ANÁLISIS DIMENSIONAL

Estudia la forma como se relacionan las magnitudes derivadas con las fundamentales.

Toda unidad física, está asociada con una dimensión física.
Así, el metro es una medida de la dimensión "longitud" (L), el kilogramo lo es de la "masa" (M), el segundo pertenece a la dimensión del "tiempo" (T).
Sin embargo, existen otras unidades, como el m/s que es unidad de la velocidad que puede expresarse como la combinación de las antes mencionadas.

$$\text{Dimensión de velocidad} = \frac{\text{Dimensión de longitud}}{\text{Dimensión del tiempo}}$$

Así también, la aceleración, la fuerza, la potencia, etc, pueden expresarse en términos de las dimensiones (L), (M), y/o (T).
El análisis de las Dimensiones en una ecuación, muchas veces nos muestra la veracidad o la falsedad de nuestro proceso de operación; esto es fácil de demostrar ya que el signo "=" de una ecuación indica que los miembros que los separa deben de tener las mismas dimensiones.
Mostraremos como ejemplo:

$$A\times B\times C = D\times E\times F$$

Es una ecuación que puede provenir de un desarrollo extenso, una forma de verificar si nuestro proceso operativo es correcto, es analizándolo dimensionalmente, así:

$$(\text{dimensión de longitud})^2 = (\text{dimensión de longitud})^2$$

En el presente caso comprobamos que ambos miembros poseen las mismas dimensiones, luego la ecuación es correcta.

En la aplicación del Método Científico, ya sea para la formulación de una hipótesis, o en la experimentación también es recomendable usar el Análisis Dimensional.

Fines del análisis dimensional

1.- El análisis dimensional sirve para expresar las magnitudes derivadas en términos de las fundamentales.
2.- Sirven para comprobar la veracidad de las fórmulas físicas, haciendo uso del principio de homogeneidad dimensional.
3.- Sirven para deducir las fórmulas a partir de datos experimentales.

ECUACIONES DIMENSIONALES

Son expresiones matemáticas que colocan a las magnitudes derivadas en función de las fundamentales; utilizando para ello las reglas básicas del algebra, menos las de suma y resta.
Estas ecuaciones se diferencian de las algebraicas porque sólo operan en las magnitudes.

NOTACIÓN

A : Se lee letra "A"

[A] : Se lee ecuación dimensional de A

Ejemplos: Hallar la Ecuación Dimensional de:

Velocidad (v)

$$v=\frac{e}{t} \Rightarrow [v]=\frac{[e]}{[t]}=\frac{L}{T}$$

$$\boxed{[v]=LT^{-1}}$$

Aceleración (a)

$$\boldsymbol{a}=\frac{v}{t} \Rightarrow [\boldsymbol{a}]=\frac{[v]}{[t]}=\frac{LT^{-1}}{T}$$

$$\boxed{[\boldsymbol{a}]=LT^{-2}}$$

Fuerza (F)

$F = m.a$; siendo a = aceleración

$[F] = [m].[a]$

$\boxed{[F] = MLT^{-2}}$

Trabajo (W)

$W = F.d$

$W = F.d \Rightarrow [W] = [F][d] = MLT^{-2}L$

$\boxed{[W] = ML^2T^{-2}}$

Potencia (P)

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow [P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{ML^2T^{-2}}{T}$$

$\boxed{[P] = ML^2T^{-3}}$

Area (A)

$A = (\text{Longitud}) \times (\text{Longitud}) \Rightarrow [A] = L \cdot L$

$\boxed{[A] = L^2}$

Volumen (V)

$V = (\text{Longitud}) \times (\text{Longitud}) \times (\text{Longitud})$

$\boxed{[V] = L^3}$

Presión (P)

$$P = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Area}} \Rightarrow [P] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2}$$

$\boxed{[P] = ML^{-1}T^{-2}}$

Densidad (D)

$$D = \frac{\text{Masa}}{\text{Volumen}} \Rightarrow [D] = \frac{[M]}{[V]} = \frac{M}{L^3}$$

$\boxed{[D] = ML^{-3}}$

PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD

Si una expresión es correcta en una fórmula, se debe cumplir que todos sus miembros deben ser dimensionalmente homogéneos. Así:

$$\begin{array}{ccccccccc} E & - & A & + & B & + & C & = & D \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ V & & V & & V & & V & & V \end{array}$$

Por lo tanto se tendrá:

$$[E] = [A] = [B] = [C] = [D]$$

OBSERVACIÓN

Los números, los ángulos, los logaritmos y las funciones trigonométricas, no tienen dimensiones, pero para los efectos del cálculo se asume que es la unidad.

05974

TEST

1.- Siendo "a" una magnitud física, que proposición o que proposiciones siempre se cumplen:

I. [a] + [a] + [a] = [a]
II. [a] - [a] = [a]
III. [a] - [a] = 0

a) I
b) II
c) I y II
d) III
e) N.A.

2.- ¿Cuál será las dimensiones de $Q=\sqrt{3}\,kg/m.s^2$?

a) $M L^{-1} T^{-1}$
b) $M L^{-1} T^{-2}$
c) $M L T^2$
d) $M L T^{-1}$
e) $M L T$

3.- ¿Qué relación no es correcta dimensionalmente?

a) [fuerza] = $M L T^{-2}$
b) [frecuencia] = T^{-1}
c) [velocidad angular] = T^{-1}
d) [trabajo] = $M L^2 T^{-2}$
e) [carga eléctrica] = $I.T$

4.- Precisar verdadero o falso dimensionalmente:

I) $L + L + L - L = L$ ( )

II) En $\sec(P+12) \Rightarrow |P| = 1$ ( )

III) En $a^{x \cdot \frac{m}{kg}} \Rightarrow [x] = ML^{-1}$ ( )

a) VVF
b) FFF
c) VVV
d) FVV
e) FFV

5.- ¿Qué proposición o proposiciones son falsas respecto al Análisis Dimensional?

I.- Sirve para hallar las dimensiones de los cuerpos.
II.- Se emplea para verificar fórmulas propuestas.
III.- Se usa para deducir fórmulas.

a) I
b) II
c) III
d) I y II
e) III y II

6.- Respecto al análisis dimensional señalar verdadero o falso:

I.- Pueden existir dos magnitudes físicas diferentes con igual fórmula dimensional.
II.- Los arcos en la circunferencia son adimensionales.
III.- Dimensionalmente todos los ángulos y funciones trigonométricas representan lo mismo.

a) VVV
b) VVF
c) FFF
d) FFV
e) VFV

7.- Respecto a una fórmula o ecuación dimensional, señalar verdadero o falso:

I.- Todos los términos en el primer y segundo miembro tienen las mismas dimensiones.
II.- Todos los números y funciones trigonometricas que figuran como coeficientes tienen las mismas dimensiones, e igual a 1.
III.- La ecuación dimensional de los términos del primer miembro, difieren de las dimensiones del segundo miembro.

a) VVF
b) VVV
c) FVV
d) VFV
e) FVF

8.- El S.I. considera .... fundamentales y .... con carácter geométrico.

a) Tres magnitudes – dos auxiliares
b) Siete magnitudes – dos auxiliares
c) Seis magnitudes – una auxiliar
d) Tres magnitudes – una auxiliar
e) N.A.

9.- ¿Qué magnitud no está asociada a sus correctas dimensiones?

a) Velocidad - LT^{-1}
b) Fuerza - $ML T^{-2}$
c) Volumen - L^3
d) Densidad - ML^{-3}
e) Aceleración - $L T^2$

10.- ¿Qué unidad va asociada incorrectamente a las dimensiones dadas?

a) $\dfrac{kg \cdot s}{m}$ – MTL^{-1}

b) $kg \cdot \dfrac{m}{s^2}$ – MLT^{-2}

c) $A \cdot \dfrac{m}{s}$ – ILT

d) $\dfrac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$ – $ML^2A^{-1}T^{-2}$

e) $kg \cdot \dfrac{m^3}{s^4}$ – ML^3T^{-4}

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

1.- Halle la dimensión de "K" en la siguiente fórmula física:

$$K = \frac{m \cdot v^2}{F}$$

Donde; m : masa
F : fuerza
v : velocidad

Solución:

- Analizando cada elemento:

$[m] = M$

$[v] = LT^{-1}$

$[F] = MLT^{-2}$

- Luego tendremos:

$$[K] = \frac{[m] \cdot [v]^2}{[F]} = \frac{(M)(LT^{-1})^2}{MLT^{-2}} = \frac{ML^2T^{-2}}{MLT^{-2}}$$

$\boxed{[K] = L}$

2.- Halle la dimensión de "S" en la siguiente fórmula física:

$$S = \frac{F \cdot d}{m \cdot c^2}$$

Donde; F : fuerza
m : masa
d : distancia
v : velocidad

Solución:

- Analizando cada elemento:

$[F] = MLT^{-2}$

$[d] = L$

$[m] = M$

$[c] = LT^{-1}$

- Luego tendremos:

$$[S] = \frac{[F][d]}{[m][c]^2} = \frac{(MLT^{-2})(L)}{(M)(LT^{-1})^2} = \frac{ML^2T^{-2}}{ML^2T^{-2}}$$

$\boxed{[S] = 1}$

3.- Hallar la dimensión de "α" y "β" en la siguiente fórmula:

$$V = \alpha.A + \beta.D$$

Donde; V : volumen
A : área
D : densidad

Solución:

- Aplicando el principio de homogeneidad.

$$[V] = [\alpha][A] = [\beta][D]$$

- Determinando: $[\alpha]$

$[V] = [\alpha][A]$

$L^3 = [\alpha]L^2 \Rightarrow \boxed{[\alpha] = L}$

- Determinando: $[\beta]$

$[V] = [\beta][D]$

$L^3 = [\beta]ML^{-3} \Rightarrow \boxed{[\beta] = M^{-1}L^{+6}}$

4.- Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, determinar la ecuación dimensional de "x" e "y".

Siendo; A : fuerza
B : trabajo
C : densidad

$$Ax + By = C$$

Solución:

- Si la expresión es dimensionalmente homogénea, entonces:

○ $Ax + By = C$

$[A][x] = [B][y] = [C]$

○ $[A] = MLT^{-2}$

$[B] = ML^2T^{-2}$

$[C] = ML^{-3}$

- Con lo cual se tiene:

$[A][x] = [C]$

$MLT^{-2}[x] = ML^{-3}$

$[x] = \frac{ML^{-3}}{MLT^{-2}} \Rightarrow \boxed{[x] = L^{-4}T^2}$

❑ $[B][y]=[C]$

$ML^2T^{-2}[y]=ML^{-3}$

$[y]=\dfrac{ML^{-3}}{ML^2T^{-2}} \Rightarrow \boxed{[y]=L^{-5}T^2}$

5.- Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea: $P = q^z R^{-y} s^x$

Donde; P : presión q : fuerza
R : volumen s : longitud

Hallar: $x - 3y$

Solución:

❑ $[P]=ML^{-1}T^{-2}$ $[q]=MLT^{-2}$
$[R]=L^3$ $[s]=L$

❑ $P=q^zR^{-y}s^x$

$[P]=[q]^z[R]^{-y}[s]^x$

$ML^{-1}T^{-2}=\left(MLT^{-2}\right)^z\left(L^3\right)^{-y}(L)^x$

$ML^{-1}T^{-2}=M^zL^zT^{-2z}L^{-3y}L^x$

$ML^{-1}T^{-2}=M^zL^{z-3y+x}T^{-2z}$

$M^1=M^z \Rightarrow \boxed{z=1}$

$L^{-1}=L^{z-3y+x} \Rightarrow -1=z-3y+x$

$-1=1-3y+x$

❑ Nos piden: $x-3y$

$\boxed{x-3y = -2}$

NOTA

Las ecuaciones dimensionales sólo afectan a las bases, más no a los exponentes, pues estos siempre son números y por lo tanto estos exponentes se conservan siempre como tales (números).
De lo expuesto, queda claro que la ecuación dimensional de todo exponente es la unidad.

B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1.- Halle la dimensión de "A" y "B" en la siguiente fórmula física.

$$\frac{W}{A}=\sqrt{\frac{v}{B}}+F$$

Donde; W : trabajo
v : volumen
F : fuerza

Solución:

❑ Aplicando el principio de homogeneidad:

$\left[\dfrac{W}{A}\right]=\left[\dfrac{v}{B}\right]^{1/2}=[F]$

❑ Determinando $[A]$

$\dfrac{[W]}{[A]}=[F]$

$\dfrac{ML^2T^{-2}}{[A]}=MLT^{-2} \Rightarrow \boxed{[A]=L}$

❑ Determinando $[B]$

$\dfrac{[v]^{1/2}}{[B]^{1/2}}=[F] \Rightarrow [B]^{1/2}=\dfrac{[v]^{1/2}}{[F]}$

$[B]=\dfrac{[v]}{[F]^2}=\dfrac{L^3}{\left(MLT^{-2}\right)^2}$

$\boxed{[B]=M^{-2}LT^4}$

2.- Halle la dimensión de "A", "B" y "C" en la siguiente fórmula física.

$$E = A.F + B.v^2 + C\cdot a$$

Donde; E : trabajo
F : fuerza
v : velocidad
a : aceleración

Solución:

❑ Aplicando el principio de homogeneidad:

$[E]=[AF]=\left[Bv^2\right]=[C\cdot a]$

❑ Determinando $[A]$:

$[E]=[A][F]$

$ML^2T^{-2}=[A]MLT^{-2} \Rightarrow \boxed{[A]=L}$

❑ Determinando $[B]$:

$$[E]=[B][v]^2$$

$$ML^2T^{-2}=[B]\left(LT^{-1}\right)^2 \Rightarrow \boxed{[B]=M}$$

❑ Determinando $[C]$:

$$[E]=[C][a]$$

$$ML^2T^{-2}=[C]LT^{-2} \Rightarrow \boxed{[C]=ML}$$

3.- Halle la dimensión de "R" en la siguiente fórmula física:

$$R=(x+t)(x^2-y)(y^2+z)$$

Donde ; t: tiempo

Solución:

❑ Observamos por el principio de homogeneidad:

$$[x]=T$$

$$[y]=[x]^2=T^2$$

$$[z]=[y]^2=\left(T^2\right)^2=T^4$$

❑ Luego tendremos:

$$[R]=[x][y][z]$$

$$[R]=T\times T^2\times T^4 \Rightarrow \boxed{[R]=T^7}$$

4.- La potencia que requiere la hélice de un helicóptero viene dada por la siguiente fórmula:

$$P=K.R^x.W^y.D^z$$

Donde; W : velocidad angular (en rad/s)
R : radio de la hélice (en m)
D : densidad del aire (en kg/m^3)
K : número

Calcular x,y,z.

Solución:

$$[P]=[K][R]^x[W]^y[D]^z$$

$$ML^2T^{-3}=(1)(L)^x\left(T^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z$$

$$ML^2T^{-3}=L^xT^{-y}M^zL^{-3z}$$

$$ML^2T^{-3}=M^zL^{x-3z}T^{-y}$$

$$M^1=M^z \Rightarrow \boxed{z=1}$$

$$L^2=L^{x-3(1)} \Rightarrow x-3=2 \Rightarrow \boxed{x=5}$$

$$T^{-3}=T^{-y} \Rightarrow \boxed{y=3}$$

5.- Determinar las dimensiones que debe tener Q para que la expresión W sea dimensionalmente homogénea.

$$W=0{,}5\,mc^x + Agh + BP$$

Siendo: $Q=A^x\cdot\sqrt[x]{B}$;

Además; W: trabajo; h : altura
m: masa; P : potencia
c : velocidad
A,B : constantes dimensionales
g : aceleración

Solución:

❑ Aplicando el principio de homogeneidad:

$$[W]=[m][c]^x=[A][g][h]=[B][P]$$

❑ $[W]=[A][g][h]$

$$ML^2T^{-2}=[A]=LT^{-2}L$$

$$[A]=M$$

❑ $[B][P]=[W]$

$$[B]\cdot\frac{[W]}{[t]}=[W] \Rightarrow [B]=[t]$$

$$[B]=T$$

❑ $[W]=[m][c]^x$

$$ML^2T^{-2}=M\left(LT^{-1}\right)^x$$

$$ML^2T^{-2}=ML^xT^{-x}$$

$$x=2$$

❑ Finalmente:

$$[Q]=[A]^x[B]^{1/2}$$

$$\boxed{[Q]=M^2T^{1/2}}$$

6.- Suponga que la velocidad de cierto móvil, que se desplaza con movimiento bidimensional, puede determinarse con la fórmula empírica:

$$V=aT^3+\frac{b}{T^2-c}$$

Donde: T, es tiempo; a, b, c, son constantes dimensionales. Determine las dimensiones de a, b, y c, para que la fórmula sea homogénea dimensionalmente.

Solución:

Por el principio de homogeneidad:

- de: $T^2 - c \Rightarrow \boxed{[c] = T^2}$

- $[V] = [a][T]^3$

  $LT^{-1} = [a]T^3 \Rightarrow \boxed{[a] = LT^{-4}}$

- $[V] = \dfrac{[b]}{T^2}$

  $LT^{-1} = \dfrac{[b]}{T^2} \Rightarrow \boxed{[b] = LT}$

7.- Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea.

Hallar: "$x - 2y$"

$$a = vt^x\left(1 + k^{y-x}\right)$$

Siendo; a : aceleración
v : velocidad
t : tiempo

Solución:

Dimensionalmente se tiene:

$[1] = [k]^{y-x}$

$1^\circ = [k]^{y-x} \Rightarrow y - x = 0 \Rightarrow y = x$

- Luego tendremos: $a = vt^x\left(1 + k^{y-y}\right)$

  $a = vt^x\left(1 + k^0\right)$

  $a = vt^x(1 + 1)$

  $a = 2vt^x$

- Dimensionalmente: $[a] = [2][v][t]^x$

  $LT^{-2} = (1)\left(LT^{-1}\right)(T)^x$

  $LT^{-2} = LT^{-1}T^x$

  $LT^{-2} = LT^{x-1}$

  $T^{-2} = T^{x-1} \Rightarrow x - 1 = -2$

Con lo cual: $x = -1 \Rightarrow y = -1$

Nos piden: "$x - 2y$" $x - 2y = -1 - 2(-1)$

$$\boxed{x - 2y = 1}$$

8.- En la expresión mostrada. Hallar "z"

$$F^x D^y v^z = (n + \tan\theta)\, m_1\, m_2\, m_3$$

Donde; F : fuerza
D : densidad
v : velocidad
m_1, m_2, m_3 : masas

Solución:

- $\tan\theta = \text{número}$

Dimensionalmente; para que $(n + \tan\theta)$ sea homogénea:

$$[n] = [\tan\theta] = 1$$

Con lo cual: $n + \tan\theta = \text{número}$

$$[n + \tan\theta] = 1$$

- Con todo el sistema:

$[F]^x[D]^y[v]^z = [n + \tan\theta][m_1][m_2][m_3]$

$\left(MLT^{-2}\right)^x\left(ML^{-3}\right)^y\left(LT^{-1}\right)^z = (1)(M)(M)(M)$

$M^xL^xT^{-2x}M^yL^{-3y}L^zT^{-z} = M^3$

$M^{x+y}L^{x-3y+z}T^{-2x-z} = M^3L^0T^0$

○ $M^{x+y} = M^3 \Rightarrow x + y = 3$

○ $L^{x-3y+z} = L^0 \Rightarrow x - 3y + z = 0$

○ $T^{-2x-z} = T^0 \Rightarrow -2x - z = 0$

Resolviendo: $\boxed{z = -9}$

9.- En la siguiente ecuación dimensionalmente correcta. Determinar la ecuación dimensional de "x".

$$E = \sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \ldots\ldots\infty}}}$$

Donde; M : masa ; v : velocidad

Solución:

$$E = \sqrt{Mvx + \underbrace{\sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \ldots\ldots\infty}}}_{E}}$$

$E = \sqrt{Mvx + E} \Rightarrow E^2 = Mvx + E$

- Dimensionalmente:

$[E]^2 = [M][v][x] = [E]$

$[E]^2 = [E] \Rightarrow [E] = 1$

Además:

$[M][v][x] = [E]$

$[M][v][x] = 1$

$(M)\left(LT^{-1}\right)[x] = 1$

$[x] = \dfrac{1}{MLT^{-1}} \Rightarrow \boxed{[x] = M^{-1}L^{-1}T}$

10.- Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea. Determinar la ecuación dimensional de "K"

$$K=GM^{(x+y)}L^{(z+x)}T^{(y+z)}+\sqrt{2}M^{(6-2x)}L^{(6-2y)}T^{(6-2z)}$$

Solución:

❑ Dimensionalmente:

$$[G][M]^{(x+y)}[L]^{(z+x)}[T]^{(y+x)}=\left[\sqrt{2}\right][M]^{(6-2x)}[L]^{(6-2y)}[T]^{(6-2z)}$$

De donde:

$$[G]=\left[\sqrt{2}\right]$$

$$[M]^{(x+y)}=[M]^{(6-2x)} \quad \Rightarrow \quad x+y=6-2x$$

$$[L]^{(z+x)}=[L]^{(6-2y)} \quad \Rightarrow \quad z+x=6-2y$$

$$[T]^{(y+x)}=[T]^{(6-2z)} \quad \Rightarrow \quad y+x=6-2z$$

Resolviendo: $x=y=z=\dfrac{3}{2}$

❑ Luego:

$$[K]=\left[\sqrt{2}\right][M]^{(6-2x)}[L]^{(6-2y)}[T]^{(6-2z)}$$

$$[K]=(1)[M]^{\left(6-2\left(\frac{3}{2}\right)\right)}[L]^{\left(6-2\left(\frac{3}{2}\right)\right)}[T]^{\left(6-2\left(\frac{3}{2}\right)\right)}$$

$$\boxed{[K]=M^3L^3T^3}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

A PROBLEMAS DE APLICACIÓN

1.- Halle la dimensión de "H" en la siguiente fórmula física.

$$H=\frac{D\cdot A\cdot V}{F}$$

Donde; D : densidad
A : aceleración
V : volumen
F : fuerza

Rpta. $\boxed{[H]=1}$

2.- La medida de cierta propiedad (t) en un líquido se determina por la expresión:

$$h=\frac{2t}{rd}$$

Siendo: h medida en m; d, peso específico. ¿Cuál será la ecuación dimensional de t para que r se mida en m?

Rpta. $\boxed{[t]=MT^{-2}}$

3.- Halle la dimensión de "α" y "β" en la siguiente fórmula física.

$$E=\frac{v^2}{\alpha}+\frac{F}{\beta}$$

Donde; E : trabajo ; v : velocidad ; F : fuerza.

Rpta. $[\alpha]=M^{-1}$; $[\beta]=L^{-1}$

4.- Halle la dimensión de A y B en la siguiente fórmula:

$$v=A\cdot t+B\cdot x$$

Donde; v : velocidad ; t : tiempo ; x : distancia

Rpta. $[A]=LT^{-2}$; $[B]=T^{-1}$

5.- Halle la dimensión de A y B en la siguiente fórmula:

$$V=\frac{x^2}{A}+\frac{g}{B}$$

Donde; v : velocidad ; x : distancia ; g : aceleración

Rpta. $[A]=LT$; $[B]=T^{-1}$

6.- Halle la dimensión de "A", "B" y "C" en la siguiente fórmula física:

$$e = A + Bt^2 + Ct^3$$

Donde; e : distancia (m) ; t : tiempo (s)

Rpta. $[A] = L$; $[B] = LT^{-2}$; $[C] = LT^{-3}$

7.- Halle la dimensión de "G", "H" e "I" en la siguiente fórmula física:

$$F = Ga + Hv + I$$

Donde; F : fuerza ; a : aceleración ; v : velocidad

Rpta. $[G] = M$; $[H] = MT^{-1}$; $[I] = MLT^{-2}$

8.- En la siguiente expresión, calcular x + y

$$S = Ka^x t^y$$

K : constante numérica
S : espacio
a : aceleración
t : tiempo

Rpta. 3

9.- Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea. Determinar:

$$\left[\frac{a}{b}\right] = ?$$

$$20 + t + k = \sqrt{\frac{a+p}{b-q}}$$

a : aceleración
t : tiempo

Rpta. T^2

10.- Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea; determinar la ecuación dimensional de "C".

$$C = \frac{3Ry^2N^x}{(N^x - 2)^2}$$

R : longitud
y : aceleración

Rpta. L^3T^{-4}

B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1.- Determinar la dimensión de "x", si la ecuación es dimensionalmente correcta.

$$xv^2 = \frac{WMa}{\text{sen}\,30°} + bt^2 \text{ ; donde:}$$

v : velocidad a : aceleración
M : masa W : trabajo

Rpta. M^2LT^{-2}

2.- Hallar la ecuación dimensional de z, si la ecuación mostrada, es dimensionalmente correcta:

$$\pi \tan\alpha = \frac{(w + w\log 2) + z\sqrt{3}}{(g + g\,\text{sen}\,\phi)x}$$

w : peso ; g : aceleración

Rpta. MLT^{-2}

3.- Determinar las dimensiones de "a", sabiendo que la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta:

$$G = \frac{4\pi^2L^2(L-b)\cos\theta}{T^2 \cdot a}$$

donde; G : aceleración de la gravedad
T : tiempo
b y L : longitud

Rpta. L^2

4.- La fracción mostrada es dimensionalmente correcta y homogénea:

$$\frac{Ax^3 + Bx^2 + Cx + D}{A^8 + B^6 + C^4 + D}$$

y $[A] = L^{-6}T^4$, determinar las dimensiones de "x".

Rpta. $L^{-14}T^{28/3}$

5.- Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, hallar las dimensiones de "b".

$$W = \frac{5F\log a}{x} - \frac{8F^2C}{b^2 + v}$$

W : trabajo
v : velocidad
F : fuerza

Rpta. $L^{1/2}T^{-1/2}$

6.- En la ecuación:

$$P = Kg^y d^x h^z$$

Hallar: (x.y.z)

donde; P: presión
g: aceleración de la gravedad
h: altura
K: constante numérica
d: densidad

Rpta. $\boxed{1}$

7.- En la expresión:

$$\tan\left(A+\frac{\pi\alpha}{2}\right)=\frac{e^{mBL^{\operatorname{sen}30^\circ}}\pm C(F^{\tan^2 60^\circ})^{\cos 60^\circ}}{10^{n-1}}$$

Hallar las dimensiones de A, B y C para que sea dimensionalmente homogénea, donde:

α : ángulo en radianes
L : longitud
F : fuerza
e : base de los logaritmos neperianos
m y n : números

Rpta. $\boxed{\begin{array}{l}A = \text{adimensional}\\ B = L^{-1/2}\\ C = M^{-3/2}L^{-3/2}T^{3}\end{array}}$

8.- Hallar las dimensiones de "x" e "y", sabiendo que la igualdad mostrada es dimensionalmente correcta.

$$\frac{\left(2-\frac{x}{h}\right)^2}{0,85\ m}=\frac{xy}{\sqrt{A_1-A_2}}$$

h : altura
m: masa
A_1, A_2 : areas

Rpta. $\boxed{\begin{array}{l}x = L\\ y = M^{-1}\end{array}}$

9.- Determinar la dimensión de "b" para que la ecuación sea homogénea.

$$\frac{W}{e}=ba+b^2c$$

Donde; W: trabajo
e : espacio
a : aceleración

Rpta. $\boxed{M}$

10.- Hallar [x][y]:

$$x=\left(\operatorname{sen}(\pi+\alpha)\right)^2\frac{vy}{t}+emB$$

Donde; v : velocidad
e : espacio
m: masa
t : tiempo
B : número real

Rpta. $\boxed{M^2LT^2}$