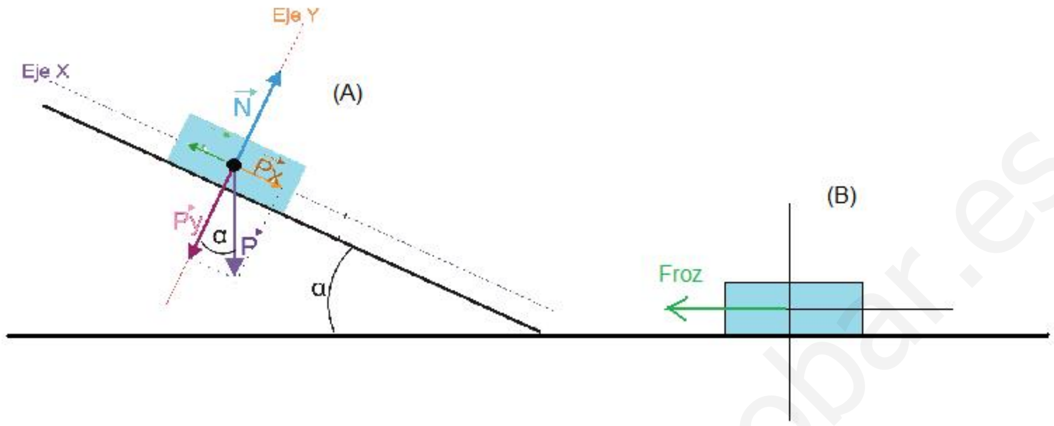
1.- Desde una altura de 3m se suelta un cuerpo de 2,5 kg que baja deslizándose por un plano inclinado de 30º, sin rozamiento, y continúa en un plano horizontal donde el coeficiente de rozamiento vale 0,5. Calcula:

a) La velocidad del cuerpo al final del plano inclinado.
b) El espacio que recorre el cuerpo en el plano horizontal hasta detenerse.

En primer lugar realizamos un esquema del movimiento del cuerpo:

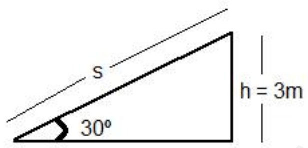


Calculamos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo cuando desciende por el plano inclinado:

Px = Psenα → mgsenα → Px = 2,5 kg·9,8 m /s^2·sen30º → Px = 12.25N

La componente x del peso, es la única fuerza que interviene el movimiento, cuando el cuerpo cae por el plano inclinado. Si aplicamos el segundo principio de la dinámica:

ΣF = ma → Px = ma → a = Px /m → a = 12,25N /2,5 kg → a = 4,9 m /s^2.



El espacio que recorre el cuerpo por el plano inclinado s, será:

sen 30º = 3m /s → s = 3 / sen30º → s = 6m

Puesto que existe velocidad, el movimiento es MRUA:

S = So + v_ot + ½ at^2 → s = ½ at^2 → $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 6\text{m}}{4{,}9\ \text{m}/s^2}} \rightarrow t = 1{,}56s$

Calculamos a continuación la velocidad:

$v = v_o + at$ → v = (0 m /s) + (4,9 m /s^2)·(1,56s) → **v = 7,67 m /s**.

b) En el tramo b, la única fuerza que interviene es el rozamiento. El cuerpo se mueve por el impulso o inercia, del movimiento del plano inclinado, y el cuerpo se detendrá en un determinado tiempo, luego su aceleración debe ser negativa. Aplicando la segunda ley de la dinámica:

ΣF = ma → - Froz = ma → - μmg = ma → - μg = a → - (0,5·9,8 m /s^2) → a = - 4,9 m /s^2

A continuación calcularemos el tiempo que el cuerpo está en movimiento en el plano horizontal. El cuerpo desciende con una velocidad, que será la velocidad inicial del plano horizontal, y coincide con el valor calculado en el apartado anterior. Como el cuerpo se detiene, la velocidad final será cero.

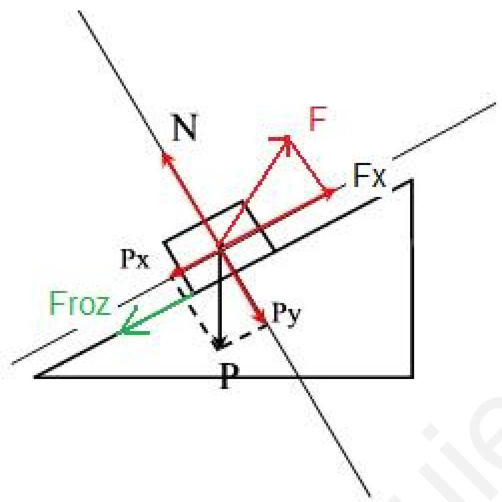
$v = v_o + at \rightarrow 0 = v_o + at \rightarrow v_o = -at \rightarrow t = v_o / -a \rightarrow t = (7{,}67\ m/s) / -(-4{,}9\ m/s^2)$
$\rightarrow t = 1{,}56s.$

Una vez calculado el tiempo, podemos calcular el espacio recorrido:

$S=So+v_ot+½at^2 \rightarrow s=v_ot+½\ at^2 \rightarrow s = [(7{,}67\ m/s)\cdot 1{,}56s]+[1/2\cdot(-4{,}9m/s^2)(1{,}56s)^2]$
$\rightarrow$ **<u>s = 6m.</u>**

2.- Sobre un cuerpo de 4 kg, situado en un plano inclinado de 30º actúa una fuerza horizontal. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,4, calcula el valor de la fuerza:

a) **Para que el cuerpo suba con velocidad constante.**
b) **Para que el cuerpo suba deslizándose de forma que recorra 4m en 2s, habiendo partido desde el reposo.**



Dibujamos el movimiento del cuerpo:

Calculamos el valor de las fuerzas actuantes.
El peso posee dos componentes Px y Py:

$Px = Psen\alpha \rightarrow mgsen\alpha \rightarrow$
$Px=4kg\cdot 9{,}8m/s^2\cdot sen30º \rightarrow Px= 19{,}6N$

$Py = Pcos\alpha \rightarrow mgcos\alpha \rightarrow$
$Py=4kg\cdot 9{,}8m/s^2\cdot cos30º \rightarrow Px= 33{,}9N$

$Froz = \mu N \rightarrow Froz = \mu Py \rightarrow$
$Froz= 0{,}4\cdot 33{,}9N \rightarrow Froz = 13{,}58N$

La fuerza actuante posee una componente x:
$Fx = Fcos\alpha \rightarrow Fx = Fcos30º$

Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$\Sigma F = ma$. Si el cuerpo se mueve a velocidad constante, quiere decir que es un MRU, y por tanto la aceleración es cero, por tanto resulta que $\Sigma F = 0$

$Fx – Px – Froz = 0 \rightarrow Fx = Px + Froz \rightarrow Fx = 19{,}6N + 13{,}58N \rightarrow$ **<u>Fx = 33,18N</u>**

Si a lo que se refiere el problema no es la componente horizontal de la fuerza, si no de la fuerza:

$Fx = Fcos30º \rightarrow F = Fx / cos\ 30º \rightarrow F = 38{,}31N$

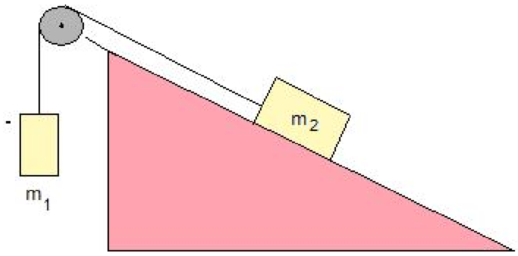
b) Calculamos la aceleración con la que asciende el cuerpo:

$S=So+v_ot+½at^2 \rightarrow s = ½at^2 \rightarrow a = 2s/t^2 \rightarrow a = (2\cdot 4m)/(2s)^2 \rightarrow a = 2\ m/s^2$

Aplicamos ahora el segundo principio de la dinámica:

$Fx – Px – Froz = ma \rightarrow Fx = ma + Px + Froz \rightarrow Fx = (4kg\cdot 2m/s^2) + 19{,}6N + 13{,}6N$

→ **Fx = 41,18N.**



4.- Un bloque de masa m_2, está sobre un plano inclinado, unido a una polea como se ve en la figura. Deduzca la expresión de la aceleración del sistema. ¿Qué condiciones de masa deben darse para que el sistema se mueva en una dirección u otra?

Analizamos el movimiento de cada cuerpo por separado. Para ello, supondremos que el movimiento va en dirección del cuerpo que cuelga (m_1).

Aplicamos a cada cuerpo el segundo principio de la dinámica: $\Sigma F = ma$

Cuerpo 1: $P_1 - T = m_1a$ → $m_1 \cdot g + T = m_1a$
Cuerpo 2: $T - Px_2 = m_2a$ → $T - m_2g\,sen\alpha = m_2a$

$$m_1g - m_2g\,sen\alpha = (m_1 + m_2)a$$

Sacando factor común la aceleración de la gravedad:

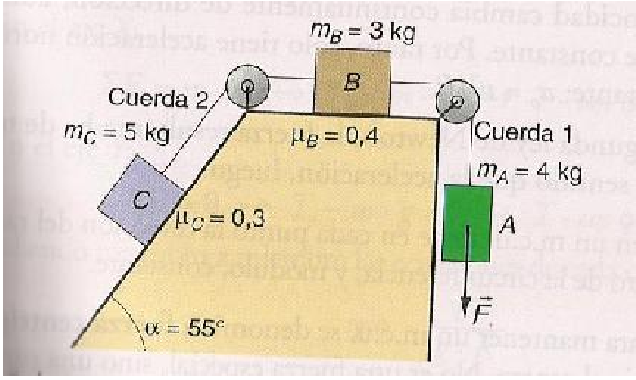
$$g(m_1 - m_2 sen\alpha) = (m_1 + m_2)a$$

Despejando la aceleración:

$$a = \frac{g \cdot (m_1 - m_2 \cdot \sin \alpha)}{(m_1 + m_2)}$$

Si $m_1 > m_2 sen\alpha$: la aceleración será positiva, y por tanto el conjunto de cuerpos se moverá en el sentido que teníamos previsto.
Si $m_1 < m_2 sen\alpha$: la aceleración será negativa, y por tanto el conjunto de cuerpos se moverá en sentido contrario al pensado inicialmente.

3.- Calcula el valor de la fuerza F con que hemos de tirar del cuerpo A de la figura de la derecha para que el cuerpo B se desplace 2m hacia la derecha en 4s, habiendo partido desde el reposo. Calcula la tensión de las cuerdas 1 y 2.

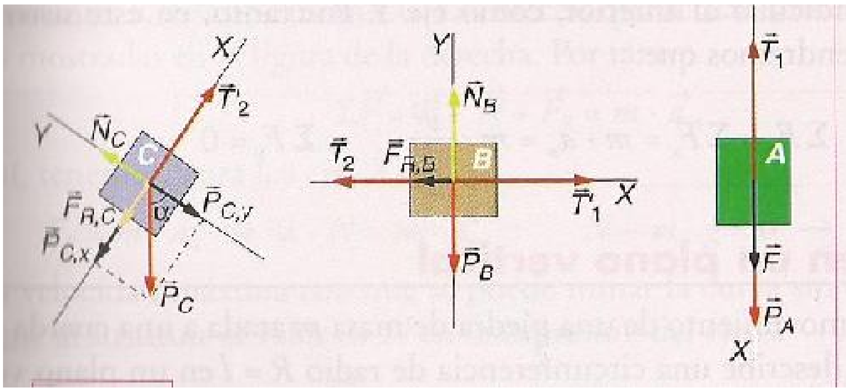


Diremos que la tensión de la primera cuerda, será T_1, y la tensión de la segunda cuerda será T_2.

La aceleración con la que se mueve el cuerpo será:

$S=So+v_ot+½at^2$ → $s = ½at^2$ → $a = 2s /t^2$ → $a = (2·2m) /(4s)^2$ → $a = 0,25\ m /s^2$

Analizamos las fuerzas que actúan en cada cuerpo:



Aplicamos el segundo principio de la dinámica a cada cuerpo: ($\Sigma F = ma$):

Cuerpo A: $F + P_A - T_1 = m_A a$
Cuerpo B: $T_1 - Froz_B - T_2 = m_B a$
Cuerpo C: $T_2 - Px_C - Froz_C = m_C a$

$$F + P_A - Froz_B - Px_C - Froz_C = (m_A + m_B + m_C)a$$

$$F = (m_A + m_B + m_C)a - P_A + Froz_B + Px_C + Froz_C \; \textbf{\textit{(1)}}$$

Calcularemos las diferentes fuerzas actuantes en los diferentes cuerpos:

$P_A = m_A g \rightarrow P_A = 4kg \cdot 9{,}8 \text{ m /s}^2 \rightarrow P_A = 39{,}2N$
$Froz_B = \mu_B \cdot N_B = \mu_B \cdot P_B = \mu_B . m_B . g \rightarrow Froz_B = 0{,}4 \cdot 3 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m /s}^2 = 11{,}8N$
$Px_c = m_C g sen\alpha \rightarrow 5kg \cdot 9{,}8m \text{ /s}^2 \cdot sen55º \rightarrow Px_C = 40{,}14N$
$Froz_C = \mu_C \cdot N_C = \mu_B \cdot Px_c = \mu_c . m_c . g cos\alpha \rightarrow Froz_B = 0{,}3 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m /s}^2 cos55º \rightarrow$
$\rightarrow Froz_C = 8{,}43N$

Sustituimos los valores de las fuerzas en la ecuación (1), para calcular la fuerza actuante:

$F = 12kg \cdot 0{,}25 \text{ m /s}^2 - 39{,}2N + 11{,}8N + 40{,}14N + 8{,}43N \rightarrow$ **$\underline{F = 24{,}17N}$**

B) Calculamos a continuación las tensiones. Podemos coger cualquier ecuación del movimiento de cada cuerpo.

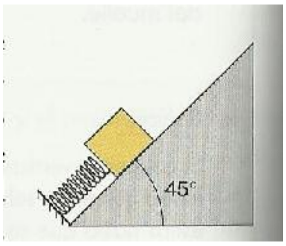
De la ecuación del movimiento del cuerpo A: $F + P_A - T_1 = m_A a$

$T_1 = F + P_A - m_A a \rightarrow T_1 = 24{,}17N + 39{,}2N - (4Kg \cdot 0{,}25m \text{ /s}^2) \rightarrow$ **$\underline{T_1 = 62{,}37N}$**

De la ecuación del cuerpo C: $T_2 - Px_C - Froz_C = m_C a$

$T_2 = Px_C + Froz_C + m_C a \rightarrow T_2 = 40{,}14N + 8{,}43N + (5kg \cdot 0{,}25m \text{ /s}^2) \rightarrow$ **$\underline{T_2 = 48{,}82N}$**

4.- Considerando despreciable el rozamiento, calcula cuánto ha de estar comprimido el muelle de la figura, de k = 8000 N /m, para que el cuerpo de masa de 35 kg, esté en equilibrio. Si empujamos el cuerpo hacia abajo y comprimimos el muelle 1 cm más y soltamos, ¿cuánto vale la aceleración inicial?



a) Aplicamos el segundo principio de la dinámica: $\Sigma F = ma$. Como el problema nos dice que el cuerpo está en equilibrio, diremos que $\Sigma F = 0$.

Analizando las fuerzas a favor y en contra del movimiento:

$Px - Fe = 0 \rightarrow Px = Fe \rightarrow mg sen\alpha = k\Delta x \rightarrow \Delta x = mg sen\alpha / k$.

$\Delta x = (35 \text{ kg} \cdot 9{,}8m \text{ /s}^2 \cdot sen45º) / 8000N \text{ /m} \rightarrow$ **$\underline{\Delta x = 0{,}03m = 3 \text{ cm.}}$**

b) Si comprimimos el muelle 1 cm más, éste se habrá comprimido 4 cm (este cm más los 3cm del apartado anterior).

Si el cuerpo se mueve hacia arriba, analizamos las fuerzas del movimiento utilizando la expresión $\Sigma F = ma$. La aceleración será negativa, puesto que es un movimiento desacelerado.

$-Px - Fe = ma \rightarrow a = -(Px + Fe) / m \rightarrow a = -(mg sen\alpha + K\Delta x) / m$

$a = -[(35\ kg \cdot 9{,}8 m/s^2 \cdot sen45º) + (8000N/m \cdot 0{,}04m)] / 35kg \rightarrow$ **$a = -16{,}07 m/s^2$**

5.- a) Razona cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg.
b) Calcula la altura que recorre en tres segundos una partícula que abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna.

Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$; $M_L = 7{,}2 \cdot 10^{22} m$; $R_L = 1{,}7 \cdot 10^6 m$.

a) La masa es una magnitud escalar que es constante, por lo tanto no depende del planeta donde nos encontramos. Por esta razón la masa de una persona en la Luna, en la Tierra, o en cualquier otro planeta, será la misma. En este caso 70 kg.

El peso es una magnitud vectorial. Es la fuerza que ejerce todo planeta o astro, sobre cualquier cuerpo que esté en su superficie. Esta fuerza peso, es igual al producto de la masa (cuyo valor es una constante, como hemos dicho anteriormente), y la aceleración de la gravedad, la cual es característica para cada astro, por tanto el peso sí varía en función del astro donde nos encontremos.

Para calcular el peso de esta persona en la Luna, previamente, debemos calcular la aceleración de la gravedad, en éste satélite.

El peso de una persona en la superficie terrestre será $P = mg_L$, donde g_L será a partir de ahora la aceleración de la gravedad lunar. Esta fuerza es atractiva, y su valor también puede venir dado por la ley de gravitación universal, formulada por Sir Isaac Newton. Por tanto.

$P = mg_L$

$$F = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L^2}$$

Estas dos expresiones son iguales, por tanto:

$$G \cdot \frac{M_L \cdot m}{R_L^2} = mg \rightarrow G \cdot \frac{M_L}{R_L^2} = g \rightarrow 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \frac{7{,}2 \cdot 10^{22} kg}{(1{,}7 \cdot 10^6 m)^2} = g = 1{,}66\ m/s^2$$

Una vez calculada la aceleración de la gravedad, el peso del cuerpo en la Luna, será:

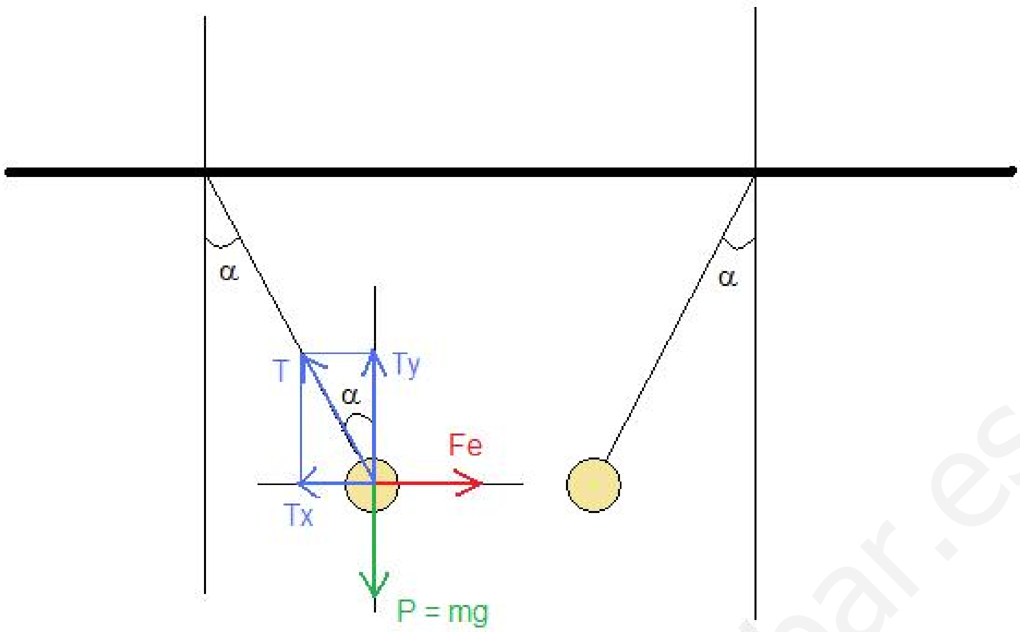
$P = 70\ kg \cdot 1{,}66\ m/s^2 \rightarrow$ **P = 116,32N.**

b) Este movimiento será un tiro vertical, por lo tanto utilizaremos las ecuaciones de la caída libre:

$S = So + v_o t + ½gt^2 \rightarrow s = ½\ gt^2 \rightarrow S = ½\ 1{,}66 m/s^2 \cdot (3s)^2 \rightarrow$ **S = 7,47m**

6.- Dos pequeñas esferas de masa m = 1g, y de cargas eléctricas opuestas, cuelgan de sendos hilos de igual longitud. Debido a la atracción electrostática de $5{,}76 \cdot 10^{-3}$N, las esferas no cuelgan verticalmente, sino formando un ángulo α con la horizontal. Calcula la tensión del hilo, y el valor del ángulo.

Observemos en un dibujo, la situación de las dos esferas, y representemos las fuerzas actuantes:



Analizaremos el movimiento por componentes, aplicando la segunda ley de la dinámica:

EJE Y: ΣF = 0 → Ty – P = 0 → Ty = P → Tcosα = mg ***(1)***

EJE X: ΣF = ma→ Fe – Tx = 0 → Fe = Tx → Fe = Tsenα ***(2)***

Si dividimos ambas ecuaciones (2) : (1), resulta lo siguiente:

$$\frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{mg}} = \frac{\mathrm{Tsen}\alpha}{\mathrm{Tcos}\alpha} \to \frac{\mathrm{Fe}}{\mathrm{mg}} = \mathrm{tg}\alpha = \frac{5{,}76 \cdot 10^{-3}\mathrm{N}}{10^{-3}\mathrm{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \to \mathrm{tg}\alpha = 0{,}58 \to \boldsymbol{\alpha = 30{,}4^{\mathrm{o}}}$$

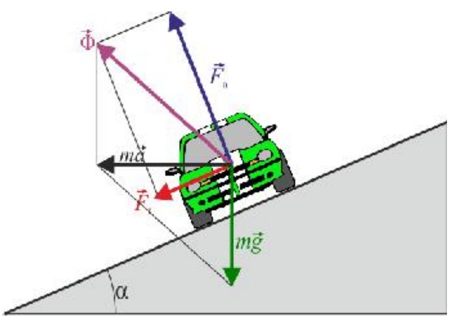
Para calcular la tensión utilizamos cualquiera de las dos ecuaciones:

Tcosα = mg→ T = mg /cosα → T = (10^{-3}kg·9,8 m /s^2) /cos30,4º → **<u>T = 0,011N</u>**

9.- Calcula la máxima velocidad con que un automóvil, pude tomar una determinada curva peraltada de 17º de 250m de radio. Demuestra el valor de la velocidad máxima

Escriba aquí la ecuación.

Esta es una curva peraltada, donde el automóvil, se desplaza sin rozamiento. Vemos las fuerzas que influyen en el movimiento.



La fuerza normal se divide en dos componentes Nx y Ny.
Si analizamos el movimiento en el eje y
Ny = P → Ncosα = mg → N = mg /cosα

Si analizamos el movimiento en el eje x:
Nx = ma_c → Nsenα = mv^2 /R.

Si introducimos el valor de la fuerza normal en la expresión anterior:

$$N\text{sen}\alpha = mv^2/R \rightarrow \frac{mg}{\cos\alpha}\cdot \text{sen}\alpha = \frac{m\cdot v^2}{R} \rightarrow g\cdot \text{tg}\alpha = \frac{v^2}{R}$$

Si despejamos el valor de la velocidad, esta resulta:

$$v = \sqrt{R\cdot g\cdot \text{tg}\alpha} \rightarrow v = \sqrt{250m\cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\cdot \text{tg}17^o} \rightarrow \underline{v = 27{,}37m\ /s^2}$$

10.- Un cuerpo de 1 kg lleva una velocidad v_0 = 40i m /s. Se fragmenta en dos trozos. Si uno de 0,6 kg sale con una velocidad de (200i – 160j) m /s, ¿con qué velocidad sale el otro trozo?

Llamaremos partícula 1, a la partícula que se fragmenta, y partícula 2 y 3, a los dos fragmentos generados.

En este problema nos están dando velocidades y masas. Puesto que es un choque de partículas, suponiendo que los cuerpos se desplazan antes y después del choque a velocidad constante (MRU), podremos decir que la cantidad de movimiento antes y después del choque de todas las partículas se conserva.

$$\Sigma p_o = \Sigma p_F$$

Puesto que las velocidades están dadas en componentes x e y, vamos a aplicar la conservación del momento lineal en sus dos componentes:

EJE X: $m_1v_{1x} = m_2v_{2x} + m_3v_{3x} \rightarrow$ (1kg·40 m /s = 0,6kg·200 m /s) + (0,4kg·v_{3x})

Despejando el valor de la velocidad: v_{3x} = - 200 m /s

EJE Y: $m_1v_{1y} = m_2v_{2y} + m_3v_{3y} \rightarrow$ (1kg·0 m /s = 0,6kg·(- 160 m /s)) + (0,4kg·v_{3y})

Despejando el valor de la velocidad: v_{3y} = 240 m /s.

Por tanto el vector velocidad del segundo fragmento es el siguiente:

<u>v = (- 200i + 240j) m /s</u>

Si quisiéramos calcular el módulo del vector velocidad:

$$|v| = \sqrt{(-200\ \frac{m}{s})^2 + (240\ \frac{m}{s})^2} \rightarrow |v| = 312{,}4\ m\ /s$$