

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

1. (2 puntos). Resuelve las siguientes **ecuaciones**:

a) $\sqrt{2x+6} = 3x+5$

b) $\frac{5}{x^2-1} - \frac{10}{x+1} = -\frac{5}{3}$

2. (1 punto) Resuelve el siguiente **sistema de ecuaciones** indicando el método empleado:

$$\begin{cases} x - y = 15 \\ xy = 100 \end{cases}$$

3. (1 punto) Resuelve algebraicamente la siguiente **inecuación**:

$$x^2 - 3x + 2 \geq 4x - 8$$

4. (1 punto) Resuelve el siguiente **sistema de inecuaciones**:

$$\begin{cases} 2x - 3 < 3x + 5 \\ 7x + 1 \leq 13 + 4x \end{cases}$$

5. (1 punto) Resuelve la siguiente **inecuación de primer grado con dos incógnitas**:

$$3x + y > 4$$

6. (1,5 puntos) La superficie de un rectángulo mide 360 cm^2 . Aumentando su base en 4 cm y disminuyendo su altura en 3 cm, se obtiene un rectángulo de igual área que el primero. Halla las dimensiones de los dos rectángulos.

7. (1,5 puntos) En dos empresas, A y B, hay un puesto de comercial vacante. En la empresa A pagan de salario fijo 300 €, más 75 € por cada venta realizada, y en la empresa B se cobra 125 € por cada venta, sin salario fijo. ¿Qué empresa interesa más?

① a) $\sqrt{2x+6} = 3x+5$ Ecuación IRRACIONAL

[2P]

$(\sqrt{2x+6})^2 = (3x+5)^2$; $2x+6 = 9x^2 + 25 + 30x$; $9x^2 + 28x + 19 = 0$

$$x = \frac{-28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \cdot 9 \cdot 19}}{2 \cdot 9} = \frac{-28 \pm \sqrt{100}}{18} = \frac{-28 \pm 10}{18} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-38}{18} = -\frac{19}{9} \end{array} \right.$$

Comprobamos las soluciones :

$x_1 = -1$

$x_2 = -\frac{19}{9}$

$\sqrt{-2+6} = -3+5$

$\sqrt{4} = 2$

$2 = 2 \checkmark$

$\sqrt{2 \cdot (-\frac{19}{9}) + 6} = 3 \cdot (-\frac{19}{9}) + 5$

$\sqrt{-\frac{38}{9} + \frac{54}{9}} = -\frac{19}{3} + \frac{15}{3}$

$\sqrt{\frac{18}{9}} = -\frac{4}{3}$

$\sqrt{2} = -\frac{4}{3} x$

b) $\frac{5}{x^2-1} - \frac{10}{x+1} = -\frac{5}{3}$ Ecuación RACIONAL

$$\frac{5}{(x+1)(x-1)} - \frac{10}{x+1} = -\frac{5}{3} ; \quad \frac{5 \cdot 3}{3(x+1)(x-1)} - \frac{10 \cdot 3 \cdot (x-1)}{3(x+1)(x-1)} = -\frac{5(x+1)(x-1)}{3(x+1)(x-1)}$$

$15 - 30(x-1) = -5(x+1)(x-1)$

$15 - 30x + 30 = -5(x^2 - 1)$

$45 - 30x = -5x^2 + 5$

$5x^2 - 30x + 40 = 0 ; x^2 - 6x + 8 = 0$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{array} \right.$$

$x_1 = 4$
 $x_2 = 2$

② $\begin{cases} x-y = 15 \\ xy = 100 \end{cases}$ Sistema de ecuaciones no lineal

[1P]

Método de sustitución

$x = 15 + y$

$(15+y)y = 100 ; 15y + y^2 = 100 ; y^2 + 15y - 100 = 0$

$$y = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100)}}{2} = \frac{-15 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-15 \pm 25}{2} \left\{ \begin{array}{l} y_1 = 5 \\ y_2 = -20 \end{array} \right.$$

$y_1 = 5 \rightarrow x_1 = 20$

$y_2 = -20 \rightarrow x_2 = -5$

$x_1 = 20 ; y_1 = 5$
 $x_2 = -5 ; y_2 = -20$

3) $x^2 - 3x + 2 \geq 4x - 8$ Inecuación de 2º grado con una incógnita

[1p] $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

$$x^2 - 7x + 10 = 0 ; x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$(x-2)(x-5) \geq 0$

		2		5	
$(x-2)$	-		+		+
$(x-5)$	-		-		+
$(x-2)(x-5)$	(+)		-		(+)

$x \in (-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$

Si us realitau el anàlisis del signe : 0, 4 p és una inecuació!

4) $\begin{cases} 2x - 3 < 3x + 5 \\ 7x + 1 \leq 13 + 4x \end{cases}$

Sistema de inecuacions de primer grado con una incógnita

$2x - 3 < 3x + 5$

$7x + 1 \leq 13 + 4x$

$-x < 8$

$3x \leq 12$

$x > -8$ 0, 25

$x \leq 4$ 0, 25

Representación : 0, 15

Representación : 0, 15



$x \in (-8, 4]$ solución final 0, 2 p

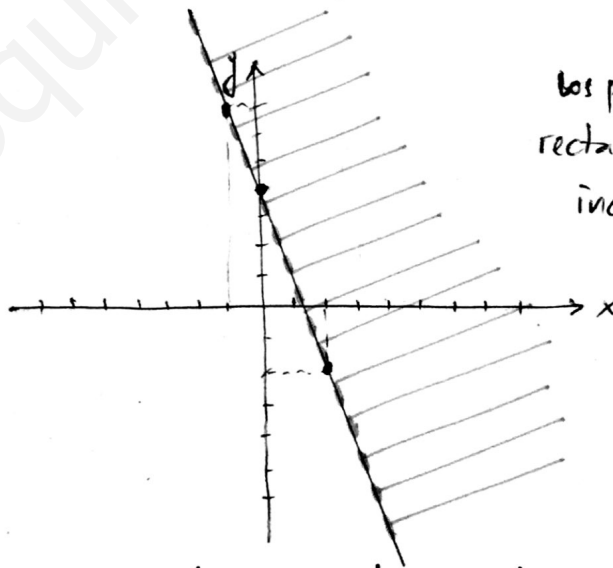
5) $3x + y > 4$

$3x + y = 4$

$y = 4 - 3x$

Ecuación de una recta

x	y
0	4
2	-2
-1	7
1	1



los puntos de la recta no están incluidos, no son solución de la inecuación

- 0, 25 p. si incluyen la recta, cuando no

Tomamos el punto (0, 0) para comprobar si cumple o no la inecuación : es

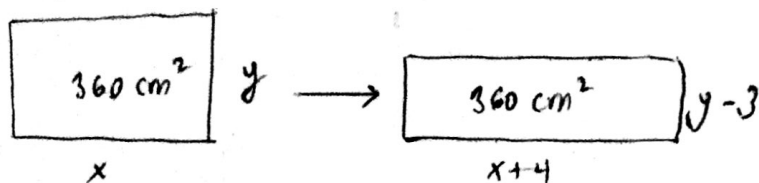
$(0, 0) \rightarrow 0 + 0 > 4 \quad \times$

solución de la inecuación

- 0, 1 p. si no incluyen como han elegido el semiplano correcto

6) [1,5p]

Datos:
 $A = 360 \text{ cm}^2$
 Rectángulo



$$\begin{cases} xy = 360 & (1) \\ (x+4)(y-3) = 360 & (2) \end{cases} \rightarrow xy - 3x + 4y - 12 = 360$$

Despejo x de (1) y sustituyo en (2):

$$x = \frac{360}{y}$$

$$\frac{360}{y} \cdot y - 3 \cdot \frac{360}{y} + 4y = 372$$

$$360 - \frac{1080}{y} + 4y = 372$$

Multiplizo por y a ambos lados de la ecuación:

$$360y - 1080 + 4y^2 = 372y$$

$$4y^2 - 12y - 1080 = 0$$

$$y^2 - 3y - 270 = 0$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-270)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{1089}}{2} = \frac{3 \pm 33}{2} \quad \left. \begin{array}{l} y_1 = 18 \\ y_2 < 0 \end{array} \right\}$$

$$y_1 = 18 ; x_1 = \frac{360}{18} = 20$$

Rectángulo 1	Base: 20 cm
	Altura: 18 cm
Rectángulo 2	Base: 24 cm
	Altura: 15 cm

7) [1,5p]

Datos:

Empresa A

- fijo: 300 €
- 75 €/venta

Empresa B

- 0 fijo
- 125 €/venta

Impresos si trabajo en la Empresa A

$$300 + 75x > 125x$$

x : nº ventas

Impresos si trabajo en la Empresa B

$$300 > 50x$$

Me interesaría más trabajar en la Empresa A si mi número de ventas es inferior a 6. Si vendo muchos, entonces la Empresa B es mi lugar.