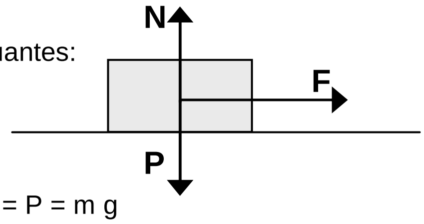
Ejemplo 1

De un cuerpo de 500 g se tira hacia la derecha, paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.

a) Calcular la aceleración con la que se mueve.
b) ¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?

Solución

a) Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : $N - P = 0$; $N = P = m\,g$

Eje X: $F = m\,a$; $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{2\,N}{0,5\,kg} = \dfrac{2\,\cancel{kg}\,m/s^2}{0,5\,\cancel{kg}} = 4\,m/s^2$

b) Como resultado de la acción de la fuerza F el cuerpo se mueve con aceleración constante igual a 4 m/s^2. Por tanto estamos ante un movimiento uniformemente acelerado de ecuaciones:

$v = 4\,t$; $s = 2\,t^2$

Luego la velocidad al cabo de 2,3 s valdrá: $v_{(t = 2,3)} = 4 \cdot 2,3 = 9,2$ m/s

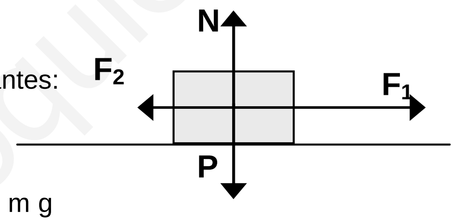
Ejemplo 2

Sobre cuerpo de m = 250 g actúan dos fuerzas. Una de 3 N hacia la derecha y otra de 1 N hacia la izquierda. Calcular

a) La aceleración con que se mueve.
b) ¿Qué valor deberá tener la fuerza que apunta hacia la derecha si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s

Solución:

a) Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : $N - P = 0$; $N = P = m\,g$

b) **Eje X :** $F_1 - F_2 = m\,a$; $a = \dfrac{F_1 - F_2}{m} = \dfrac{(3-1)\,N}{0,250\,kg} = 8\,m/s^2$

c) Según la primera ley de Newton para que un cuerpo se mueva con velocidad constante la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él debe de ser nula:

La resultante de las que actúan según el eje Y es nula ya que : **:** $N - P = 0$

Para que sea nula la de las que actúan según el eje X habrá de cumplirse: $F_1 - F_2 = 0$. Por tanto: $F_1 = F_2 = 1$ N.

¿Cómo se conseguir que el cuerpo se mueva con velocidad constante de 1 m/s^2?
Si suponemos que el cuerpo parte del reposo aplicaríamos una fuerza F_1 superior a F_2 con lo cual el cuerpo aceleraría. Cuando su velocidad fuera de 1 m/s^2 disminuiríamos el valor de F_1 hasta 1N y a partir de ahí la velocidad se mantendría invariable.

Ejemplo 3

Un cuerpo baja deslizando por un plano inclinado 30^0. Describir el movimiento de descenso suponiendo rozamiento nulo.

Solución:

Determinamos las fuerzas actuantes sobre el cuerpo (peso y normal) y descomponemos el peso según los ejes X (en la dirección del movimiento, paralelo al plano) e Y (perpendicular al X). Por tanto obtendremos el diagrama de fuerzas de fuerzas de la Fig 1.

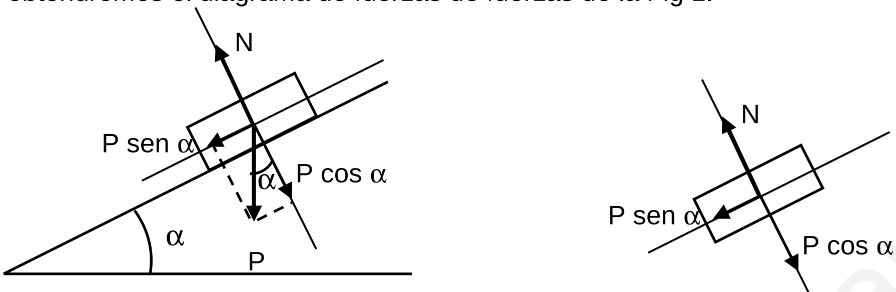


Fig 1

Aplicamos la 2ª Ley de Newton a cada uno de los ejes:

Eje Y : **N – P cos α = 0.** De la ecuación planteada en el eje Y se deduce que N = m g cos α. Observar que la reacción del plano sobre el cuerpo ***no es igual al peso.***

Eje X : **P sen α = m a.** De la ecuación planteada en el eje X se deduce que el cuerpo descenderá con una aceleración dada por:

$$a = \frac{\cancel{m}\ g\,\mathrm{sen}\,\alpha}{\cancel{m}} = g\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

Como se observa la aceleración es constante y sólo depende del ángulo de inclinación del plano (es independiente de la masa del cuerpo). Para el caso planteado :

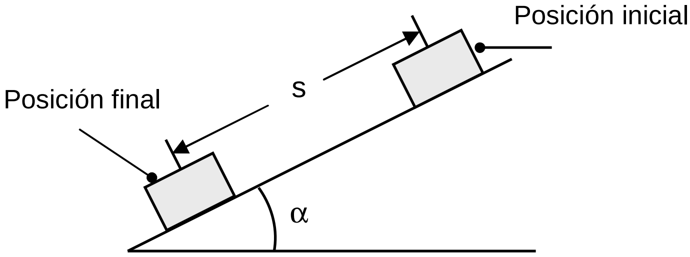
$$a = g\,\mathrm{sen}\,\alpha = 10\,\frac{m}{s^2}\,\mathrm{sen}\,30^0 = 5\,\frac{m}{s^2}$$

Por tanto el cuerpo desciende con movimiento uniformemente acelerado (a = 5 m/s^2)

Ecuaciones del movimiento:

v = 5 t ; s = 2,5 t^2

Se supone que el cuerpo parte del reposo ($v_0 = 0$) y la distancia "s" está medida sobre el plano tomando como origen el punto de partida.



Podría calcularse, por ejemplo, la velocidad que llevará cuando llegue al final del plano, suponiendo que éste tenga una longitud de 60 cm.

Cuando llegue al final s = 0,60 m. Por tanto: 0,60 = 2,5 t ^{2} ; t = 0,50 s (tiempo que tarda en llegar al final del plano).

La velocidad al final del plano será: $v_{(t = 0,50)} = 5 \cdot 0,50 = 2,5$ m/s

Ejemplo 4

Un cuerpo es lanzado hacia arriba por un plano inclinado 20^0 con una velocidad de 2,6 m/s. Suponiendo rozamiento nulo:

a) Describir el movimiento del cuerpo y escribir las ecuaciones correspondientes.
b) Calcular la distancia recorrida (medida sobre el plano) cuando se encuentre en el punto más alto de la trayectoria.
c) Calcular la altura máxima alcanzada sobre el plano.

Solución:

a) Determinamos las fuerzas actuantes sobre el cuerpo (peso y normal) y descomponemos el peso según los ejes X (en la dirección del movimiento, paralelo al plano) e Y (perpendicular al X). Por tanto obtendremos el diagrama de fuerzas de fuerzas de la Fig 1. Observar que el diagrama de fuerzas actuantes es idéntico al del ejemplo anterior.

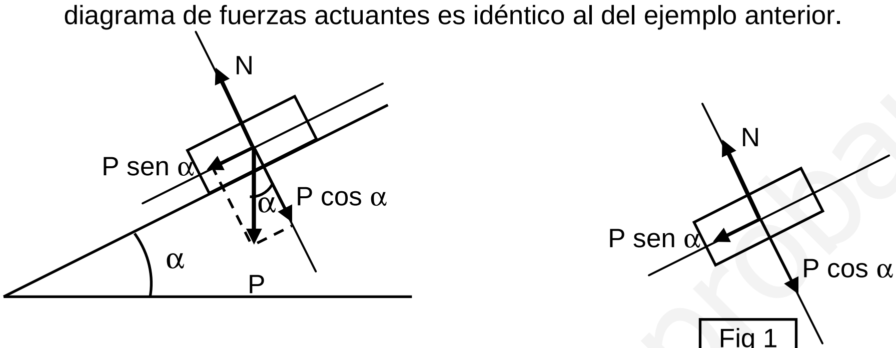


Fig 1

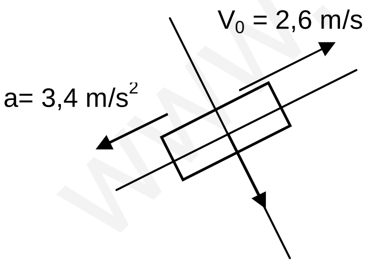
Aplicamos la 2ª Ley de Newton a cada uno de los ejes:

Eje Y : **N – P cos α = 0.** De la ecuación planteada en el eje Y se deduce que N = m g cos α.

Eje X : **P sen α = m a.** De la ecuación planteada en el eje X se deduce que el cuerpo estará sometido a una aceleración ***hacia abajo*** (ya que la aceleración lleva la dirección y sentido de la fuerza) dada por:

$$a = g\,\text{sen}\,\alpha = 10\,\frac{m}{s^2}\,\text{sen}\,20^0 = 3,4\,\frac{m}{s^2}$$

b) Si ahora hacemos un análisis del movimiento del cuerpo y suponiendo sentido positivo hacia arriba y negativo hacia abajo (ver figura), podemos escribir las ecuaciones correspondientes:



$$\boxed{\begin{array}{l} v = 2,6 - 3,4\,t \\ s = 2,6\,t - 1,7\,t^2 \end{array}}$$

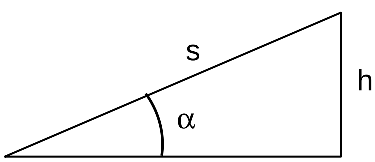
Podemos describir el movimiento del cuerpo diciendo que este ascenderá con velocidad decreciente hasta que pare y, a continuación, descenderá por el plano aumentando su velocidad .

Para el punto de altura máxima v = 0 : $0 = 2,6 - 3,4\,t\,;\; t = \frac{2,6}{3,4} = 0,76\,s$

Distancia recorrida (medida sobre el plano):

$$s_{(t=0,76)} = 2,6\,.\,0,76 - 1,7\,.\,0,76^2 = 1,0\,m$$

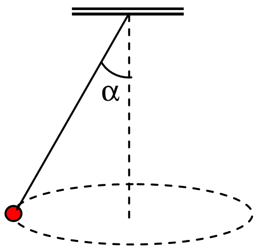
Altura máxima alcanzada:



$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{s}\,;\;\; h = s\,\text{sen}\,\alpha = 1,0\,m\,.\,\text{sen}\,20^0 = 0,34\,m$$

Ejemplo 5

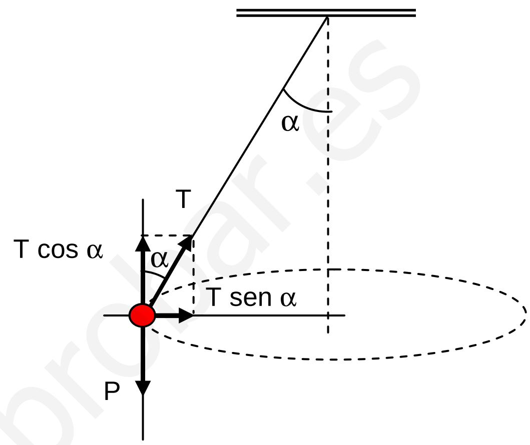
La figura muestra un montaje conocido con el nombre de "péndulo cónico". Una pequeña esfera colgada de un hilo describe una circunferencia horizontal. Analizar las fuerzas actuantes y describir el movimiento de la esfera.



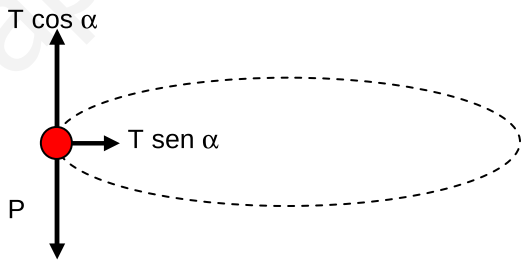
Solución:

Sobre la esfera sólo actúan dos fuerzas, el peso (P) y la tensión (T) de la cuerda (si se considera nulo el rozamiento con el aire).

A la hora de considerar los ejes según los cuales se van a descomponer las fuerzas hay que tener en cuenta que **cuando la trayectoria seguida por el cuerpo es una curva, conviene tomar uno de los ejes en la dirección que apunta hacia el centro de la trayectoria**. El otro eje será perpendicular a éste.



El diagrama de fuerzas se reduce al mostrado a la derecha. **La componente de la tensión que apunta hacia el centro es la fuerza centrípeta**, responsable de la variación de la dirección del vector velocidad (aceleración centrípeta). Por tanto podremos escribir:



Eje X: $T\ \mathrm{sen}\ \alpha = m\ a_N = (m\ v^2) / R$

Eje Y : $T \cos\ \alpha - P = 0$; $T \cos\ \alpha - m\ g = 0$

Si consideramos nulo el rozamiento con el aire, no existe ninguna fuerza que actúe en la dirección de la velocidad (tangente a la trayectoria). Así que ésta no modificará su módulo (situación ideal, no real). En consecuencia, la esfera describirá una trayectoria circular con velocidad constante.

NOTA
Es evidente que en un experimento real existirá rozamiento con el aire. La fuerza de rozamiento (no conservativa) transformará parte de la energía cinética en calor lo que provocará que el ángulo que forma el péndulo con la vertical vaya haciéndose cada vez menor.

Podemos determinar de forma bastante sencilla la tensión de la cuerda y la velocidad de la esfera midiendo únicamente el ángulo del péndulo y el radio de la circunferencia. Efectivamente, de la ecuación planteada en el eje Y obtenemos:

$$T = \frac{m\ g}{\cos \alpha}$$

La tensión aumenta cuando lo hace el ángulo (ya que el coseno disminuye)

Combinando el resultado anterior con la ecuación planteada en el eje X, tenemos:

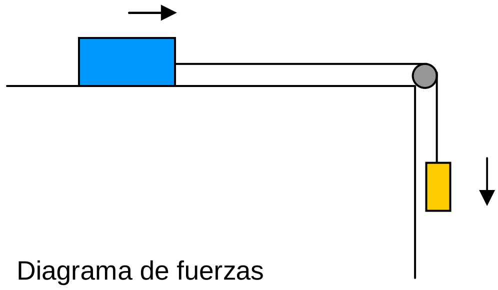
$$\frac{m\ g}{\cos \alpha}\ \mathrm{sen}\ \alpha = \frac{m\ v^2}{R}$$

$$m\ g \frac{\mathrm{sen}\ \alpha}{\cos \alpha} = \frac{m\ v^2}{R}$$

$$\cancel{m}\ g\ \mathrm{tg}\ \alpha = \frac{\cancel{m}\ v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{R\ g\ \mathrm{tg}\ \alpha}$$

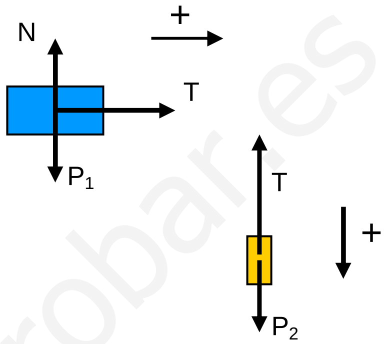
Ejemplo 6



El esquema muestra un montaje de laboratorio que consiste en dos cuerpos unidos por una cuerda (cuya masa, como la de la polea, se supone despreciable). Si se suponen rozamientos nulos y el cuerpo que desliza sobre la mesa tiene una masa de 100 g y el que pende de la cuerda 200 g. Estudiar el movimiento del sistema.

Solución:

Diagrama de fuerzas



La situación planteada es un ejemplo típico de problemas con ***masas enlazadas***. Para resolver este tipo de problemas hay que obtener el diagrama de fuerzas de cada uno de los cuerpos implicados y ***considerar como positivo uno de los posibles sentidos en los que puede moverse el sistema .***

Serán positivas las fuerzas que apuntan en el sentido considerado como positivo y negativas las que lo hacen en sentido contrario.

En el esquema de la derecha se ha considerado positivo que el cuerpo que desliza lo haga hacia la derecha y el que cuelga de la cuerda se mueva hacia abajo.

Según este convenio podríamos escribir:

Cuerpo que desliza sobre la mesa:

Eje X : $T = m_1\ a$ (1)

Eje Y : $N - P_1 = 0$ (2)

Cuerpo que cuelga:

$P_2 - T = m_2\ a$ (3)

Combinando la ecuación (1) y la (3):

$$m_2\ g - m_1\ a = m_2 a\ ; \quad a = \frac{m_2\ g}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}200\ \cancel{kg}\ 10\ \frac{m}{s^2}}{0{,}300\ \cancel{kg}} = 6{,}67\ \frac{m}{s^2}$$

Ambos cuerpos se mueven con un movimiento uniformemente acelerado ($a = 6{,}67\ m/s^2$)

Si queremos calcular la tensión que soporta la cuerda, a partir de (1) se tiene:

$T = 0{,}100\ kg\ \ 6{,}67\ m/s^2 = 0{,}667\ N = 0{,}67\ N$

Podemos escribir las ecuaciones para el movimiento de ambos cuerpos:

$$\boxed{\begin{array}{l} v = 6{,}67\ t \\ s = 3{,}34\ t^2 \end{array}}$$

Las ecuaciones sirven para cualquiera de los dos cuerpos si las aplicamos en la dirección del movimiento de cada uno de ellos (horizontal para el cuerpo 1 y vertical para el 2). ***La conclusión puede ser que ambos cuerpos se mueven como si se tratara de un cuerpo único.***

De la expresión de la aceleración obtenida más arriba obtenemos:

$$a = \frac{m_2\ g}{m_1 + m_2}\ ; m_2\ g = a\,(m_1 + m_2)$$

$$\boxed{P_2 = (m_1 + m_2)\,a}$$

La situación, por tanto, ***equivale a considerar un único cuerpo de masa igual a la suma de la masa de ambos cuerpos y sometido a una fuerza igual a P_2, o fuerza resultante de todas las que actúan sobre el sistema,*** ya que las tensiones, al ser iguales y de sentido contrario, se anularían.