\frac{(-3-2)}{(-3-3)}=\frac{-5}{-6}=\frac{5}{6}$$

Nota: El trinomio del límite es de la forma x^2+bx+c. Para su factorización se procede a encontrar dos números (siempre que existan) que multiplicados den el tercer término y que sumados o restados den el término central.

$$\boxed{\lim_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)=\frac{5}{6}}$$

LÍMITES **INDETERMINADOS** DE LA FORMA MATEMÁTICA $\boxed{\frac{\infty}{\infty}}$

061 $lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^3-1}$

062 $lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x^2-1}$

063 $lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2}{x-1}$

064 $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3-2x}{3x^3-1}$

065 $lim_{x\to\infty} \frac{3-2x}{3x-1}$

066 $lim_{x\to\infty} \frac{3-2x^2}{3x-1}$

067 $lim_{x\to\infty} \frac{5-2x^{3/2}}{3x^2-4}$

068 $lim_{x\to\infty} \frac{5-2x^{3/2}}{3x^{3/2}-4}$

069 $lim_{x\to\infty} \frac{5-2x^{\frac{3}{2}}}{3x-4}$

070 $lim_{x\to\infty} \frac{5x^{3/2}}{4x^2+1}$

071 $lim_{x\to\infty} \frac{5x^{\frac{3}{2}}}{4x^{\frac{3}{2}}+1}$

072 $lim_{x\to\infty} \frac{5x^{\frac{3}{2}}}{4\sqrt{x+1}}$

073 $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\frac{1}{2}\,x - \frac{4}{x^2}\right)$

074 $lim_{x\to\infty} \frac{2x-1}{3x+2}$

075 $lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+2}{9x^3-2x^2+7}$

076 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(4 + \frac{3}{x}\right)$

077 $\mathop{Lim}\limits_{x\to\infty} \frac{x}{x^2-1}$

078 $Lim_{x\to-\infty} \frac{5x^2}{x+3}$

079 $\mathop{Lim}\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-x}}$

080 $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

081 $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-x}}$

082 $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\sin 2x}{x}$

083 $lim_{x\to\infty} \frac{x-\cos x}{x}$

084 $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{2x+\mathrm{sen}x}$

085 $\lim\limits_{x\to\infty} \cos\frac{1}{x}$

086 $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(x + \sqrt{x^2+3}\,\right)$

087 $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-3x+1}{\sqrt{x^2+x}}$

088 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{5}{1-x} - \frac{4}{x-1} - \frac{3}{x^2} - 2\right)$

089 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{2x}{x+1} - 1\right)$

090 $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(x^3 - x^2 - x + 1\right)$

$\overline{0}$ $\overline{\infty}$ $\infty-\infty$ 1^{∞}

LÍMITES **INDETERMINADOS** DE LA FORMA MATEMÁTICA $\boxed{\frac{\infty}{\infty}}$

091 $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2+x)$

092 $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$

093 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

094 $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$

095 $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-4x+1}{\sqrt{x^4+x^2}}$

096 $\lim\limits_{x\to\infty}(x^4-5x-\frac{1}{x}+1)$

097 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2+x-5}{x^2+3x+1}$

098 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+2x-1}{x^3-1}$

099 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x}$

100 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2+1}+x)^2}{\sqrt[3]{x^6+1}}$

101 $\lim_{x\to\infty}(5-\frac{2}{x^4})$

102 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-3x}{4x^2+5}$

103 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^{-2}}$

104 $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-x^{-3}}{3x+x^{-2}}$

105 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{x^2+1}$

106 $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{6}{\sqrt[3]{X}}+\frac{1}{\sqrt[5]{X}}\right)$

107 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{8-\sqrt{x}}{1+4\sqrt{x}}$

108 $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1+7\sqrt[3]{x}}{2\sqrt[3]{x}}$

109 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{3x+1}\right)\left(\frac{4x^2+1}{2x^2+x}\right)^3$

110 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

111 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9x^2+6}}{5x-1}$

112 $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x+1}{\sqrt{3x^2+1}}$

113 $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-5x^2+6x+3}{\sqrt{x^4+x^2+1}}$

114 $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{\frac{3x+2}{6x-8}}$

115 $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt[3]{\frac{2x-1}{7-16x}}$

116 $\lim\limits_{x\to\infty}x\,sen\,\frac{1}{x}$

117 $\mathop{Lim}\limits_{x\to\infty}x\tan\frac{1}{x}$

118 $\mathop{Lim}\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x^2+1}}{3x-5}$

119 $\mathop{Lim}\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x-1}{4x^2-x+2}$

120 $\mathop{Lim}\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^7-2}}{x^4-1}$

$$lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x^2-1}$$

062

Al evaluar el límite se obtiene la indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$. ¡Hágalo!

$$lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x^2-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{1+0}{1-0}=1$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x^2-1}=1}$$

$$lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x-1}$$

063

Al evaluar el límite se obtiene la indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$. ¡Hágalo!

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2}{x^2}}{\frac{x}{x^2}-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{2}{x^2}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}=\frac{1+0}{0-0}=\frac{1}{0}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x-1}=\infty}$$

CONCLUSIÓN: Al comparar las tres funciones polínomicas se puede inferir lo siguiente:

a) Si el grado del numerador es menor que el grado del denominador, entonces el límite de la función racional es 0.
b) Si el grado del numerador es igual que el grado del denominador, entonces el límite de la función racional es el cociente de los coeficientes dominantes.
c) Si el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, entonces el límite de la función racional no existe, es infinito.
d) El límite cuando x→∞ de una función polinómica es +∞ ó -∞ si el término de mayor grado es positivo o negativo.

Las conclusiones anteriores sirven como una estrategia para determinar límites de $\pm\infty$ de funciones polínomicas y como una forma de corroborar resultados de límites cuando se divide por la potencia mayor.

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x}}$$

099

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}+\frac{\sqrt{x}}{x}}{\frac{\sqrt[4]{x^3+x}}{x}-\frac{x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{\frac{x}{x^2}}}{\sqrt[4]{\frac{x^3}{x^4}+\frac{x}{x^4}}-\frac{x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{\frac{1}{x}}}{\sqrt[4]{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}}-1} = \frac{\sqrt{1}+0}{0-1} = \frac{\sqrt{1}}{-1} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x} = -1}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1}+x)^2}{\sqrt[3]{x^6+1}}}$$

100

Se resuelve el cuadrado de la suma expresado en el numerador:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1}+x)^2}{\sqrt[3]{x^6+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+1+2x\sqrt{x^2+1}+x^2}{\sqrt[3]{x^6+1}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+2x\sqrt{x^2+1}+1}{\sqrt[3]{x^6+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+\sqrt{(x^2+1)(4x^2)}+1}{\sqrt[3]{x^6+1}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+\sqrt{4x^4+4x^2}+1}{\sqrt[3]{x^6+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}+\sqrt{\frac{4x^4}{x^4}+\frac{4x^2}{x^4}}+\frac{1}{x^2}}{\sqrt[3]{\frac{x^6}{x^6}+\frac{1}{x^6}}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2+\sqrt{4+\frac{4}{x^2}}+\frac{1}{x^2}}{\sqrt[3]{1+\frac{1}{x^6}}} = \frac{2+\sqrt{4+0}+0}{\sqrt[3]{1+0}} = \frac{2+\sqrt{4}}{\sqrt[3]{1}} = \frac{2+2}{\sqrt[3]{1}} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2+1}+x)^2}{\sqrt[3]{x^6+1}} = 4}$$

$\boxed{lim_{x\to\infty}(5-\frac{2}{x^4})}$ **101**

Se opera matemáticamente la expresión que está en el paréntesis y se evalúa el límite resultante:

$$lim_{x\to\infty}(5-\frac{2}{x^4}) = \lim_{x\to\infty}\frac{5x^4-2}{x^4} = 5$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}(5-\frac{2}{x^4}) = 5}$$

$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x}{4x^2+5}}$ **102**

Al evaluar el límite se obtiene la indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$. ¡Hágalo!

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x}{4x^2+5} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}}{\frac{4x^2}{x^2}+\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{3}{x}}{4+\frac{5}{x^2}} =$$

$$\frac{1-0}{4+0} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x}{4x^2+5} = \frac{1}{4}}$$

$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^{-2}}}$ **103**

Se reescribe el límite problema:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^{-2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{\frac{1}{x^2}}{x^2}} =$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}} = \frac{1}{0+0} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^{-2}} = \infty}$$

LÍMITES **INDETERMINADOS** DE LA FORMA MATEMÁTICA $\boxed{\infty-\infty}$

121 $\lim\limits_{x\to 5}\left(\frac{x-5}{x^2-25}\right)$

122 $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{2-x}{x^2-4}\right)$

123 $\lim\limits_{x\to -3}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-9}\right)$

124 $\lim\limits_{x\to 4}\left(\frac{x^2-5x+4}{x^2-2x-8}\right)$

125 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{5}}{x}$

126 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}{x}$

127 $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

128 $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

129 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\left[\frac{1}{(3+x)}\right]-\frac{1}{3}}{x}$

130 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\left[\frac{1}{(4+x)}\right]-\frac{1}{4}}{x}$

131 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{2(x+\Delta x)-2x}{\Delta x}$

132 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}$

133 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-2(x+\Delta x)+1-(x^2-2x+1)}{\Delta x}$

134 $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-3x^2+5}{x^2-1}+\frac{3-x^2}{x+1}\right)$

135 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{(x+a)(x+b)}-x\right)$

136 $\lim_{x\to\infty}\left(2x-\sqrt{4x^2+1}\right)$

137 $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x^3}\left(\sqrt{x^3+1}-\sqrt{x^3-1}\right)$

138 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$

139 $\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{2+2x-x^2}{x^2-2x}\right)$

140 $\lim_{x\to\infty}\left(x^2-\frac{x^4+1}{x^2-1}\right)$

141 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+2}-\sqrt{x^2-x}\right)$

142 $\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{x^2-1}-\frac{1}{x^3-1}\right)$

143 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)$

144 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)$

145 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2+x}\right)$

146 $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)$

147 $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x}{x+2}-\frac{x-1}{2x+6}\right)$

148 $\lim_{x\to\infty}\mathrm{x}\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)$

149 $\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right)$

150 $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x(x+a)}-\sqrt{x}\right)$

LÍMITES **INDETERMINADOS** DE LA FORMA MATEMÁTICA $\boxed{\infty - \infty}$

151 $lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{2x}{x^2-4}\right)$

152 $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{x-1}-\frac{x^2+1}{x-2}\right)$

153 $lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)$

154 $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^5+2x^4+3x+2}{x^2+3x+1}-\frac{x^4+x+1}{x+2}\right)$

155 $lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2+x+2}\right)$

156 $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x+2}-\frac{x^2+10}{x+1}\right)$

157 $lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+x^2+1}-\sqrt[3]{x^3-x^2+1}\right)$

158 $lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{3+x+2x^2}\right)$

159 $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+3x+1}{x+2}-\frac{x^2+3x+10}{x+1}\right)$

160 $lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

161 $lim_{x\to\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2}\right)$

162 $lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^3+3}\right)$

163 $lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+2}\right)$

164 $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{sen\,x}\right)$

165 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{tan\,x}-\frac{1}{x}\right)$

166 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2-5x+2}{x^2+2x}-\frac{x^3+2x+1}{x^3+x}\right)$

167 $\lim_{x\to 2}\left(\frac{3}{x^2-5x+6}-\frac{4}{x-2}\right)$

168 $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}+x\right)$

169 $lim_{x\to\infty}\left(x+\sqrt[3]{1-x^3}\right)$

170 $lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt[3]{x^3-7x^2}\right)$

171 $lim_{x\to 1}\left(\frac{2}{(x-1)^2}-\frac{1}{x(x-1)}\right)$

172 $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2-5x+7}{x+3}-2x\right)$

173 $lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-5x}{x+1}-\frac{3x}{2}\right)$

174 $lim_{x\to\infty}\left(x^2-\sqrt{x^4+2x}\right)$

175 $lim_{x\to\infty}\left(x^2-\sqrt{x^4-1}\right)$

176 $lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$

177 $lim_{t\to\infty}\left(\sqrt{t^2+t}-t\right)$

178 $lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{(x+a)(x+b)}+x\right)$

179 $lim_{t\to-\infty}\left(\sqrt{t^2+t}+t\right)$

180 $lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2+3}{X^3}-\frac{1}{X}\right)$

El resultado es:

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right) = \frac{3}{2}}$$

$$\boxed{lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2+x}\right)}$$ **145**

Al evaluar el límite, la indeterminación matemática es de la forma $\infty - \infty$. ¡hágalo!

Para levantar este tipo de indeterminación $(\infty - \infty)$, es necesario transformarla en $\frac{\infty}{\infty}$. Esta transformación se realiza multiplicando y dividiendo el límite problema por la conjugada de $\left(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2+x}\right)$.

Al operar matemáticamente el límite resultante y simplificando, el resultado del límite es: $-\frac{1}{2}$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2+x}\right) = -\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)}$$ **146**

Al evaluar el límite problema se obtiene una indeterminación de la forma $\infty - \infty$. ¡Hágalo!

Para poder anular las raíces cúbicas se requiere tomar en consideración la diferencia y suma de cubos. Es decir:

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)\ ,\ a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2).$$

En nuestro caso se utiliza la diferencia de cubos:

Luego procedemos a identificar quien es “a” y “b” en el límite problema:

a = $\sqrt[3]{(x+1)^2}$ y b = $\sqrt[3]{(x-1)^2}$. Ahora se resuelve el límite:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)\left(\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}\right)\left(\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)+\left(\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)^2\right)}{\left(\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}\right)^2+\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}\right)\left(\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)+\left(\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)^2\right)}=$$

Observe que la expresión que está en el numerador es igual a:

$(a-b)(a^2+ab+b^2)$. Y esta expresión a su vez es igual a: a^3-b^3.

Por tanto

Se tiene: a = $\sqrt[3]{(x+1)^2} \;\rightarrow\; a^3 = (\sqrt[3]{(x+1)^2})^3 \;\rightarrow\; a^3 = (x+1)^2$

b = $\sqrt[3]{(x-1)^2} \;\rightarrow\; b^3 = (\sqrt[3]{(x-1)^2})^3 \;\rightarrow\; b^3 = (x-1)^2$

Entonces se tiene: $a^3-b^3 = (x+1)^2$ - $(x-1)^2$. Sustituyendo en el límite anterior

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)^2-(x-1)^2}{((\sqrt[3]{(x+1)^2})^2+\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}\right)\left(\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)+(\sqrt[3]{(x-1)^2})^2)}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2x+1-x^2+2x-1}{((\sqrt[3]{(x+1)^2})^2+\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}\right)\left(\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)+(\sqrt[3]{(x-1)^2})^2)}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{4x}{((\sqrt[3]{(x+1)^2})^2+\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}\right)\left(\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)+(\sqrt[3]{(x-1)^2})^2)}$$

Multiplicando y dividiendo por la potencia mayor, simplificando y evaluando el límite resultante se tiene el siguiente resultado:

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}\right) = 0}$$

$$\boxed{lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x}{x+2}-\frac{x-1}{2x+6}\right)}$$

147

La evaluación inicial del límite no representa una indeterminación de la forma $\infty-\infty$.

Al aplicar propiedades de límites y evaluando se obtiene:

$$lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x}{x+2}-\frac{x-1}{2x+6}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{3x}{x+2} - \lim_{x\to\infty}\frac{x-1}{2x+6} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

El resultado del límite es: $\frac{5}{2}$. Se le sugiere al lector transformar las dos fracciones en una sola, operar matemáticamente y obtener un resultado y compararlo con el resultado anterior.

$$\boxed{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x}{x+2}-\frac{x-1}{2x+6}\right) = \frac{5}{2}}$$

LÍMITES ALGEBRAICOS INDETERMINADOS DE LA FORMA MATEMÁTICA 1^{∞}

181 $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$

182 $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$

183 $\lim_{x\to 0} \left(1+x^2\right)^{\frac{1}{x^2}}$

184 $\lim_{x\to 0} \left(1+x^2\right)^{\frac{1}{x^2}}$

185 $\lim_{x\to 4} \left(\frac{x-2}{2}\right)^{\frac{1}{x-4}}$

186 $\lim_{x\to 4} \left(\frac{x-2}{2}\right)^{\frac{1}{x-4}}$

187 $\lim_{x\to 1} \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^{\frac{1}{x-1}}$

188 $\lim_{x\to 1} \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^{\frac{1}{x-1}}$

189 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x+1}{2x}\right)^{5x}$

190 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x+1}{2x}\right)^{5x}$

191 $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{3}{2x}\right)^{8x}$

192 $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{3}{2x}\right)^{8x}$

193 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+3x+1}{x^2-x+3}\right)^{2x}$

194 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+3x+1}{x^2-x+3}\right)^{2x}$

195 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2+3}{2x+5}}$

196 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2+3}{2x+5}}$

197 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+a}{x+b}\right)^{x+c}$

198 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+a}{x+b}\right)^{x+c}$

199 $\lim_{x\to\infty} \sqrt[x]{\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^{x^2}}$

200 $\lim_{x\to\infty} \sqrt[x]{\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^{x^2}}$

201 $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{-x+1}$

202 $\lim_{x\to -\infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{-x+1}$

203 $\lim_{x\to\infty} \sqrt[x]{\left(\frac{x^2-2}{x^2+x-1}\right)^{3x^2+1}}$

204 $\lim_{x\to\infty} \sqrt[x]{\left(\frac{x^2-2}{x^2+x-1}\right)^{3x^2+1}}$

205 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}\right)^{\frac{x^2}{1-x}}$

206 $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x+2}\right)^{x-1}$

207 $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x+2}\right)^{x-1}$

208 $\lim_{x\to\infty} \left(1-\frac{2}{3x}\right)^{x}$

209 $\lim_{x\to\infty} \left(1-\frac{2}{3x}\right)^{x}$

210 $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x+1}{2x+4}\right)^{\frac{x^2}{x+1}}$

LÍMITES **ALGEBRAICOS** INDETERMINADOS DE LA FORMA MATEMÁTICA 1^{∞}

211 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{2x+1}{2x+4}\right)^{\frac{x^2}{x+1}}$

212 $\lim\limits_{x\to 0} (1-2x^2)^{\frac{1}{x^2}}$

213 $\lim\limits_{x\to 0} (1-2x^2)^{\frac{1}{x^2}}$

214 $\lim\limits_{x\to 0} (3-2e^x)^{\frac{1}{x}}$

215 $\lim\limits_{x\to 0} (3-2e^x)^{\frac{1}{x}}$

216 $\lim\limits_{x\to 0} (1+x)^{\frac{2}{3x}}$

217 $\lim\limits_{x\to 0} (1+x)^{\frac{2}{3x}}$

218 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x$

219 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x$

220 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{3n}{3n+1}\right)^{\frac{3n^2}{2}}$

221 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{3n}{3n+1}\right)^{\frac{3n^2}{2}}$

222 $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[x]{1-2x}$

223 $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[x]{1-2x}$

224 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{x^2+2}{x-3}}$

225 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{x^2+2}{x-3}}$

226 $\lim\limits_{x\to 0} (1+sen\, x)^{\frac{1}{x}}$

227 $\lim\limits_{x\to 0} (1+sen\, x)^{\frac{1}{x}}$

228 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} (sen\, x)^{\tan x}$

229 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} (sen\, x)^{\tan x}$

230 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{1}{1+sen\, x}\right)^{\frac{1}{sen\, x}}$

231 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{1}{1+sen\, x}\right)^{\frac{1}{sen\, x}}$

232 $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$

233 $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$

234 $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

235 $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

236 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} (1+2\cos x)^{\frac{1}{\cos x}}$

237 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} (1+2\cos x)^{\frac{1}{\cos x}}$

238 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2+3}\right)^n$

239 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2+3}\right)^n$

240 $\lim\limits_{x\to a} \left(\frac{sen\, x}{sen\, a}\right)^{\frac{1}{x-a}}$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+3x+1}{x^2-x+3}\right)^{2x}}$$

Para encontrar la equivalencia entre el límite especial $\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$ y el límite problema se procede de la siguiente forma:

Se realiza la división de los polinomios y se obtiene como resultado:

$$\frac{x^2+3x+1}{x^2-x+3} = 1 + \frac{4x-2}{x^2-x+3}$$ Por tanto:

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+3x+1}{x^2-x+3}\right)^{2x} = \lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{4x-2}{x^2-x+3}\right)^{2x}$$

Se divide numerador y denominador por 4x-2:

$$\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{\frac{x^2-x+3}{4x-2}}\right)^{2x} = \left[\lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{1}{\frac{x^2-x+3}{4x-2}}\right)^{\frac{x^2-x+3}{4x-2}}\right]^{\lim_{x\to\infty} \frac{4x-2}{x^2-x+3}*2x} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty} \frac{8x^2-4x}{x^2-x+3}} = e^8$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+3x+1}{x^2-x+3}\right)^{2x} = e^8}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2+3}{2x+5}}}$$

Al evaluar el límite se aprecia una indeterminación matemática de la forma 1^{∞}

Se identifica f(x) y g(x) y se sustituye en la fórmula:

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1} \qquad y \qquad g(x) = \frac{x^2+3}{2x+5}$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2+3}{2x+5}} = e^{\lim_{x\to x_0} g(x)(f(x)-1)}$$

Queda por parte del lector realizar las operaciones correspondientes para obtener el siguiente resultado:

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2+3}{2x+5}} = 1}$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2+3}{2x+5}}$$

Para encontrar la equivalencia entre el límite especial $lim_{x\to\infty}\ (1+\frac{1}{x})^{x}$ y el límite problema se procede de la siguiente forma: Se realiza la división de los polinomios y se procede análogamente como se trabajó en el problema 194.

Al realizar las operaciones correspondientes y simplificando se obtiene el siguiente resultado:

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2+3}{2x+5}} = 1}$$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+a}{x+b}\right)^{x+c}$$ con a,b y c $\in R$

Al evaluar el límite se nota una indeterminación matemática de la forma 1^{∞}. ! $hágalo$!

Se identifica f(x) y g(x) y se sustituye en la fórmula:

f(x) = $\frac{x+a}{x+b}$ y g(x) = $x+c$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+a}{x+b}\right)^{x+c} = e^{lim_{x\to\infty}\ (x+c)\left(\frac{x+a}{x+b}-1\right)} = e^{lim_{x\to\infty}\ (x+c)\left(\frac{x+a-x-b}{x+b}\right)} =$$

$$e^{lim_{x\to\infty}\ (x+c)\left(\frac{a-b}{x+b}\right)} = e^{lim_{x\to\infty}\ \left(\frac{ax-bx+ac-bc}{x+b}\right)} = e^{lim_{x\to\infty}\ \left(\frac{x(a-b)+ac-bc}{x+b}\right)} = e^{a-b}$$

$$\boxed{\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+a}{x+b}\right)^{x+c} = e^{a-b}}$$