

POTENCIA N-ÉSIMA DE UNA MATRIZ

Se considera la matriz: $A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, donde a , b y c son tres números reales arbitrarios.

- a) Encuentra A^n para todo natural n . b) Calcula $(A^{35} - A)^2$.

Solución:

a) $A^1 = A$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ac \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ac \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por tanto, como $A^3 = 0$, tenemos que $A^n = 0$ para $n \geq 3$.

b) Teniendo en cuenta lo obtenido en a): $(A^{35} - A)^2 = (0 - A)^2 = (-A)^2 = A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ac \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$