TRIGONOMETRIA

1. (1,5 puntos). Sabiendo que α es un ángulo agudo y que $\cos \alpha = \frac{1}{5}$, calcula el resto de razones trigonométricas incluyendo las inversas.

2. (1 punto) Calcula $sen\ \alpha$ y $cos\ \alpha$ sabiendo que $tg\ \alpha = -\sqrt{5}$. Considera que 90° < α < 180°.

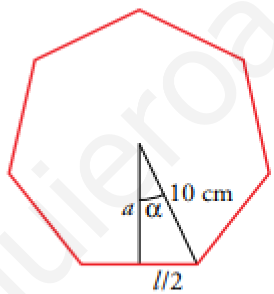
3. a) (1 punto) Completa la siguiente tabla, sabiendo que $\alpha \in$ I:

α		**90°**		
***sen* α**	**0**			
cos α				$\sqrt{3}/2$
***tg* α**			$\sqrt{3}$	

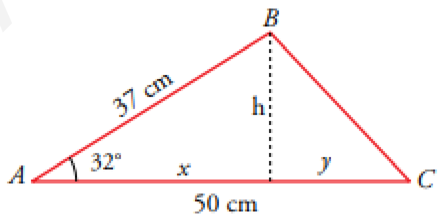
   b) (0,5 puntos) **Reduce a la primera vuelta** el ángulo 2130°. Indica el **signo** de su seno, coseno y tangente.

4. (1,5 puntos) La base de un triángulo isósceles mide 64 cm, y el ángulo que se forma entre los lados iguales es de 40°. Calcula el perímetro y el área del triángulo.

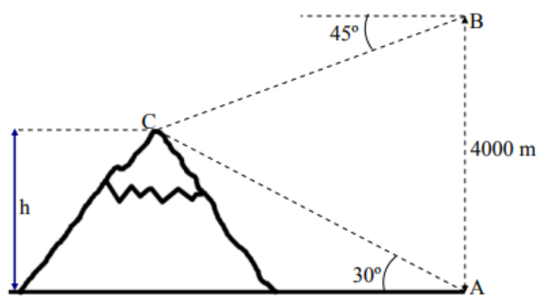
5. (1,5 puntos) Halla la **apotema** de un heptágono regular de 10 cm de radio. Calcula también el **área** del polígono**.**



6. (1,5 puntos) En un triángulo ABC, halla BC conociendo AB = 37 cm, AC = 50 cm y $\hat{A}$ = 32°.



7. (1,5 puntos) Halla la altura de la montaña:



1. (1,5 puntos). Sabiendo que α es un ángulo agudo y que $\cos\alpha = \frac{1}{5}$, calcula el resto de razones trigonométricas incluyendo las inversas.

2. (1 punto) Calcula *sen* α y *cos* α sabiendo que $tg\ \alpha = -\sqrt{5}$. Considera que 90° < α < 180°.

3. a) (1 punto) Completa la siguiente tabla, sabiendo que α ∈ I:

0,25 p. cada ángulo

α	0°	90°	60°	30°
sen α	0	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cos α	1	0	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}/2$
tg α	0	∞	$\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$

$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}$

$tg\,30 = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b) (0,5 puntos) **Reduce a la primera vuelta** el ángulo 2130°. Indica el **signo** de su seno, coseno y tangente.

① [1,5p]

$\cos\alpha = \frac{1}{5}$

¿Razones trigonométricas?

$\alpha \in I$

(ángulo agudo)

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ Relación fundamental de la Trigonometría

$sen^2\alpha + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 1$

$sen^2\alpha + \frac{1}{25} = 1$; $sen^2\alpha = 1 - \frac{1}{25}$; $sen^2\alpha = \frac{24}{25}$

$sen\,\alpha = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{\sqrt{3\cdot 2^3}}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\boxed{sen\,\alpha = \frac{\sqrt{24}}{5}}$ 0,5

$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{\sqrt{24}}{\cancel{5}}}{\frac{1}{\cancel{5}}} = \sqrt{24}$

$\boxed{tg\,\alpha = \sqrt{24}}$ 0,25

Razones inversas

$cosec\,\alpha = \frac{1}{sen\,\alpha} = \frac{5}{\sqrt{24}}$ 0,25

$sec\,\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{1/5} = 5$ 0,25

$cotg\,\alpha = \frac{1}{tg\,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{24}}$ 0,25

② [1p]

Datos:

$tg\,\alpha = -\sqrt{5}$

$\alpha \in II$

¿sen α? ¿cos α?

$tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}$; $-\sqrt{5} = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}$; $sen\,\alpha = -\sqrt{5}\cos\alpha$ 0,25

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $(-\sqrt{5}\cos\alpha)^2 + \cos^2\alpha = 1$

$5\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $6\cos^2\alpha = 1$; $\cos^2\alpha = \frac{1}{6}$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \xrightarrow{\alpha \in II} \boxed{\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{6}}}$ 0,5

$sen\,\alpha = -\sqrt{5}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = \sqrt{\frac{5}{6}} \longrightarrow \boxed{sen\,\alpha = \sqrt{\frac{5}{6}}}$ 0,25

3)

b)

$$\begin{array}{r|l} 2130^\circ & 360^\circ \\ \cline{2-2} -1800 & 5 \\ \hline 330 & \end{array}$$

$2130^\circ = \underbrace{5}_{\text{5 vueltas completas}} \cdot 360^\circ + 330^\circ$

El ángulo 2130° equivale al ángulo 330°

$330 \in IV$ 0,35

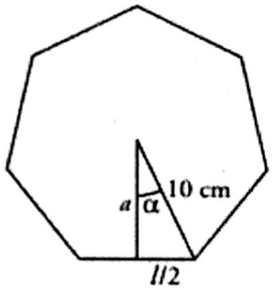
$\operatorname{sen} \alpha < 0$

$\cos \alpha > 0$ 0,15

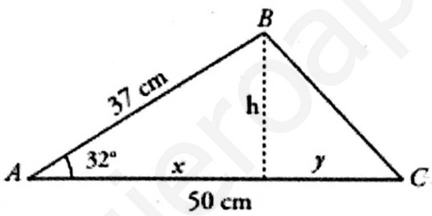
$\operatorname{tg} \alpha < 0$

4. (1,5 puntos) La base de un triángulo isósceles mide 64 cm, y el ángulo que se forma entre los lados iguales es de 40°. Calcula el perímetro y el área del triángulo.

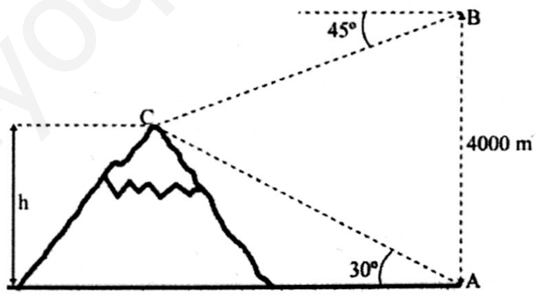
5. (1,5 puntos) Halla la **apotema** de un heptágono regular de 10 cm de radio. Calcula también el **área** del polígono.



6. (1,5 puntos) En un triángulo ABC, halla BC conociendo AB = 37 cm, AC = 50 cm y $\hat{A}$ = 32°.



7. (1,5 puntos) Halla la altura de la montaña:



(4) Datos:

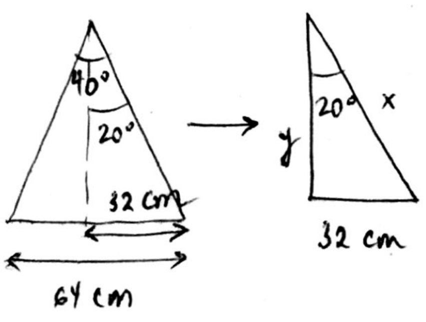
[1,5p]

T. isósceles

Base = 64 cm

$\alpha = 40°$

¿P? ¿A?



$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cat. op}}{h}$

$\text{sen } 20 = \frac{32}{x}$

$x = \frac{32}{\text{sen } 20} = 93,56 \text{ cm}$

0,5

El lado desigual mide 93,56 cm

$P = 64 + 2 \cdot 93,56 = 251,12 \text{ cm}$

$\boxed{P = 251,12 \text{ cm}}$ 0,25

Para hallar el área necesito calcular la altura del triángulo:

$$tg\ \alpha = \frac{c.op}{c.cont} \ ; \ tg\ 20 = \frac{32}{y} \ ; \ y = \frac{32}{tg\ 20} = 87,92 \text{ cm}$$ 0,5

La altura del triángulo mide 87,92 cm

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{64 \cdot 87,92}{2} = 2813,44 \text{ cm}^2$$ 0,25

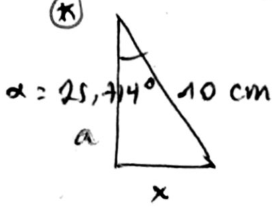
$$\boxed{A = 2813,44 \text{ cm}^2}$$

(5) [1,5 p]

Datos:
Heptágono regular
L = 10 cm
¿apotema?
¿área?

$$\alpha = \frac{360°}{14} = 25,714°$$

(*)



$$\cos \alpha = \frac{c.\ cont}{h}$$

$$\cos 25,714° = \frac{a}{10}$$

$$a = 10 \cdot \cos 25,714 = 9 \text{ cm}$$

$$\boxed{a = 9 \text{ cm}}$$ 0,75

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$
área polígono regular

Para calcular el área del polígono, necesitamos calcular primero el lado del heptágono

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{c.op}{h} \ ; \ \text{sen}\ 25,714 = \frac{x}{10} \ ; \ x = 10 \cdot \text{sen}\ 25,714 = 4,34 \text{ cm}$$ 0,25

$$L = 2x = 8,68 \text{ cm}$$ 0,25

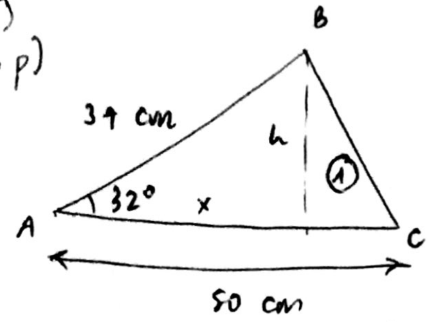
Perímetro

$$A = \frac{7L \cdot a}{2} = \frac{7 \cdot 8,68 \cdot 9}{2} = 273,42 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{A = 273,42 \text{ cm}^2}$$ 0,25

Otra forma de hacerlo es calcular el área del triángulo pequeño (*) y luego multiplicarlo por 14, ya que podemos dividir el heptágono en 14 de dichos triángulos.

(6)
(1,5 p)



¿$\overline{BC}$?

Calculo x :

$$\cos\alpha = \frac{c.\,cont}{h}$$

$$\cos 32 = \frac{x}{37} \quad ; \quad x = 37 \cdot \cos 32 = 31{,}38 \text{ cm}$$

Calculo h :

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{c.\,op}{h}$$

$$\operatorname{sen} 32 = \frac{h}{37} \quad ; \quad h = 37 \cdot \operatorname{sen} 32 = 19{,}61 \text{ cm}$$

0,75

Calculo a, el valor del cateto del triángulo (1)

$$50 = x + a \quad ; \quad a = 50 - x = 50 - 31{,}38 \text{ cm} = 18{,}62 \text{ cm}$$

0,25

Aplico el Teorema de Pitágoras para calcular el lado $\overline{BC}$, que es la hipotenusa :

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

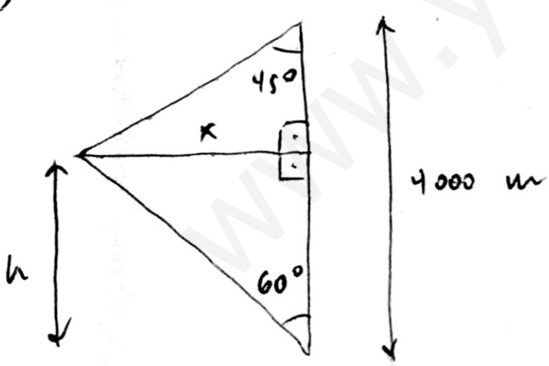
$$h^2 = 18{,}62^2 + 19{,}61^2 = 731{,}26$$

$$\underbrace{h}_{\text{hipotenusa}} = 27{,}04 \text{ cm}$$

0,5

$$\boxed{\overline{BC} = 27{,}04 \text{ cm}}$$

(7)



$$tg\,\alpha = \frac{c.\,op}{c.\,cont}$$

$$\underbrace{tg\,45}_{1} = \frac{x}{4000 - h} \qquad (1)$$

$$\underbrace{tg\,60}_{\sqrt{3}} = \frac{x}{h} \qquad (2)$$

Despejo x de ambas ecuaciones e igualo :

De (1) : $x = 4000 - h$

De (2) : $x = \sqrt{3}\,h$

$$4000 - h = \sqrt{3}\,h$$

$$4000 = \sqrt{3}\,h + h$$

$$4000 = (\sqrt{3}+1)\,h \longrightarrow h = \frac{4000}{\sqrt{3}+1}$$

$$\boxed{h = 1464{,}1 \text{ m}}$$