

Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

a)
$$\begin{cases} 2x + 3(x-1) < 7 \\ 3x + 2 \leq x + 6 \end{cases}$$

❖ Primero resolvemos cada una de las inecuaciones del sistema de forma independiente:

I) $2x + 3(x-1) < 7 \Rightarrow 2x + 3x - 3 < 7 \Rightarrow 5x < 10 \Rightarrow x < 2$

Solución: $x \in (-\infty, 2)$

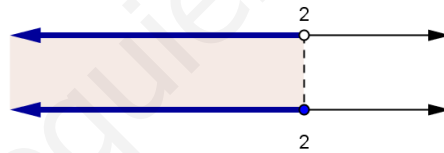
II) $3x + 2 \leq x + 6 \Rightarrow 3x - x \leq 6 - 2 \Rightarrow 2x \leq 4 \Rightarrow x \leq 2$

Solución: $x \in (-\infty, 2]$

❖ Ahora hallamos la solución del sistema:

La solución del sistema es la intersección de las soluciones de las dos inecuaciones anteriores, es decir,

Solución del sistema: $x \in [(-\infty, 2) \cap (-\infty, 2]] = (-\infty, 2)$



b)
$$\begin{cases} 2x - \frac{x}{2} < 2 \\ 2x + 3(x-1) > x + 2 \end{cases}$$

❖ Primero resolvemos cada una de las inecuaciones del sistema de forma independiente:

I) $2x - \frac{x}{2} < 2 \Rightarrow \frac{4x - x}{2} < \frac{4}{2} \Rightarrow 3x < 4 \Rightarrow x < \frac{4}{3}$

Solución: $x \in \left(-\infty, \frac{4}{3}\right)$

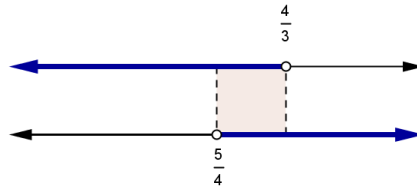
II) $2x + 3(x-1) > x + 2 \Rightarrow 2x + 3x - 3 > x + 2 \Rightarrow 4x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{4}$

Solución: $x \in \left(\frac{5}{4}, +\infty\right)$

❖ Ahora hallamos la solución del sistema:

La solución del sistema es la intersección de las soluciones de las dos inecuaciones anteriores, es decir,

Solución del sistema: $x \in \left[\left(-\infty, \frac{4}{3} \right) \cap \left(\frac{5}{4}, +\infty \right) \right] = \left(\frac{5}{4}, \frac{4}{3} \right)$



c)
$$\begin{cases} -3(x-3) - 2x \leq -3 \\ 2x - 3 < x + 3 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

❖ Primero resolvemos cada una de las inecuaciones del sistema de forma independiente:

I) $-3(x-3) - 2x \leq -3 \Rightarrow -3x + 9 - 2x \leq -3 \Rightarrow -5x \leq -12 \Rightarrow x \geq \frac{12}{5}$

Solución: $x \in \left[\frac{12}{5}, +\infty \right)$

II) $2x - 3 < x + 3 \Rightarrow 2x - x < 3 + 3 \Rightarrow x < 6$

Solución: $x \in (-\infty, 6)$

III) $x \leq 5$

Solución: $x \in (-\infty, 5]$

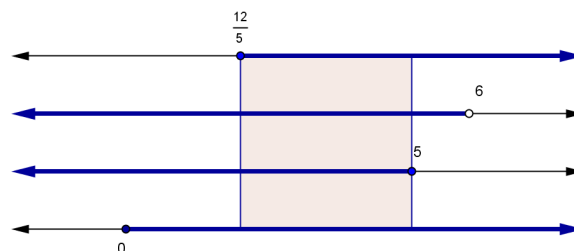
IV) $x \geq 0$

Solución: $x \in [0, +\infty)$

❖ Ahora hallamos la solución del sistema:

La solución del sistema es la intersección de las soluciones de las cuatro inecuaciones anteriores, es decir,

Solución del sistema: $x \in \left[\left[\frac{12}{5}, +\infty \right) \cap (-\infty, 6) \cap (-\infty, 5] \cap [0, +\infty) \right] = \left[\frac{12}{5}, 5 \right]$



$$d) \begin{cases} -3 < x < 3 \\ x^2 > 1 \end{cases}$$

❖ Primero resolvemos cada una de las inecuaciones del sistema de forma independiente:

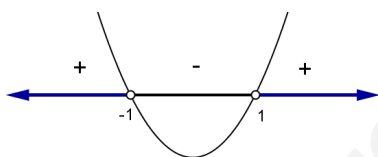
I) $-3 < x < 3$

Solución: $x \in (-3, 3)$

II) $x^2 > 1 \Rightarrow x^2 - 1 > 0$

➤ Ceros: $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

➤ $a = 1 > 0 \Rightarrow \cup$

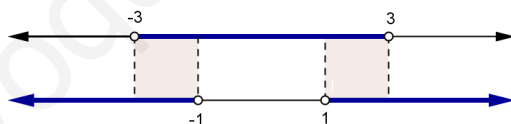


Solución: $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

❖ Ahora hallamos la solución del sistema:

La solución del sistema es la intersección de las soluciones de las dos inecuaciones anteriores, es decir,

Solución del sistema: $x \in [(-3, 3) \cap [(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)]] = (-3, -1) \cup (1, 3)$



$$e) \begin{cases} \frac{1}{x-3} < 1 \\ -x^2 + 1 \leq 0 \\ -3x - 3 \geq -17 \end{cases}$$

❖ Primero resolvemos cada una de las inecuaciones del sistema de forma independiente:

I) $\frac{1}{x-3} < 1 \Rightarrow \frac{1}{x-3} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1-x+3}{x-3} < 0 \Rightarrow \frac{4-x}{x-3} < 0$

Por tanto, hay que resolver la inecuación: $\frac{4-x}{x-3} < 0$

➤ Ceros

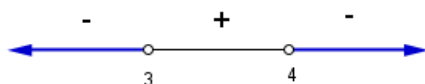
$4 - x = 0 \Rightarrow \underline{x = 4}$

➤ Polos

$x - 3 = 0 \Rightarrow \underline{x = 3}$

$$\triangleright \frac{4-x}{x-3} < 0$$

$$x=0 \Rightarrow \frac{(+)}{(-)} = - \quad x=3,5 \Rightarrow \frac{(+)}{(+)} = + \quad x=5 \Rightarrow \frac{(-)}{(+)} = -$$



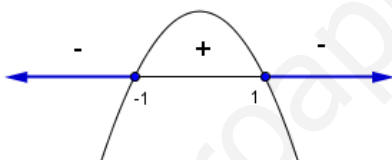
Solución: $x \in (-\infty, 3) \cup (4, +\infty)$

$$\text{II) } -x^2 + 1 \leq 0$$

Ceros

$$-x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \Rightarrow x = \pm 1$$

$a = -1 < 0 \Rightarrow \cap$



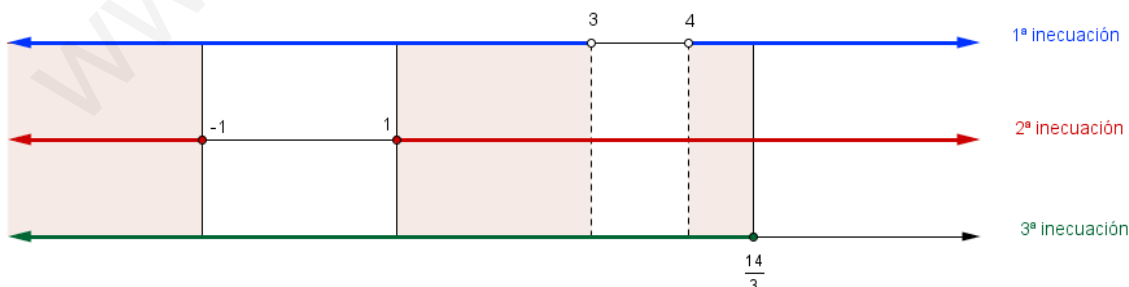
Solución: $x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

$$\text{III) } -3x - 3 \geq -17 \Rightarrow -3x \geq -17 + 3 \Rightarrow -3x \geq -14 \Rightarrow x \leq \frac{-14}{-3} \Rightarrow x \leq \frac{14}{3}$$

Solución: $x \in \left(-\infty, \frac{14}{3}\right]$

❖ Ahora hallamos la solución del sistema:

La solución del sistema es la intersección de las soluciones de las tres inecuaciones anteriores, es decir,



Solución del sistema: $x \in (-\infty, -1] \cup [1, 3) \cup \left(4, \frac{14}{3}\right]$