Opción A

Ejercicio 1 opción A, Suplente Junio 2019 (modelo 2)

[2'5 puntos] Calcula $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\cos(x) - e^{-2x} - 2x}{\mathrm{sen}^2(x)}\right)$.

Solución

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos(x) - e^{-2x} - 2x}{\mathrm{sen}^2(x)}\right)=\frac{\cos(0) - e^{0} - 2(0)}{\mathrm{sen}^2(0)}=\frac{1-1}{0}=\frac{0}{0}$$

Le aplicamos la regla de L'Hôpital (L'H). (Si "f" y "g" son funciones continuas en [a -δ, a + δ], derivables en (a - δ, a + δ), verificando que f(a) = g(a) = 0 y $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{0}{0}$, entonces si existe $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ se verifica que $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$. La regla se puede reiterar, y también es válida si tenemos ∞/∞, y si x→∞), con lo cual tenemos:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos(x) - e^{-2x} - 2x}{\mathrm{sen}^2(x)}\right)=\left\{\frac{0}{0};L'H\right\}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{-\mathrm{sen}(x) - e^{-2x}\cdot(-2) - 2}{2\cdot \mathrm{sen}(x)\cdot\cos(x)}\right)=\{\text{Opero}\}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{-\mathrm{sen}(x) + 2e^{-2x} - 2}{2\cdot\mathrm{sen}(x)\cdot\cos(x)}\right)=$$

$$=\left\{\frac{0+2-2}{2\cdot\mathrm{sen}(0)\cdot\cos(0)}=\frac{0}{0};L'H\right\}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{-\cos(x) + 2e^{-2x}\cdot(-2)}{2\cdot\cos(x)\cdot\cos(x)+2\cdot\mathrm{sen}(x)\cdot(-\mathrm{sen}(x))}\right)=\frac{-\cos(0) - 4\cdot e^{0}}{2\cdot\cos(0)\cdot\cos(0) - 2\cdot\mathrm{sen}(x)\cdot\mathrm{sen}(x)}=$$

$$=\frac{-1 - 4}{2\cdot 1\cdot 1 - 2\cdot 0\cdot 0}=\frac{-5}{2}.$$

Ejercicio 2 opción A, Suplente Junio 2019 (modelo 2)

[2'5 puntos] Calcula $\displaystyle\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right)dx$ (ln denota la función logaritmo neperiano)

Solución

$$I=\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right)dx=\left\{\begin{array}{l} u=\ln\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)\Rightarrow du=\dfrac{1}{\frac{x^2+1}{x}}\cdot\dfrac{2x\cdot(x) - (x^2+1)\cdot 1}{x^2}dx=\dfrac{2x^2 - x^2 - 1}{(x^2+1)\cdot x}\cdot dx=\dfrac{x^2 - 1}{(x^2+1)\cdot x}\cdot dx \\ dv=dx \Rightarrow v=\int dx = x \end{array}\right\}=$$

$$=\ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right)\cdot x - \int x\cdot\frac{x^2 - 1}{(x^2+1)\cdot x}\cdot dx = x\cdot\ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - \int\frac{x^2 - 1}{x^2+1}\cdot dx = x\cdot\ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - \int\frac{x^2+1 - 1 - 1}{x^2+1}\cdot dx =$$

$$= x\cdot\ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - \int\left(1-\frac{2}{x^2+1}\right)\cdot dx = x\cdot\ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - \int 1\cdot dx + 2\int\frac{dx}{x^2+1} = x\cdot\ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) - x + 2\cdot\mathrm{artg}(x) + K.$$

Ejercicio 3 opción A, Suplente Junio 2019 (modelo 2)

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Calcula los valores de m para los cuales A tiene inversa.

b) [1'25 punto] Para "m = 2", encuentra la matriz X que cumple $AX - BB^t = I$, siendo B^t la matriz traspuesta de B e I la matriz identidad de orden 3.

Solución

a)

Calcula los valores de m para los cuales A tiene inversa.

La matriz A tienen inversa si det(A) = |A| ≠ 0.

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}\begin{matrix} F_1-F_3 \\ \\ \\ \end{matrix}=\begin{vmatrix} 0 & m-1 & 0 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}\begin{matrix}\text{Adjuntos}\\ \text{tercera}\\ \text{columna}\end{matrix}=1\cdot[0 - (m - 1)\cdot(m - 1)] = -(m - 1)^2.$$

Luego |A| ≠ 0 si (m – 1) ≠ 0, es decir **A tiene inversa si m ≠ 1**.

b)

Para "m = 2", encuentra la matriz X que cumple $AX - BB^t = I$, siendo B^t la matriz traspuesta de B e I la matriz identidad de orden 3.

Sabemos que para m = 2, la matriz A tiene inversa, por tanto de la ecuación matricial $AX - BB^t = I$ tenemos $AX = I - BB^t$. Multiplicando la expresión $AX = I - BB^t$, por la izquierda por A^{-1} tenemos $A^{-1}\cdot AX = A^{-1}\cdot(I - BB^t)$, de donde $\rightarrow$ $I\cdot X = A^{-1}\cdot(I - BB^t)$ $\rightarrow$ $\mathbf{X = A^{-1}\cdot (I - BB^t)}$.

Sabemos que $A^{-1}=\dfrac{Adj(A)^t}{|A|}$. Teniendo en cuenta el cálculo anterior de det(A) tenemos $|A| = -(2-1)^2 = -1$,

$$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ Adj(A^t)= \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ A^{-1}= \frac{Adj(A)^t}{|A|} = \frac{1}{-1}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{X = A^{-1}\cdot (I - BB^t) =} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4 opción A, Suplente Junio 2019 (modelo 2)

Considera el punto A y los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x - y + z = 0$.

a) [1'25 puntos] Calcula la recta pasa por A y es paralela a π_1 y π_2.

b) [1'25 puntos] Calcula los puntos de la recta $s \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{3}$ que equidistan de π_1 y π_2.

Solución

a)

Calcula la recta pasa por A y es paralela a π_1 y π_2.

Si la recta es paralela a los planos π_1 y π_2, un vector director de la recta es uno paralelo a la vez a los planos π_1 y π_2, es decir $\mathbf{u} = \mathbf{n_1}x\mathbf{n_2}$, siendo (x) el producto vectorial $\mathbf{n_1}$ y $\mathbf{n_2}$ los vectores normales de π_1 y π_2.

$\mathbf{n_1} = (1,1,1)$, $\mathbf{n_2} = (1,-1,1)$, $\mathbf{u} = \mathbf{n_1}x\mathbf{n_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ Adjuntos primera fila $= \mathbf{i}(2) - \mathbf{j}(0) + \mathbf{k}(-2) = (2,0,-2)$ y la recta pedida es

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 + 2\lambda \\ y = 1 \\ z = -2\lambda \end{cases} \quad \text{con } \lambda \in R.$$

b)

Calcula los puntos de la recta $s \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{3}$ que equidistan de π_1 y π_2.

Un punto genérico de la recta s es $X(x,y,z) = (1 + 2b, 2 + 3b, 3b)$ con $b \in R$.

Tenemos: $d(X;\pi_1) = \dfrac{|1 + 2b + 2 + 3b + 2b|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \dfrac{|3 + 7b|}{\sqrt{3}}$; $d(X;\pi_2) = \dfrac{|1 + 2b - 2 - 3b + 2b|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \dfrac{|-1 + b|}{\sqrt{3}}$.

Igualando $d(X;\pi_1) = d(X;\pi_2)$ tenemos: $\dfrac{|3 + 7b|}{\sqrt{3}} = \dfrac{|-1 + b|}{\sqrt{3}}$, es decir $|3 + 7b| = |-1 + b|$ que nos da lugar a dos ecuaciones:

$3 + 7b = +(-1 + b) \rightarrow 6b = -4 \rightarrow b = -2/3$, y un punto X_1 es $X_1(1+2(-2/3), 2 + 3(-2/3), 3(-2/3)) = X_1(-1/3,0,-2)$.
$3 + 7b = -(-1 + b) \rightarrow 8b = -2 \rightarrow b = -1/4$, y un punto X_1 es $X_1(1+2(-1/4), 2+3(-1/4), 3(-1/4)) = X_2(1/2,5/4,-3/4)$.

Los puntos de s que equidistan de π_1 y π_2, son $X_1(-1/3, 0, -2)$ y $X_2(1/2, 5/4, -3/4)$.

Opción B

Ejercicio 1 opción B, Suplente Junio 2019 (modelo 2)

[2'5 puntos] Se sabe que la función f : R → R, dada por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.

(ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b.

Solución

Se sabe que la función f : R → R, dada por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$. (ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b.

Sabemos que si una función es derivable también es continua, por tanto nuestra función f es continua y derivable en x = 0.

Como es continua en x = 0 , $f(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x)$

$f(0) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (x^2 - ax + 2b) = 0 - 0 + 2b = 2b.$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = \dfrac{\ln(0+1)}{0} = \dfrac{\ln(1)}{0} = \dfrac{0}{0};$

Le aplicamos la regla de L'Hôpital (L'H): Si $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{0}{0}$ y existe $\lim_{x\to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$, entonces $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

La regla se puede repetir y también para $\dfrac{\infty}{\infty}$, y cuando $x \to \infty$.

Con lo cual tenemos

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{1}{(x+1)\cdot 1} = \dfrac{1}{(0+1)\cdot 1} = \dfrac{1}{1} = 1$

Igualando $f(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x)$, resulta 2b = 1, de donde **b = 1/2**.

$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases};$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - a & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{\frac{1}{x+1}\cdot x - \ln(x+1)\cdot 1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases} = \begin{cases} 2x - a & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{\frac{x}{x+1} - \ln(x+1)}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Estudiaremos la continuidad de la derivada en x = 0, es decir f '(0-) = f '(0+) con f '(0-) = $\lim_{x\to 0^-} f'(x)$ y f '(0+) = $= \lim_{x\to 0^+} f'(x)$.

Empezamos f '(0-) = $\lim_{x\to 0^-} f'(x) = \lim_{x\to 0^-} (2x - a) = 0 - a = -a.$

f '(0+) = $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{\frac{x}{x+1} - \ln(x+1)}{x^2} = \dfrac{0 - \ln(0+1)}{0^2} = \dfrac{0}{0}$, le aplicamos la regla de L'Hôpital

$$\lim_{x\to 0^+} \dfrac{\frac{x}{x+1} - \ln(x+1)}{x^2} = \{L'H\} = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{\frac{x+1-x}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}}{2x} = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}}{2x} = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{1-(x+1)}{2x\cdot(x+1)^2} = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{-x}{2x\cdot(x+1)^2} =$$

$$= \{\text{Simplifico "x"}\} = \lim_{x\to 0^+} \dfrac{-1}{2\cdot(x+1)^2} = \dfrac{-1}{2\cdot(0+1)^2} = \dfrac{-1}{2}.$$

Igualando f '(0-) = f '(0+), tenemos -a = -1/2 → **a = 1/2. Por tanto a = 1/2 y b = 1/2, para que la función dada sea derivable.**

Ejercicio 2 opción B, Suplente Junio 2019 (modelo 2)

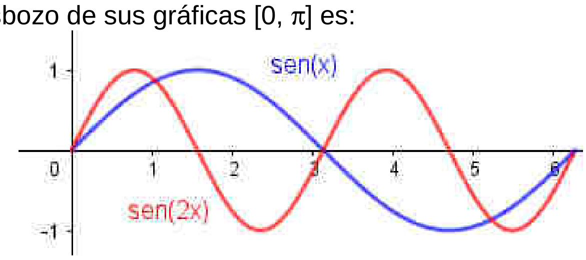
Sean f, g: [0, π] → R las funciones definidas por f(x) = sen(x) y g(x) = sen(2x).

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.
(b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \pi/3$.

Solución

Sean f, g: $[0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = \text{sen}(x)$ y $g(x) = \text{sen}(2x)$.
(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

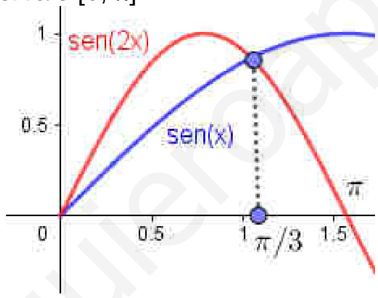
Sabemos que la función sen es continuas y derivable en todo R, periódica de periodo 2π, sen(0) = 0, sen(π/2) = 1, sen(π) = 0, sen(3π/2) = -1 y sen(2π) = 0. "sen" creciente en el I y IV cuadrante y decreciente en II y III cuadrante.
También sabemos que la gráfica de sen(2x) es parecida a la de "sen(x)2 pero de periodo π, por tanto el papel que realizaban 0, π/2, π, 3π/2 y eπ en "sen" lo realizan ahora 0, π/4, π/2, 3π/4 y π en "sen(2x). Teniendo en cuenta todo esto un esbozo de sus gráficas $[0, \pi]$ es:



Me están pidiendo los cortes de sen(x) y sen(2x) en $[0, \pi]$.

De sen(x) = sen(2x) = 2sen(x)cos(x) $\rightarrow$ sen(x) - 2sen(x)cos(x) = 0 = sen(x)·(1 - 2cos(x)). De sen(x) = 0 tenemos x = 0, y de 1 - 2cos(x) = 0 tenemos cos(x) = 1/2, de donde $x = \pi/3$.

Volvemos a realizar la gráfica en el intervalo $[0, \pi]$.



(b)
Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \pi/3$.

Nos fijamos en el último esbozo de la gráfica para calcular el área:

Área = $\int_0^{\pi/3} (\text{sen}(2x) - \text{sen}(x))dx = [-\cos(2x)/2 + \cos(x)]_0^{\pi/3} = (-\cos(2\pi/3)/2 + \cos(\pi/4)) - (-\cos(0)+\cos(0)) =$
$= (-(-1/2)/2 + 1/2) - (-1/2 + 1)$ $\mathbf{= 1/4\ u^2}$**.**

Ejercicio 3 opción B, Suplente Junio 2019 (modelo 2)

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$

a) [1'5 puntos] Encuentra los valores de "m" para los que el sistema tiene infinitas soluciones.
b) [1 punto] Resuelve el sistema para m = 3. En este caso, ¿hay alguna solución en las que x = 10? Razona tu respuesta.

Solución

Dado el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$

a)
Encuentra los valores de "m" para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

Matriz de los coeficientes A = $\begin{pmatrix} m & -1 & 13 \\ 2 & -m & 4 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$, matriz ampliada A* = $\begin{pmatrix} m & -1 & 13 & 0 \\ 2 & -m & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 7 & 0 \end{pmatrix}$.

Como vemos es un sistema homogéneo por tanto siempre tiene la solución trivial (x,y,z) = (0,0,0). Como me piden los valores de "m" para que el sistema tenga infinitas soluciones, nos piden los valores de "m" para los cuales det(A) = |A| = 0.

Tenemos det(A) = |A| = $\begin{vmatrix} m & -1 & 13 \\ 2 & -m & 4 \\ 1 & 1 & 7 \end{vmatrix} \begin{matrix} F_1+F_3 \\ = \\ \end{matrix} \begin{vmatrix} m+1 & 0 & 20 \\ 2 & -m & 4 \\ 1 & 1 & 7 \end{vmatrix}$ Adjuntos primera fila =

= (6m + 1)·(-7m - 4) – 0 + 20·(2 + m) = $-7m^2 + 9m + 36$.

De det(A) = 0 $\rightarrow$ $-7m^2 + 9m + 36 = 0$ $\rightarrow$ $7m^2 - 9m - 36 = 0$. $x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1008}}{14} = \frac{9 \pm 33}{14}$, de donde m = 3 y m = --12/7.

Si m = 3 y m = -12/7, det(A) = 0, rango(A) = rango(A*) = 2 (la tercera columna es de ceros) < número de incógnitas, **sistema compatible e indeterminado, y tiene infinitas soluciones.** Por el Teorema de Rouchè.

b)

Resuelve el sistema para m = 3. En este caso, ¿hay alguna solución en las que x = 10? Razona tu respuesta.

Hemos visto en el apartado (a) que si m = 3, *rango(A) = rango(A*) = 2 < 3* = número de incógnitas*, el sistema es compatible e indeterminado y tiene más de una solución*.

Por tener rango 2 utilizamos sólo dos ecuaciones (las dos últimas)

$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 0 \;\; (F_1\text{-}2F_2) \\ x + y + 7z = 0 \end{cases} \approx \begin{cases} -5y - 10z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$. Llamando **z = m** $\in$ R tenemos **y = -2m**. Entrando en la segunda ecuación x - 2m + 7m = 0, de donde **y = -5m**, y **la solución del sistema es (x, y, z) = (-5m,-2m,m), con m $\in$ R.**

Si x = 10 = -5m, tenemos m = -2, y **la solución para x = 10 es (x,y,z) = (10,4,-2):**

Ejercicio 4 opción B, Suplente Junio 2019 (modelo 2)

Considera los puntos A(0,3,-1) y B(0,1,a) y el plano "π" de ecuación x - y + z = 0.

(a) [0'75 puntos] Determina a sabiendo que la recta que pasa por A y B es paralela al plano "π".

(b) [0'75 puntos] Halla el punto de corte de la recta que pasa por A y es perpendicular a "π".

(b) [1 punto] Para a = 2, halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π.

Solución

Considera los puntos A(0,3,-1) y B(0,1,a) y el plano "π" de ecuación x - y + z = 0.

(a)

Determina a sabiendo que la recta que pasa por A y B es paralela al plano "π".

Sabemos que si la recta que pasa por A y B es paralelo al plano "π", el vector director de la recta, **AB**, es perpendicular al vector normal del plano **n** = (1,-1,1), es decir su producto escalar (•) es cero.

AB•n = (0,-2,a+1)•(1,-1,1) = 0+2+1+a = 0, de donde **a = -3 para que la recta y el plano sean paralelos**.

(b)

Halla el punto de corte de la recta que pasa por A y es perpendicular a "π".

Me están pidiendo la proyección ortogonal M de A sobre "π", para lo cual obtenemos la plano "r" perpendicular al plano "π" por el punto A, el vector director de la perpendicular **v** coincide con el vector normal del plano **n**, es decir **v** = **n** =(1,-1,1). Después sustituiremos la recta en el plano y obtendremos el punto M pedido.

La recta es $s \equiv \begin{cases} x = b \\ y = 3 - b \\ z = -1 + b \end{cases}$ con b $\in$R.

Sustituyendo “s” en “π” tenemos: b - 3 + b - 1 + b = 0 $\rightarrow$ 3b - 4 = 0 $\rightarrow$ b = 4/3, y **el punto proyección M pedido es**: M((4/3), 3 - (4/3), -1 + (4/3)) = **M(4/3, 1/4, 1/3).**
(b)
Para a = 2, halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π.

Para un plano necesitamos un punto, el A(0,3,-1), y dos vectores linealmente independientes el **AB**=(0,-2,3) y el **n** = (1,-1,1) pues tiene una dirección al plano π.

El plano pedido en su ecuación vectorial es: $\pi_1 \equiv$ **x** = **a** + λ**AB** + μ**n** , es decir:
$\pi_1 \equiv$ (x,y,z) = (0,3,-1) + λ(0,-2,3) + μ(1,-1,1) con λ y μ números reales.