1 Un coche teledirigido se mueve en línea recta con una velocidad constante de 0,35 m/s. Calcula la distancia que recorre en 2 min.

2 Un vehículo asciende el puerto de una montaña por una carretera de 5 km en 14,4 min y tarda 4,8 min en bajar los 6 km de la otra cara del monte. Calcula la velocidad media del movimiento completo.

3 Una ciclista que se mueve en línea recta pasa por tres puntos de control en las siguientes posiciones (vectores de posición referidos al punto de partida) y tiempos: $x_1 = 8$ m en $t_1 = 2$ s; $x_2 = 40$ m en $t_2 = 12$ s; $x_3 = 80$ m en $t_3 = 28$ s. Calcula las velocidades medias de la ciclista en:

a. El intervalo de tiempo $t_2 - t_1$.

b. El intervalo de tiempo $t_3 - t_1$.

4 Un móvil se desplaza del punto A (0 , 0) a B (0 , 3), de B a C (2 , 3), de C a D (2 , –2), de D a E (–2 , –2) y de E a F (–2 , –1). Representa gráficamente las posiciones del móvil y calcula el desplazamiento total, el espacio recorrido y la distancia entre el punto inicial y el final.

5 El vector de posición de un móvil es:
$\vec{r} = \left(2t^3 - 5t^2 + 6\right)\vec{i} + 5t\,\vec{j}$ m, donde t se mide en segundos. Calcula:

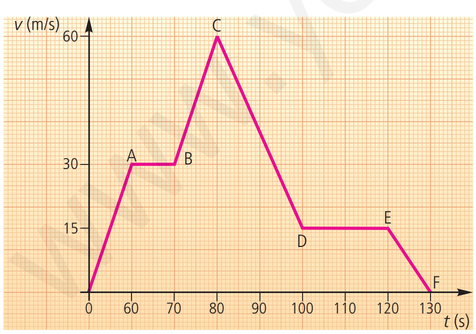
a. La velocidad media en los 2 primeros segundos y la velocidad que tendrá en ese instante.

b. Las aceleraciones tangencial y normal en el instante $t = 3$ s, con un radio de curvatura de 5 m.

6 Representa las gráficas $x(t)$ y $v(t)$ de un móvil, según estos datos:

x (m)	0	70	100	100	80	120	0
t (s)	0	5	10	15	20	25	40

7 Interpreta esta gráfica y calcula:



a. El espacio recorrido y la velocidad media.

b. La velocidad en 25 s, 75 s y 125 s.

8 Un tren se mueve en línea recta y en 2 min su velocidad cambia de 4,87 m/s a 91 km/h. Calcula:

a. La aceleración y la velocidad media.

b. La distancia recorrida en esos 2 min.

c. La velocidad del tren a los 45 s de iniciarse la aceleración.

9 Un móvil parte del reposo con una aceleración de 12 m/s^2 a lo largo de los 200 primeros metros. Mantiene constante la velocidad alcanzada durante los 10 s siguientes, para después frenar a –3 m/s^2 hasta detenerse. Permanece en reposo durante 5 s y después acelera durante los próximos 5 s hasta alcanzar una velocidad de 25 m/s, velocidad que conserva durante 10 s más. Representa en una gráfica $v(t)$ la situación anterior.

10 Un ciclista se mueve a 25,2 km/h y aumenta su velocidad 2 m/s mientras recorre 20 m. Calcula:

a. La ecuación de la velocidad en función del tiempo.

b. La ecuación del espacio recorrido en función del tiempo.

c. La ecuación de la aceleración en función del tiempo.

11. Un coche pasa de 0 a 100 km/h en 5 s. Calcula:
   a. La velocidad media y la aceleración media.
   b. La velocidad que tiene a los 2 s de iniciado el movimiento.
   c. La distancia que ha recorrido en ese tiempo.

12. Una estudiante se mueve en monopatín con una velocidad de 4,17 m/s. En el momento en que se pone en marcha el reloj comienza a frenar de forma uniforme hasta que se detiene tras recorrer 10 m. Halla:
   a. La aceleración de frenado.
   b. La ecuación de la velocidad de este movimiento.
   c. El tiempo que tarda en detenerse.

13. Por un puesto de control pasa un vehículo con una velocidad constante de 20 m/s. A los 2 s, parte del mismo punto en la misma dirección y sentido otro vehículo con una aceleración constante de 2 m/s². Calcula:
   a. El tiempo que tarda el segundo vehículo en alcanzar al primero.
   b. La distancia desde el puesto de control hasta el punto de alcance.
   c. La velocidad del segundo vehículo en el momento en el que se produce el alcance.

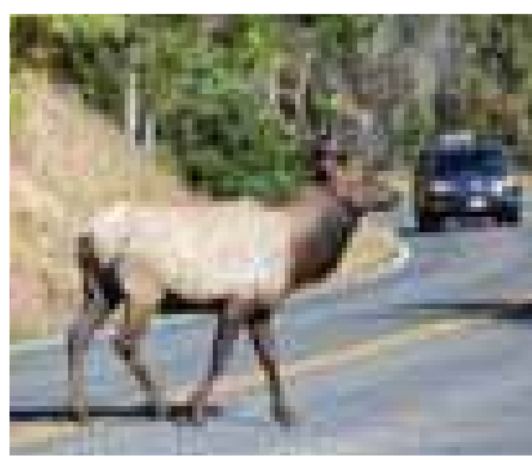
14. Un móvil que parte del reposo alcanza en 10 s una velocidad de 30 m/s. En ese instante mantiene la velocidad durante los siguientes 20 s para, posteriormente, frenar durante 5 s hasta detenerse. Haz una representación gráfica $v(t)$ de la trayectoria del móvil. Además, calcula:
   a. El espacio total recorrido por el móvil.
   b. La velocidad media.
   c. La velocidad a los 5 s.
   d. La velocidad que lleva a los 32 s de iniciarse el movimiento.

15. Un conductor viaja por una autopista recta con una velocidad inicial de 130 km/h. A los 200 m un animal se para en mitad de la carretera. ¿Cuál es la desaceleración mínima que puede evitar el accidente si el conductor tarda en reaccionar 0,5 s?

16. Un coche está detenido frente a un semáforo en rojo. Cuando se pone en verde, arranca con una aceleración constante de 2 m/s² y en ese mismo instante pasa por delante de él una furgoneta de reparto con una velocidad uniforme de 54 km/h. Calcula:
   a. El tiempo que transcurre hasta que se produce el alcance.
   b. El espacio recorrido por ambos vehículos.
   c. La velocidad del coche en ese momento.

17. Los puntos A y B están separados 50 km. De A sale un móvil a 65 m/s con MRU hacia B. Desde B sale simultáneamente hacia A otro móvil a 0,05 m/s² con MRUA. Calcula:
   a. La distancia desde A hasta el punto en el que se encuentran.
   b. El tiempo que tardan en encontrarse.
   c. La velocidad que lleva el móvil que ha salido de B en el momento del encuentro.

18. Un coche lleva una velocidad de 90 km/h y ve a 50 m una camada de ciervos en medio de la carretera. ¿Cuál será el valor de la aceleración de frenado para evitar la colisión?



19. Los puntos A y B están separados 50 km. De A sale un móvil a 0,05 m/s² con MRUA hacia B. Simultáneamente sale desde B hacia A un móvil a 40 m/s con MRU.
   a. ¿Cuánto tiempo tarda el móvil que parte de A en alcanzar al móvil que sale de B?
   b. ¿Cuánto espacio recorre el móvil que sale de A?
   c. ¿Qué velocidad lleva en el instante en que lo alcanza?

20 Una rueda de 0,25 m de radio gira a razón de 30 rpm. Calcula:

a. La velocidad angular y la lineal.

b. El periodo y la frecuencia.

c. La aceleración angular si la rueda se detiene completamente en 10 s.

d. El número de vueltas que da la rueda desde que comienza a variar su velocidad hasta que se detiene.

21 Una rueda de 0,5 m de radio inicia su movimiento con una velocidad lineal de 30 m/s. Una vez que actúa sobre ella el sistema de frenado, la rueda es capaz de detenerse en 60 s. Calcula:

a. La velocidad angular antes de comenzar la frenada.

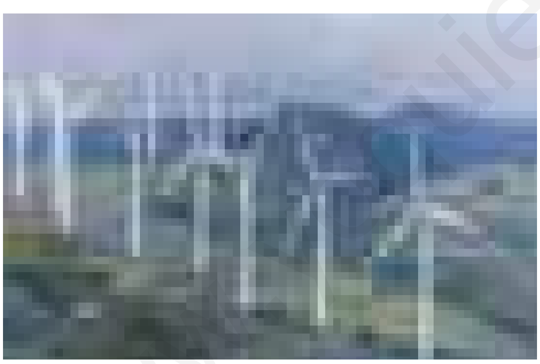
b. La aceleración angular.

c. El número de vueltas que da hasta detenerse.

22 Los álabes de una aeroturbina de energía eólica tienen una longitud de 40 m y giran, en un instante dado, con una frecuencia de 0,35 Hz. Calcula:

a. La velocidad angular en ese instante.

b. La velocidad lineal de un punto de la periferia expresada en km/h.



23 ¿Qué velocidad lineal lleva un coche con unas ruedas de 634 mm de diámetro que giran con un periodo de 0,15 s?

24 Una pelota de 10 cm de radio rueda a razón de 3 vueltas por segundo. Calcula la velocidad angular, la frecuencia, el periodo, la velocidad lineal de un punto de la periferia y el tiempo que tarda en recorrer 10 m.

25 Un tiovivo de 3 m de radio se mueve con una frecuencia de 0,2 Hz. Se sabe que desde que se oye la sirena hasta que se detiene transcurren 30 s.

a. ¿Cuál es la velocidad angular del tiovivo en su régimen normal de funcionamiento?

b. ¿Cuál es la velocidad lineal en un punto de la periferia?

c. ¿Cuál es la aceleración angular de frenado?

d. ¿Cuántas vueltas da hasta que se detiene?

26 Una rueda de 10 cm de radio se pone en movimiento con una aceleración angular de 0,2 rad/s^2.

a. ¿Cuánto tiempo tarda en dar 50 vueltas?

b. ¿Qué velocidad angular lleva en ese instante?

c. ¿Qué velocidad lineal lleva en un punto de la periferia a los 6 s?

d. ¿Qué ángulo ha girado entre 6 s y 8 s?

27 Halla la profundidad a la que se encuentra el agua de un pozo si cuando se deja caer una piedra se oye el golpe contra el agua al cabo de 1 s. (Dato: v_{sonido} = 340 m/s en el aire).

28 Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 54 km/h. Calcula la altura alcanzada, el tiempo de ascenso, la velocidad con la que llega al suelo y el tiempo total que está en el aire.

29 Dos pelotas de tenis se lanzan verticalmente hacia arriba con una velocidad de 200 m/s y un retardo de 4 s. Calcula:

a. La altura a la que se cruzan en el aire.

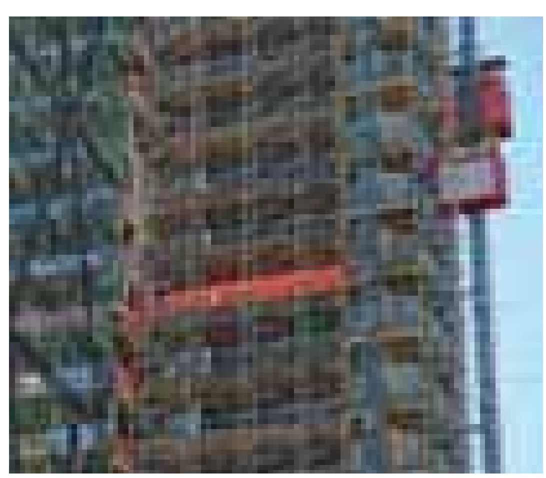
b. El tiempo que tardan en cruzarse.

c. La velocidad de cada pelota en el momento del encuentro.

30 Desde un elevador de obra que asciende a 5 m/s se desprende un saco de cemento en el instante en que se encuentra a 100 m de altura. Calcula:

a. La altura máxima alcanzada por el saco de cemento.

b. La velocidad con la que el saco llega al suelo.



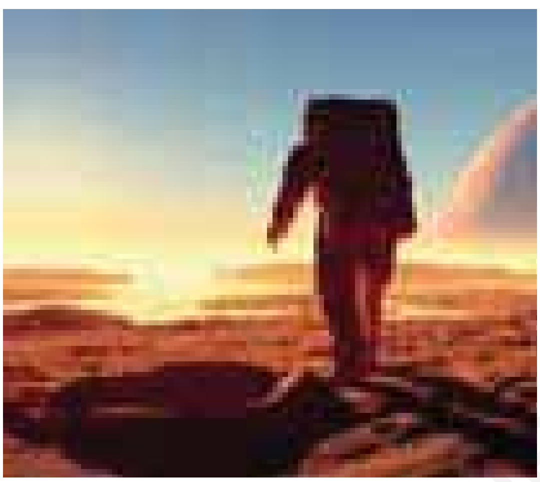
31 Un astronauta está en un planeta en el que es capaz de saltar una distancia horizontal de 86,6 m, con una velocidad inicial de 10 m/s y con un ángulo de 30° con la horizontal. Calcula:

a. La aceleración de la gravedad en ese planeta.

b. La altura máxima que alcanza el astronauta.

c. El tiempo que está en el aire.

d. Si en la Tierra es capaz de saltar en vertical una altura de 1,2 m, ¿cuánto podrá saltar en ese planeta?



32 Desde una altura *h* se lanza verticalmente hacia abajo una bombeta pirotécnica con una velocidad inicial de 10 m/s, la cual detona al alcanzar el suelo. El tiempo transcurrido entre el lanzamiento y la detonación es de 5 s. Calcula:

a. La altura desde la que ha sido lanzada.

b. La velocidad con la que llega al suelo. (Dato: v_{sonido} = 340 m/s).

33 La altura de la ventana de un edificio es de 2,5 m. Se deja caer un objeto desde la terraza y tarda 0,3 s en recorrer los 2,5 m de la ventana. Calcula:

a. La velocidad con la que pasa el objeto por delante de los puntos superior e inferior de la ventana.

b. La altura desde la que se ha lanzado el objeto, medida desde la parte inferior de la ventana.

34 La corriente de un río lleva una velocidad uniforme de 2 m/s. Se quiere cruzar el río empleando una canoa que alcanza una velocidad de 5 m/s. Si la anchura del río en el punto por donde va a cruzar la canoa es de 72 m, calcula:

a. El ángulo que tiene que llevar la canoa con respecto a la corriente del río para llegar a la otra orilla justo enfrente del punto de partida.

b. El tiempo que tarda en realizarse el cruce.

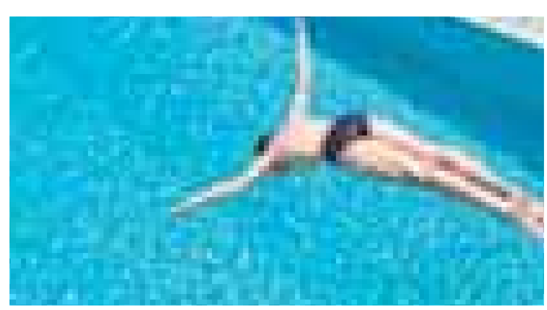
35 Por un río de 120 m de ancho navega una barca a 30 m/s. Si la velocidad de corriente del río es de 5 m/s, calcula la velocidad de la barca si inicia su movimiento formando un ángulo de 150° con la corriente del río.

36 ¿Qué velocidad debe llevar un móvil para que al lanzarlo horizontalmente desde una altura de 10 m recorra una distancia horizontal de 15 m?

37 Un saltador de trampolín llega al agua con una velocidad de 27,72 km/h. Si el salto descrito es una parábola:

a. ¿Cuál es la altura máxima alcanzada en el salto? (Supón la superficie del agua como el origen de la altura.)

b. Si la aceleración de frenado que soporta desde la superficie de la piscina es de 4,3 m/s², ¿cuánto tiempo tarda en detenerse?



38 Un avión que vuela a 1 200 m de altura lanza un paquete de ayuda humanitaria 2 km antes de sobrevolar la zona de descarga. Calcula:

a. La velocidad del avión.

b. El tiempo que está cayendo el paquete.

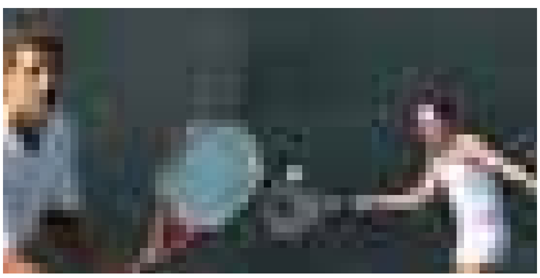
Si el paquete está preparado para resistir un impacto a una velocidad de 555 km/h, ¿resistirá la caída?

39 Un jugador de tenis lanza una pelota con una velocidad de 72,57 km/h. Supón que el tenista y la jugadora que recibe tienen la misma altura y golpean la pelota a la misma altura. Calcula:

a. El ángulo que forma la pelota con la horizontal.

b. El tiempo de subida y la altura máxima.

c. La distancia a la que se debe encontrar otro tenista de la misma altura para devolver la pelota.



40 Por un tejado que tiene una inclinación de 30° con la horizontal rueda una pelota. Si la pelota ha alcanzado el extremo del tejado con una velocidad de 9 m/s y dicho extremo está a una altura de 30 m sobre el suelo, calcula:

a. La ecuación del movimiento.

b. La distancia al pie de la fachada a la que cae la pelota.

c. El tiempo que tarda en caer.

d. La velocidad en el momento en el que toca el suelo.

41 Por una rampa de 50 m inclinada 30° con la horizontal asciende un móvil que parte del reposo con una aceleración de 10 m/s^2. ¿Qué velocidad llevará al final de la rampa? Si al llegar al final, la abandona:

a. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

b. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo desde que abandona la rampa?

c. ¿Con qué velocidad llega al suelo?

d. ¿A qué distancia horizontal se encuentra desde que comenzó el movimiento?

42 Desde una altura de 10 m se dispara a 10 m/s una flecha hacia una manzana que se encuentra a 10 m de altura y a 15 m de distancia.

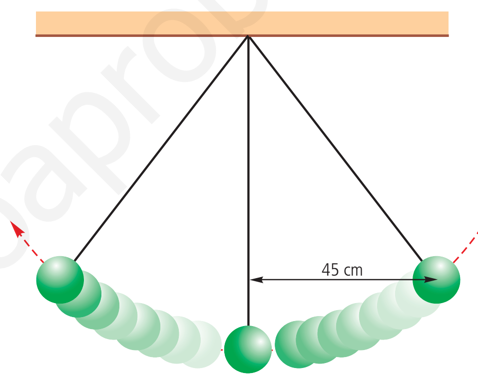
a. ¿A qué distancia pasa la flecha por debajo de la manzana?

b. Si la manzana se hubiera desprendido justo en el momento de disparar la flecha, ¿la habría alcanzado?

43 Una partícula que oscila con MAS inicia su movimiento en un extremo de su trayectoria y tarda 0,35 s en llegar al centro de esta, que se halla a 45 cm de distancia.

a. Calcula el periodo, la frecuencia, la amplitud del movimiento y la frecuencia angular.

b. Escribe la ecuación de la elongación en función del tiempo.



44 La ecuación de un MAS es $x = 0{,}13\,\text{sen}(0{,}3\pi t)$, expresada en unidades del SI. Calcula:

a. El periodo y la amplitud del movimiento.

b. La velocidad y la aceleración en función del tiempo.

c. Representa gráficamente $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

45 Una partícula describe un MAS de 1 Hz de frecuencia. Se sabe que en $t = 0$ su elongación es de $x = 2{,}15$ cm y su velocidad, de $v = 9$ cm/s. Calcula:

a. La amplitud, la frecuencia y la ecuación del movimiento.

b. La velocidad máxima de la partícula.

ACTIVIDADES

1 Una esquiadora especialista en la modalidad de salto desciende por una rampa (un plano inclinado de 50 m de longitud que forma 13° con la horizontal). El extremo inferior de la rampa se encuentra a 14 m sobre el suelo horizontal. Ignorando los rozamientos y suponiendo que la esquiadora parte del reposo, calcula:

a. La velocidad que tendrá al abandonar la rampa.

b. La distancia horizontal que recorrerá en el aire antes de llegar al suelo.

2 Se lanza una piedra desde un acantilado con un ángulo de 37° con la horizontal, como se indica en la figura. El acantilado tiene una altura de 30,5 m respecto al nivel del mar y la piedra alcanza el agua a 61 m, medidos horizontalmente desde el acantilado. Calcula:

a. El tiempo que tarda la piedra en alcanzar el mar desde que se lanza desde el acantilado.

b. La altura, *h,* máxima alcanzada por la piedra.

3 Una grúa eleva un objeto pesado a una velocidad constante de 10 m s^{-1}. Cuando el objeto se encuentra a 5 m sobre el suelo, se rompe el cable y el objeto queda en libertad.

a. ¿Hasta qué altura seguirá subiendo el objeto?

b. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo desde que se rompe el cable?

4 Una partícula realiza un MAS. Si la frecuencia de oscilación se reduce a la mitad manteniendo constante la amplitud de oscilación, explica qué ocurre con:

a. El periodo.

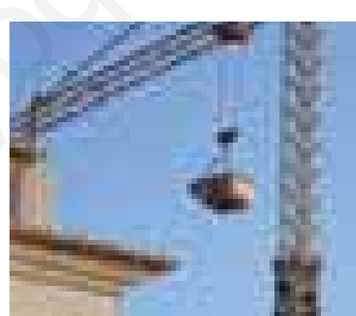
b. La velocidad máxima.

c. La aceleración máxima.

5 Una partícula realiza un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud y tarda 2 s en efectuar una oscilación completa. Si en el instante $t = 0$ su velocidad es nula y la elongación positiva, determina:

a. La expresión matemática que representa la elongación en función del tiempo.

b. La velocidad y la aceleración de oscilación en el instante $t = 0,25$ s.



6 Dos pelotas son lanzadas verticalmente con una velocidad de 30 m/s, con un intervalo de tiempo de 0,3 s entre el primer y el segundo lanzamiento.

a. ¿A qué altura se cruzan y en qué momento lo hacen desde que se lanza la primera?

b. ¿Qué altura máxima alcanzan?

SOLUCIONES

SOLUCIONES PÁG. 68

1. $x = v \cdot t = 0{,}35 \cdot 120 = 42$ m

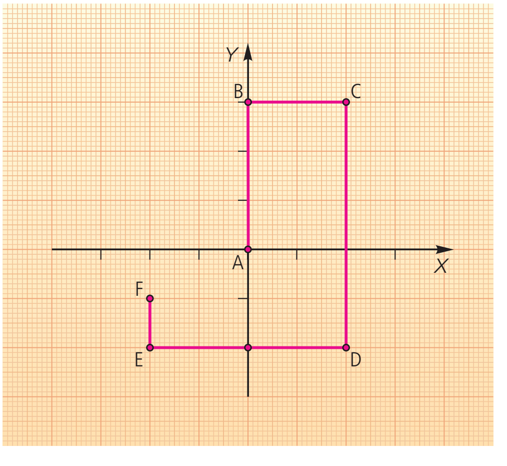
2. La velocidad media es la relación entre el espacio total recorrido y el tiempo total empleado:

$$v_m = \frac{x_1 + x_2}{t_1 + t_2} = \frac{5000\ \text{m} + 6000\ \text{m}}{864\ \text{s} + 288\ \text{s}} = 9{,}55\ \text{m/s}$$

3. **a.** $v_{21} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{40\ \text{m} - 8\ \text{m}}{12\ \text{s} - 2\ \text{s}} = 3{,}2\ \text{m/s}$

b. $v_{31} = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{80\ \text{m} - 8\text{m}}{28\ \text{s} - 2\text{s}} = 2{,}77\ \text{m/s}$

4.



El desplazamiento total es:

$\vec{r} = (-2 - 0, -1 - 0) = (-2, -1) = -2\,\vec{i} - \vec{j}$ (m)

El espacio total:

$x = 3 + 2 + 6 + 4 + 1 = 12$ m

Y la distancia AF:

$d(A, F) = |AF| = |(-2 - 0, -1 - 0)| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$ m

5. **a.** Para calcular la velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_0}{2 - 0} = \frac{(2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 6)\,\vec{i} + 5 \cdot 2\,\vec{j}}{2} = \vec{i} + 5\,\vec{j} \text{ m/s}$$

La velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (6\,t^2 - 10\,t)\,\vec{i} + 5\,\vec{j} \text{ m/s}$$

Por lo tanto, para $t = 2$ s:

$\vec{v}_2 = (6 \cdot 2^2 - 10 \cdot 2)\,\vec{i} + 5\,\vec{j} = 4\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$ m/s

$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 5^2} = 6{,}40$ m/s

b. La aceleración tangencial es:

$$\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt} = (12\,t - 10)\,\vec{i} + 0\,\vec{j} \text{ m/s}^2$$

$\vec{a}_t\,(t = 3) = 16\,\vec{i}$ m/s^2

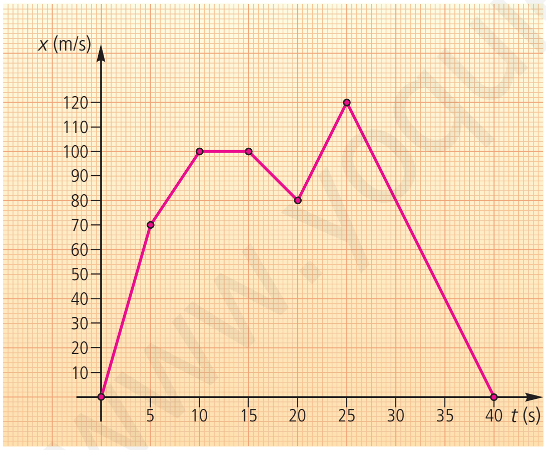
La aceleración normal es:

$\vec{v}_3 = (6 \cdot 3^2 - 10 \cdot 3)\,\vec{i} + 5\,\vec{j} = 24\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$ m/s

$|\vec{v}| = \sqrt{24^2 + 5^2} = 24{,}52$ m/s

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(24{,}52 \text{ m/s})^2}{5 \text{ m}} = 120{,}20 \text{ m/s}$$

6. La gráfica x (t) será:



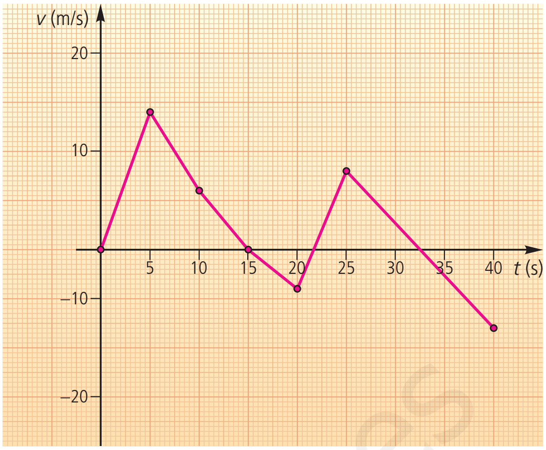
Y para representar $v\,(t)$ hay que calcular previamente las velocidades correspondientes en cada tramo:

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{70 - 0}{5 - 0} = 14 \text{ m/s} \qquad v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 - 70}{10 - 5} = 6 \text{ m/s}$$

$$v_3 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100 - 100}{15 - 10} = 0 \text{ m/s} \qquad v_4 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{80 - 100}{20 - 15} = -4 \text{ m/s}$$

$$v_5 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{120 - 80}{25 - 20} = 8 \text{ m/s} \qquad v_6 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 120}{40 - 25} = -8 \text{ m/s}$$

Y ahora, con estos datos, la gráfica $v\,(t)$ es:



7. **a.** Vemos que la velocidad no es constante en los tramos OA, BC, CD y EF por lo que estamos hablando de un MRUA, mientras que en los tramos AB y DE sí es constante (MRU). Calculamos la velocidad que tiene en cada tramo:

Tramo OA

$$a_a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{30 \text{ m/s} - 0}{60 \text{ s}} = 0{,}5 \text{ m/s}^2$$

$$x_a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{(30 \text{ m/s})^2 - 0^2}{2 \cdot 0{,}5 \text{ m/s}^2} = 900 \text{ m}$$

Tramo AB

$x_b = v \cdot t = 30$ m/s $\cdot$ (70 s – 60 s) = 300 m

Tramo BC

$$a_c = \frac{v - v_0}{t} = \frac{60 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{80 \text{ s} - 70 \text{ s}} = 3 \text{ m/s}^2$$

$$x_c = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{(60 \text{ m/s})^2 - (30 \text{m/s})^2}{2 \cdot 3 \text{ m/s}^2} = 450 \text{ m}$$

Tramo CD

$$a_d = \frac{v - v_0}{t} = \frac{15 \text{ m/s} - 60 \text{ m/s}}{100 \text{ s} - 80 \text{ s}} = -2{,}25 \text{ m/s}^2$$

$$x_d = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = 750 \text{ m}$$

Tramo DE

$x_e = v \cdot t = 15$ m/s $\cdot$ 20 s = 300 m

Tramo EF

$$a_f = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 15 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = -1{,}5 \text{ m/s}^2$$

$$x_f = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = 75 \text{ m}$$

El espacio recorrido:

$x_T = 900 + 300 + 450 + 750 + 300 + 75 = 2\,775$ m

La velocidad media: $v_m = \dfrac{x_T}{t} = \dfrac{2775 \text{ m}}{130 \text{ s}} = 21{,}35$ m/s

b. Las velocidades serán:

$v\,(t = 25 \text{ s}) = v_0 + at = 0 + 0{,}5 \cdot 25 = 12{,}5$ m/s

$v\,(t = 75 \text{ s}) = v_0 + at = 30 + 3 \cdot (75 - 70) = 45$ m/s

$v\,(t = 125 \text{ s}) = v_0 + at = 15 + (-1{,}5) \cdot (125 - 120) = 7{,}5$ m/s

8. **a.** La aceleración:

$$v = v_0 + at \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{25{,}28 - 4{,}87}{120} = 0{,}17 \text{ m/s}^2$$

El espacio recorrido será:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 4{,}87 \cdot 120 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}17 \cdot 120^2 = 1808{,}4 \text{ m}$$

La velocidad media: $v_m = \frac{s}{t} = \frac{1808{,}4}{120} = 14{,}37$ m/s

b. El espacio recorrido será:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 4{,}87 \cdot 120 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}17 \cdot 120^2 = 1808{,}4 \text{ m}$$

c. La velocidad en el tiempo pedido:

$v(t = 45 \text{ s}) = v_0 + at = 4{,}87 + 0{,}17 \cdot 45 = 12{,}52$ m/s

9. Vamos resolviendo el ejercicio por tramos:

$v_0 = 0$

$a = 12$ m/s²

$x = 200$ m

$v^2 - v_0^2 = 2\,ax \Rightarrow v = \sqrt{2\,ax} = \sqrt{2 \cdot 12 \cdot 200} = 69{,}28$ m/s

$$v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{69{,}28}{12} = 5{,}77 \text{ s}$$

Mantiene la velocidad constante de 69,28 m/s durante 10 s.

Luego frena hasta detenerse con una aceleración de –3 m/s².

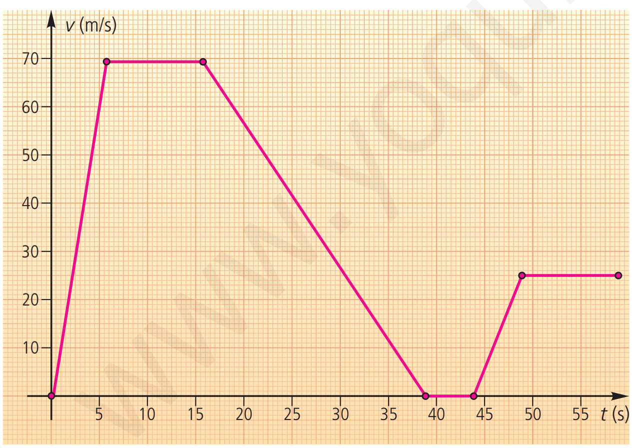
$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 69{,}28}{-3} = 23{,}09 \text{ s}$$

Después permanece en reposo durante 5 s.

Acelera durante otros 5 s hasta alcanzar la velocidad de 25 m/s.

Por último, conserva esta velocidad durante 10 s.

Gráficamente:



10. **a.** $v_0 = 25{,}2$ km/h = 7 m/s

$v = (7 + 2) = 9$ m/s $v^2 - v_0 = 2\,ax \Rightarrow a = 1{,}6$ m/s²

$x = 20$ m

La ecuación de la velocidad es: $v = v_0 + at$

$v(t) = 7 + 1{,}6\,t$

b. La ecuación del espacio en función del tiempo es:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x(t) = 7\,t + \frac{1}{2}1{,}6\,t^2 = 7\,t + 0{,}8\,t^2$$

c. La aceleración es constante: $a(t) = \text{cte} = 1{,}6$ m/s²

SOLUCIONES PÁG. 69

11. **a.** $t = 5$ s; $v_0 = 100$ km/h = 27,78 m/s

Calculamos la aceleración media:

$$a_m = \frac{v - v_0}{t} = \frac{27{,}78 - 0}{5} = 5{,}56 \text{ m/s}^2$$

El espacio recorrido en 5 s es: $x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = 69{,}40$ m

La velocidad media: $v_m = \frac{x}{t} = \frac{69{,}40}{5} = 13{,}88$ m/s

b. Para $t = 2$ s, la velocidad es:

$v(t = 2 \text{ s}) = v_0 + at = 0 + 5{,}56 \cdot 2 = 11{,}12$ m/s

c. El espacio que recorre en los 2 s es:

$$x(t = 2 \text{ s}) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}56 \cdot 2^2 = 11{,}12 \text{ m}$$

12. **a.** $v_0 = 4{,}71$ m/s; $v = 0$; $x = 10$ m

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,x} = -0{,}87 \text{ m/s}^2$$

b. La ecuación de la velocidad: $v(t) = v_0 + at = 4{,}17 + 0{,}87\,t$ (m/s)

c. El tiempo que tarda en detenerse:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 4{,}17}{-0{,}87} = 4{,}79 \text{ s}$$

13. $v_1 = 20$ m/s; $a_2 = 2$ m/s²

a. El segundo vehículo sale dos segundos después, por lo tanto, su tiempo es $t - 2$:

$x_1 = v_1 t = 20\,t$

$$x_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2 = \frac{1}{2}2 \cdot (t - 2)^2$$

Los espacios recorridos por ambos son iguales $x_1 = x_2$:

$$20\,t = \frac{1}{2}2 \cdot (t - 2)^2$$

Las soluciones que se obtiene de esta ecuación son: $t_1 = 0{,}17$ s y $t_2 = 23{,}83$ s. Solo es físicamente aceptable la segunda, pues para la primera el segundo móvil no ha salido aún.

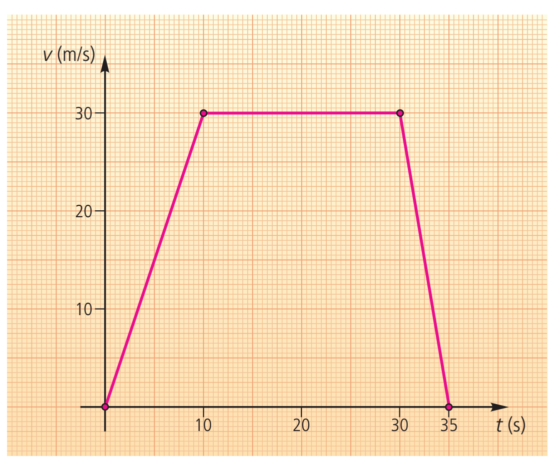
El segundo vehículo tarda: $t_2 = 23{,}83 - 2 = 21{,}83$ s

b. La distancia recorrida será: $x = v_1 t = 20 \cdot 23{,}83 = 476{,}6$ m

c. Y la velocidad del segundo vehículo en el momento del alcance será:

$v = v_0 + at = 0 + 2 \cdot 21{,}83 = 43{,}66$ m/s

14. **a.**



Calculamos el espacio que recorre en cada tramo: $t_1 = 10$ s

$$v_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{v - v_0}{t} = 3 \text{ m/s}^2 \\ v^2 - v_0^2 = 2\,ax \Rightarrow x_1 = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \dfrac{30^2}{2 \cdot 3} = 150 \text{ m} \end{cases}$$

$v = 30$ m/s

$t_2 = 20 \text{ s} \Rightarrow x_2 = vt_2 = 30 \cdot 20 = 600$ m

$t_3 = 5$ s

$$v_0 = 30 \text{ m/s} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{v - v_0}{t} = -6 \text{ m/s}^2 \\ v^2 - v_0^2 = 2\,ax \Rightarrow x_3 = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \dfrac{-30^2}{2 \cdot (-6)} = 75 \text{ m} \end{cases}$$

$v = 0$

El espacio total será: $x_T = 150 + 600 + 75 = 825$ m

b. La velocidad media es:

$$v_m = \frac{x_T}{t_{\text{total}}} = \frac{825}{10 + 20 + 5} = 23{,}57 \text{ m/s}$$

c. A los 5 segundos el móvil está en el primer tramo:

$v\,(t = 5 \text{ s}) = v_0 + at = 0 + 3 \cdot 5 = 15$ m/s

d. A los 32 segundos está en el último tramo, este empieza en el segundo 30, por lo tanto llevará 2 s en este tramo:

$v\,(t = 32 \text{ s}) = v_0 + at' = 30 + (-6) \cdot 2 = 18$ m/s

15. $v_0 = 130$ km/h $= 36{,}11$ m/s; $v = 0$; $x = 50$ m

Lo primero que tenemos que hacer es calcular el espacio que recorre antes de reaccionar:

$x = vt = 36{,}11 \cdot 0{,}5 = 18{,}06$ m

Por tanto, tiene $x' = 200 - 18{,}06 = 181{,}94$ m para detenerse.

La aceleración mínima es:

$$v^2 - v_0^2 = 2\,ax' \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,x'} = \frac{0^2 - 36{,}11^2}{2 \cdot 181{,}94} = -3{,}58 \text{ m/s}^2$$

16. a. Los espacios recorridos y los tiempos empleados por ambos son los mismos.

$x = vt = 15\,t$

$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}2\,t^2$ Igualando ambas ecuaciones y resolviendo obtenemos: $t = 0$ y $t = 15$ s

Siendo $t = 15$ s la solución físicamente aceptable.

b. Con esta solución se obtiene: $x = 15\,t = 225$ m

c. La velocidad del coche será:

$v = v_0 + at = 0 + 2 \cdot 15 = 30$ m/s $= 108$ km/h

17. a. Los tiempos son iguales y los espacios están relacionados, entre los dos recorren los 50 km que separan los puntos A y B.

$x_1 = vt = 65\,t$

$$x_2 = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 50\,000 - x_1 = \frac{1}{2}0{,}05\,t^2$$

Resolviendo este sistema (igualando x) se obtienen dos soluciones del tiempo: $t = -3\,220{,}94$ s y t 620,94 s. Siendo esta última la solución aceptable. La distancia desde el punto A es:

$x_1 = vt = 65\,t = 65 \cdot 620{,}94 = 40\,361{,}1$ m

b. El tiempo es: 620,94 s.

c. La velocidad del móvil que parte de B es:

$v = v_0 + at = 0{,}05 \cdot 620{,}94 = 31{,}05$ m/s

18. $v_0 = 90$ km/h $= 25$ m/s; $x = 50$ m

$$v^2 - v_0^2 = 2\,ax \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,x} = \frac{0^2 - 25^2}{2 \cdot 50} = -6{,}25 \text{ m/s}^2$$

19. a. Los tiempos son iguales y los espacios están relacionados:

$50\,000 - x = vt = 40\,t$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}0{,}05\,t^2$$

Así, tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas, t y x, que al resolver resulta: $t = 824{,}81$ s y $t = -2\,424{,}81$ s. Descartamos la solución negativa.

b. El espacio que recorre el móvil que sale desde A será:

$$x = \frac{1}{2} \cdot 0{,}05 \cdot 824{,}81^2 = 17\,007{,}79 \text{ m}$$

c. La velocidad a la que va: $v = v_0 + at = 0{,}05 \cdot 824{,}81 = 41{,}24$ m/s

SOLUCIONES PÁG. 70

20. a. $r = 0{,}25$ m

$$\omega = 30 \text{ rpm} = 30\,\frac{2\pi}{60} = \pi \text{ rad/s}$$

$v = \omega r = \pi \cdot 0{,}25 = 0{,}79$ m/s

b. $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 0{,}5 \text{ s}^{-1}$, $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{0{,}5} = 2$ s

c. Si la rueda se detiene en 10 s:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - \pi}{10} = -0{,}31 \text{ rad/s}^2$$

d. Número de vueltas:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\,\alpha\theta \Rightarrow \theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\,\alpha} = \frac{0 - \pi^2}{2 \cdot (-0{,}31)} = 15{,}92 \text{ rad}$$

Estos radianes tenemos que pasarlos a vueltas. Para ello hay que tener en cuenta que 1 vuelta equivale a 2π rad:

$$\text{n.º vueltas} = \frac{15{,}92}{2\pi} = 2{,}53 \text{ vueltas}$$

21. a. La velocidad angular será:

$$v_0 = \omega_0 r \Rightarrow \omega_0 = \frac{30}{0{,}5} = 60 \text{ rad/s}$$

b. La aceleración angular es:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 60}{60} = -1 \text{ rad/s}^2$$

c. Para calcular las vueltas se halla primero el ángulo girado:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\,\alpha\theta \Rightarrow \theta = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\,\alpha} = \frac{0 - 60^2}{2 \cdot (-1)} = 1800 \text{ rad}$$

Y las vueltas serán entonces: $\text{vueltas} = \dfrac{1800}{2\pi} = 286{,}48$

22. a. $r = 40$ m; $f = 0{,}35 \text{ s}^{-1}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 0{,}35 = 2{,}2$ rad/s

b. La velocidad lineal: $v = \omega r = 2{,}2 \cdot 40 = 87{,}96$ m/s $= 316{,}67$ km/h

Parece que se mueven despacio, pero su velocidad en punta es considerable, ¿verdad?

23. $D = 634$ mm

$$r = \frac{D}{2} = 0{,}317 \text{ m} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 41{,}89 \text{ rad/s}$$

$T = 0{,}15$ s

La velocidad lineal: $v = \omega r = 41{,}89 \cdot 0{,}317 = 13{,}28 \text{ m/s} = 47{,}80 \text{ km/h}$

24. $r = 10 \text{ cm} = 0{,}1$ m; $f = 3$ vueltas/s $= 3 \text{ s}^{-1}$

$\omega = 2\pi f = 6\pi$ rad/s

$$T = \frac{1}{f} = 0{,}33 \text{ s}$$

La velocidad de un punto exterior: $v = \omega r = 6\pi \cdot 0{,}1 = 1{,}88$ m/s

Para recorrer 10 m tiene que girar: $\theta = \frac{x}{r} = \frac{10}{0{,}1} = 100$ rad

Como $\theta = \omega t \Rightarrow t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{100}{6\pi} = 5{,}31 \text{ s}$

25. **a.** $r = 3$ m; $f = 0{,}2$ Hz y $t = 30$ s

Por tanto, la velocidad angular es:

$\omega = 2\pi f = 1{,}26$ rad/s

b. La velocidad lineal: $v = \omega r = 3{,}78$ m/s

c. La aceleración angular es:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 1{,}26}{30} = -0{,}042 \text{ rad/s}^2$$

d. Y las vueltas que da hasta que se detiene:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 1{,}26 \cdot 30 + \frac{1}{2} \cdot (-0{,}0042) \cdot 30^2 =$$

$$= 18{,}9 \text{ rad} = \frac{18{,}9}{2\pi} \text{ vueltas} = 3 \text{ vueltas}$$

26. **a.** 50 vueltas equivalen a girar $50 \cdot 2\pi$ rad $= 100\pi$ rad, por tanto, como $r = 10$ cm $= 0{,}1$ m; $\alpha = 0{,}2$ rad/s², y $\omega_0 = 0$:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow 100\pi = \frac{1}{2}(0{,}2)\, t^2 = 100\pi \Rightarrow t = 56{,}05 \text{ s}$$

b. La velocidad angular:

$\omega\,(t = 56{,}05 \text{ s}) = \omega_0 + \alpha t = 0{,}2 \cdot 56{,}05 = 11{,}21$ rad/s

c. La velocidad de un punto de la periferia en $t = 6$ s:

$v\,(t = 6 \text{ s}) = \omega\,(t = 6 \text{ s})\, r = (\omega_0 + \alpha t)\, r = 0{,}2 \cdot 6 \cdot 0{,}1 = 0{,}12$ m/s

d. El ángulo girado entre los segundos 6 y 8 será:

$$\theta\,(t = 8 \text{ s}) - \theta\,(t = 6 \text{ s}) = \frac{1}{2}\alpha\, 8^2 - \frac{1}{2}\alpha\, 6^2 = 2{,}8 \text{ rad}$$

27. Los espacios de subida y de bajada son iguales.

Hacia abajo tenemos MRUA ($a = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) y hacia arriba MRU ($v = 340$ m/s)

$$\downarrow y = \frac{1}{2}at_{\downarrow}^2 = \frac{1}{2}9{,}8\, t_{\downarrow}^2 \qquad \text{Tenemos como dato que } t_{\downarrow} + t_{\uparrow} = 1\text{s}$$

$$\uparrow y = vt_{\uparrow}$$

Entonces: $340\,(1 - t_{\downarrow}) = \frac{1}{2}9{,}8\, t_{\downarrow}^2 \Rightarrow t_{\downarrow} = 0{,}99$ s

La profundidad del pozo pedida será: $y = \frac{1}{2}9{,}8\, t_{\downarrow}^2 = 4{,}85$ m

28. Subida: $v_0 = 54$ km/h $= 15$ m/s; $v = 0$; $a = -9{,}8$ m/s²

$$t_{\uparrow} = \frac{v - v_0}{a} = \frac{-15}{-9{,}8} = 1{,}53 \text{ s}$$

Para calcular la altura máxima alcanzada:

$$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow h = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{0 - 15^2}{2\,(-9{,}8)} = 11{,}48 \text{ m}$$

Cuando el punto en el que iniciamos el estudio está a la misma altura que el punto en el que lo concluimos, se puede demostrar que el tiempo de subida y el de bajada coinciden, y las velocidades también coinciden (la inicial en la subida con la final en la bajada).

Bajada: $h = 11{,}48$ m; $v_0 = 0$; $a = 9{,}8$ m/s²

$$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow v = \sqrt{2\,ah} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 11{,}48} = 15 \text{ m/s}$$

$$t_{\downarrow} = \frac{v - v_0}{a} = \frac{15}{9{,}8} = 1{,}53 \text{ s}$$

$t_{total} = t_{\downarrow} + t_{\uparrow} = 2 \cdot 1{,}53 = 3{,}06$ s

29. **a.** y **b.** Cuando se cruzan los dos están a la misma altura, la primera bajando y la segunda subiendo y como: $v_1 = 200$ m/s $= v_2$; $t_2 = t - 4$:

$$y_1 = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = 200\, t + \frac{1}{2}(-9{,}8)\, t^2$$

$$y_2 = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = 200\,(t - 4) + \frac{1}{2}(-9{,}8)\,(t - 4)^2$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow 200\, t + \frac{1}{2}(-9{,}8)\, t^2 = 200\,(t - 4) + \frac{1}{2}(-9{,}8)\,(t - 4)^2$$

De donde obtenemos: $t = 22{,}41$ s

Y la altura a la que se cruzan es:

$$y_1 = 200 \cdot 22{,}41 + \frac{1}{2} \cdot (-9{,}8)\, 22{,}41^2 = 2\,021{,}18 \text{ m}$$

c. Como salieron con la misma velocidad inicial y se encuentran a la misma altura, las dos pelotas tienen la misma velocidad, aunque en sentido contrario, ya que una baja y la otra sube:

$v_1 = v_0 + gt = 200 - 9{,}8 \cdot 22{,}41 = -19{,}62$ m/s

$v_2 = 19{,}62$ m/s

30. **a.** Cuando se encuentra a 100 m de altura el saco de cemento tiene una velocidad de 5 m/s hacia arriba, por lo que asciende unos metros para después bajar por su propio peso.

Ascenso

$v_0 = 5$ m/s; $v = 0$; $a = -9{,}8$ m/s²

$v^2 - v_0^2 = 2\,ay$; de donde: $y = 1{,}28$ m

La altura máxima alcanzada será: $H = 100 + 1{,}28 = 101{,}28$ m

b. Para calcular la velocidad con la que llega al suelo, descenso, tenemos: $H = 101{,}28$ m; $v_0 = 0$ y $a = 9{,}8$ m/s², y por tanto:

$$v^2 - v_0^2 = 2\,aH \Rightarrow v = \sqrt{2\,aH} = 44{,}55 \text{ m/s}$$

SOLUCIONES PÁG. 71

31. **a.** El alcance es: $x = 86{,}6$ m

Con estos datos: $v_0 = 10$ m/s y $\theta = 30°$, podemos obtener las velocidades iniciales según los ejes X e Y:

$v_{0x} = 10 \cos 30° = 8{,}66$ m/s

$v_{oy} = 10 \text{ sen } 30° = 5$ m/s

Como el punto de salida y el punto de llegada están a la misma altura podemos considerar que el astronauta solo sube y avanza la mitad del alcance: $\frac{x}{2} = 43{,}3 \text{ m} = k$

De esta manera: $k = v_{0x} t_{\uparrow} \Rightarrow t_{\uparrow} = \dfrac{43{,}3}{8{,}66} = 5\ \text{s}$

En el movimiento de ascenso tenemos:

$v = v_0 + at \Rightarrow a = \dfrac{v - v_0}{t} = \dfrac{0 - 5}{5} = -1\ \text{m/s}^2$

Donde a es el valor de la aceleración de la gravedad en dicho planeta.

b. La altura máxima alcanzada:

$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow h = \dfrac{0 - 5^2}{2 \cdot (-1)} = 12{,}5\ \text{m}$

c. El astronauta está en el aire: $t = 2 \cdot 5 = 10\ \text{s}$

d. En la Tierra es capaz de saltar 1,2 m y sabemos que $a = 9{,}8\ \text{m/s}^2$, esto significa que podemos calcular la velocidad inicial con la que salta:

$v^2 - v_0^2 = 2\,as \Rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 - 2\,as} = \sqrt{-2 \cdot (-9{,}8) \cdot 1{,}2} = 4{,}85\ \text{m/s}$

Con esta misma velocidad y la aceleración del otro planeta tendremos:

$v^2 - v_0^2 = 2\,as \Rightarrow s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \dfrac{0 - 4{,}85^2}{2 \cdot (-1)} = 11{,}76\ \text{m}$

Es decir, alcanzará una altura 9,8 veces mayor.

32. **a.** Cuando baja tiene un MRUA:

$h = h_0 + v_0 t_{\downarrow} + \dfrac{1}{2}\,a t_{\downarrow}^2 = 10\,t_{\downarrow} + \dfrac{1}{2}\,9{,}8\,t_{\downarrow}^2$

Cuando sube es un MRU: $h = vt_{\uparrow} = 340\,t_{\uparrow}$

Con estas dos ecuaciones y con la condición que liga los tiempos: $t_{\text{total}} = t_{\uparrow} + t_{\downarrow} = 5\ \text{s}$, tenemos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas cuyas soluciones son: $t_{\downarrow} = 4{,}57\ \text{s}$ y $t_{\uparrow} = 0{,}43\ \text{s}$

De esta manera: $h = vt_{\uparrow} = 340\,t_{\uparrow} = 146{,}2\ \text{m}$

b. La velocidad con la que llega al suelo será:

$v = v_0 + at_{\downarrow} = 10 + 9{,}8 \cdot 4{,}57 = 54{,}79\ \text{m/s}$

33. **a.** La velocidad con que llega a la parte superior de la ventana será:

$h = h_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}\,at^2 \Rightarrow 2{,}5 = v_0 \cdot 0{,}3 + \dfrac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}3^2 \Rightarrow v_0 = 6{,}86\ \text{m/s}$

La velocidad en la parte inferior:

$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2\,ah} = \sqrt{6{,}86^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 2{,}5} = 9{,}8\ \text{m/s}$

b. Para calcular la altura tenemos en cuenta que el objeto se lanza sin velocidad inicial:

$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow h = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \dfrac{9{,}8^2}{2 \cdot 9{,}8} = 4{,}9\ \text{m}$

Medidos desde la parte inferior de la ventana.

34. **a.** Para que llegue justo enfrente del punto de partida, la velocidad a lo largo del eje X tiene que ser cero. Por lo tanto: $v_{x\ \text{canoa}} = v_{\text{río}}$

$v_{x\ \text{canoa}} = v_{\text{canoa}} \cos\theta$

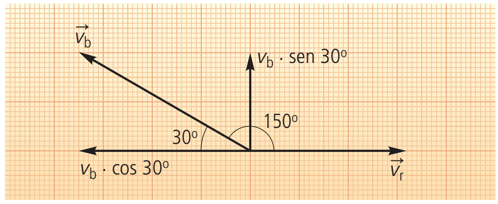
$\cos\theta = \dfrac{v_x}{v} = \dfrac{2}{5} = 0{,}4 \Rightarrow \theta = 66{,}4^\circ$

b. Calculamos la velocidad de la canoa en esa dirección:

$v_y = v\,\text{sen}\,\theta = 4{,}58\ \text{m/s}$

$y = vt \Rightarrow t = \dfrac{y}{v} = \dfrac{72}{4{,}58} = 15{,}75\ \text{s}$

35. Representamos la situación utilizando un diagrama vectorial, donde $v_b = 30\ \text{m/s}$ y $v_r = 5\ \text{m/s}$:



$\vec{v}_r = 5\,\vec{i}\ \text{m/s}$

$\vec{v}_b = (v_b \cos 30^\circ\,\vec{i} + v_b\,\text{sen}\,30^\circ\,\vec{j})\ \text{m/s} = (-30 \cos 30^\circ\,\vec{i} + 30\,\text{sen}\,30^\circ\,\vec{j}) =$
$= (-25{,}98\,\vec{i} + 15\,\vec{j})\ \text{m/s}$

$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_b = (-20{,}98\,\vec{i} + 15\,\vec{j})\ \text{m/s}$

La velocidad será:

$|\vec{v}| = \sqrt{(-20{,}98)^2 + 15^2} = 25{,}79\ \text{m/s}$

$\theta = \text{arc tg}\,\dfrac{15}{-20{,}98} = -35^\circ$

Formará un ángulo de 145º con la corriente.

36. Es un lanzamiento horizontal que descomponemos en dos, uno de desplazamiento horizontal MRU y otro de descenso MRUA.

En el desplazamiento horizontal: $x = vt \Rightarrow 15 = vt$

En el movimiento de descenso:

$h = \dfrac{1}{2}\,at^2 \Rightarrow 10 = \dfrac{1}{2}\,9{,}8\,t^2 \Rightarrow 1{,}43\ \text{s}$

Por lo tanto, la velocidad horizontal es: $v = \dfrac{15}{t} = \dfrac{15}{1{,}43} = 10{,}49\ \text{m/s}$

37. **a.** Planteamos la ecuación de MRUA en donde en el punto de máxima altura la velocidad es 0.

$v = 27{,}72\ \text{km/h} = 7{,}7\ \text{m/s}$

$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow h = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \dfrac{7{,}7^2 - 0^2}{2 \cdot 9{,}8} = 3{,}03\ \text{m}$

b. Aceleración de frenado: $a = -4{,}3\ \text{m/s}^2$

Para calcular el tiempo que tarda en detenerse sabemos que la velocidad inicial es 7,7 m/s y que la final será 0.

$v = v_0 + at \Rightarrow t = \dfrac{v - v_0}{a} = \dfrac{-7{,}7}{-4{,}3} = 1{,}79\ \text{s}$

38. **a.** En el desplazamiento horizontal: $x = vt \Rightarrow 2\,000 = vt$

El tiempo se calcula utilizando el movimiento de descenso:

$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}\,at^2 \Rightarrow 1200 = \dfrac{1}{2}\,at^2 = \dfrac{1}{2}\,9{,}8\,t^2 \Rightarrow t = 15{,}65\ \text{s}$

La velocidad del avión será entonces:

$v = \dfrac{2\,000}{t} = 127{,}8\ \text{m/s} = 460{,}06\ \text{km/h}$

b. El tiempo se ha calculado en el apartado anterior: $t = 15{,}65\ \text{s}$

c. La velocidad calculada es a lo largo del eje X, para calcular la velocidad según el eje Y:

$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2\,ah} = \sqrt{0 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 1200} = 153{,}36\ \text{m/s}$

De esta manera la velocidad con la que llega al suelo será:

$\vec{v} = (127{,}8\,\vec{i} - 153{,}36\,\vec{j})\ \text{m/s}$

$|\vec{v}| = \sqrt{127{,}8^2 + (-153{,}36)^2} = 199{,}63\ \text{m/s} = 718{,}67\ \text{km/h}$

Y como $|\vec{v}| > 555\ \text{km/h}$, el paquete no resiste la caída.

SOLUCIONES PÁG. 72

39. **a.** $v = 72{,}57$ km/h $= 20{,}16$ m/s; $v_{0x} = 20{,}16 \cos 15° = 19{,}47$ m/s y $v_{0y} = 20{,}16 \text{ sen } 15° = 5{,}22$ m/s

$$v = v_0 + at_\uparrow \Rightarrow t_\uparrow = \frac{-5{,}22}{-9{,}8} = 0{,}53 \text{ s}$$

La altura (medida desde la raqueta):

$$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow h = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{-5{,}22^2}{2 \cdot (-9{,}8)} = 1{,}39 \text{ m}$$

b. Como los dos tenistas están a la misma altura el tiempo de subida y el de bajada son iguales:

$t_{total} = t_\uparrow + t_\downarrow = 2 \cdot 0{,}53 = 1{,}06$ s

Y la distancia a la que se tendrá que colocar el otro tenista será:
$x = v_{0x} t_{total} = 19{,}47 \cdot 1{,}06 = 20{,}64$ m

40. **a.** Esta velocidad de 9 m/s hay que descomponerla vectorialmente:

$v_{0x} = 9 \cos 30° = 7{,}79$ m/s

$v_{0y} = 9 \text{ sen } 30° = 4{,}5$ m/s

Tal y como hemos visto en ejercicios anteriores el movimiento horizontal se trata como MRU y el vertical como MRUA.

Horizontal: $x = v_{0x} t = 7{,}79\, t$ (m)

Vertical:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow y = 30 - 4{,}5\, t - \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2$$

Por tanto, la ecuación del movimiento es: $y = -4{,}9\, t^2 - 4{,}5\, t + 30$ (m)

b. Primero calculamos el tiempo que tarda en caer:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow 0 = 30 - 4{,}5\, t - \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2 \Rightarrow t = 2{,}06 \text{ s}$$

(La otra solución es negativa y no es físicamente aceptable.)

De esta manera, la distancia a la que cae la pelota de la fachada será:

$x = v_{0x} t = 7{,}79\, t = 7{,}79 \cdot 2{,}05 = 16{,}05$ m

c. El tiempo se calculó en el apartado anterior: 2,06 s.

d. La velocidad con la que llega al suelo:

$v = v_0 + at = 4{,}5 + 9{,}8 \cdot 2{,}06 = 24{,}69$ m/s

Vectorialmente: $\vec{v} = (7{,}79\,\vec{i} - 24{,}59\,\vec{j})$ m/s

41. **a.** Al final de la rampa: $v^2 - v_0^2 = 2\,as \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 50} = 31{,}62$ m/s

Una vez que llega a la parte alta de la rampa la abandona, y volvemos a tener un ejercicio de movimiento parabólico en el que la velocidad de salida de la rampa hemos de descomponerla vectorialmente.

$v_{0x} = 31{,}62 \cos 30° = 27{,}39$ m/s $\quad v_{0y} = 31{,}62 \text{ sen } 30° = 15{,}81$ m/s

La velocidad vertical en ese punto será cero.

$$v^2 - v_0^2 = 2\,ah \Rightarrow h = \frac{v^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{-15{,}81^2}{2 \cdot (-9{,}8)} = 12{,}75 \text{ m}$$

b. Empezamos por calcular la altura de la rampa:

$$\text{sen } 30° = \frac{h}{s} \Rightarrow h = 50 \text{ sen } 30° = 25 \text{ m}$$

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

$0 = 25 + 15{,}81\, t - 4{,}9\, t^2$

$t = 4{,}39$ s (la otra solución es negativa.)

c. Cuando llega al suelo la altura es cero:

$v = v_0 + at$

$v = 15{,}81 - 9{,}8 \cdot 4{,}39 = -27{,}21$ m/s

En el eje X la velocidad es la misma que al principio del movimiento: 27,39 m/s.

d. Calculamos la distancia pedida:

$$\cos 30° = \frac{x_1}{50} \Rightarrow x_1 = 43{,}3 \text{ m}$$

$x_2 = v_{0x} t = 27{,}39 \cdot 4{,}39 = 120{,}24$ m

$x_{total} = x_1 + x_2 = 163{,}54$ m

42. Comenzamos respondiendo el apartado **b.**: Sí, la alcanzará seguro, tanto la flecha como la manzana descienden con idéntica aceleración: la de la gravedad.

Se supone que se ha cumplido la parte a, es decir, que el alcance de la flecha supera los 12 m.

a. Lo primero que hay que hacer es calcular el tiempo que tarda la flecha en recorrer 12 m.

$$\text{MRU} \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{12}{10} = 1{,}2 \text{ s}$$

Y ahora hay que calcular la altura que desciende la flecha en ese tiempo, teniendo en cuenta que es un MRUA.

$a = 9{,}8$ m/s^2

$v_{0y} = 0$

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}2^2 = 7{,}06 \text{ m}$$

La flecha pasa entonces 7,06 m por debajo de la manzana.

43. **a.** Tarda 0,35 s en llegar del extremo al centro, luego el periodo es:
$T = 0{,}35 \cdot 4 = 1{,}4$ s

$$f = \frac{1}{T} = 0{,}71 \text{ s}^{-1}$$

$\omega = 2\pi f = 4{,}49$ rad/s

$A = 45$ cm $= 0{,}45$ m

b. Para calcular la ecuación del movimiento solo hay que aplicar las condiciones iniciales:
$x = A \text{ sen}(\omega t + \theta)$

$$x(t = 0) = A \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$x = A \text{ sen}(\omega t + \theta) = 0{,}45 \text{ sen}\left(1{,}42\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

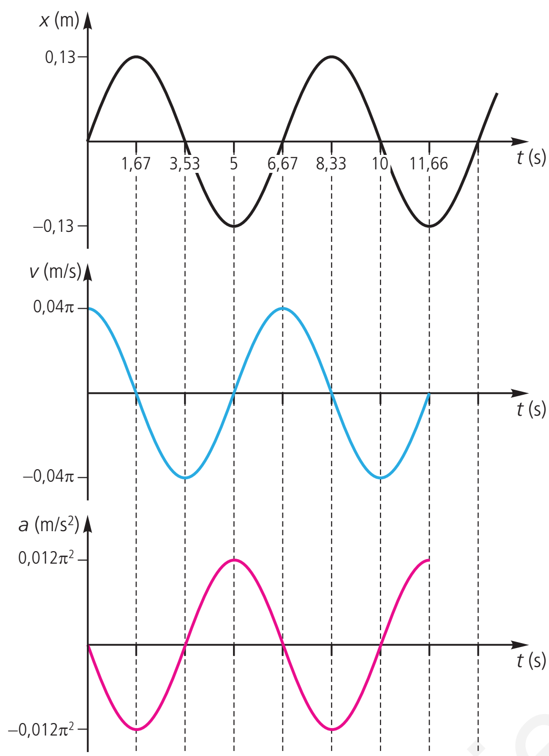
44. **a.** $A = 0{,}13$ m

$\omega = 2\pi f = 0{,}3\pi$ rad/s $\Rightarrow f = 0{,}15$ s^{-1}

b. $v = 0{,}13 \cdot 0{,}3\pi \cos(0{,}3\pi\ t) = 0{,}04\pi \cos(0{,}3\pi\ t)$

$a = -0{,}13 \cdot 0{,}3^2\pi^2 \operatorname{sen}(0{,}3\pi\ t) = -0{,}012\pi^2 \operatorname{sen}(0{,}3\pi\ t)$

c. Gráficamente:



45. **a.** $f = 1$ s^{-1}

$\omega = 2\pi f = 2\pi$ rad/s

$x(t = 0) = 2{,}15$ cm

$v(t = 0) = 9$ cm/s

$x = A \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$ $\qquad x(t = 0) = A \operatorname{sen}(\theta)$

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta)$ $\qquad v(t = 0) = A\omega \cos(\theta)$

Dividimos x entre v para obtener el desfase:

$\dfrac{x}{v} = \dfrac{1}{\omega} \operatorname{tg}\theta \Rightarrow \theta = 0{,}98$ rad

De esta manera, la ecuación del movimiento será:

$x = A \operatorname{sen}(2\pi\ t + 0{,}98)$

$x(t = 0) = 2{,}15 \text{ cm} = A \operatorname{sen}(0{,}98)$ $\qquad A = 2{,}59$ cm

b. $x = 2{,}59 \operatorname{sen}(2\pi\ t + 0{,}98)$

$v_{\text{máx}} = A\omega = 16{,}27$ cm/s

SOLUCIONES PÁG. 73

EVALUACIÓN

1. **a.** En el eje Y, la altura que baja mientras recorre la rampa es:

$h = 50 \cdot \operatorname{sen} 13° = 11{,}25$ m

La velocidad a lo largo del eje Y con la que llega al final de la rampa se determina a partir de la expresión:

$v^2 = v_0^2 + 2ah \Rightarrow v^2 = 2 \cdot 9{,}8 \cdot 11{,}25 \Rightarrow v = 14{,}85$ m/s

b. Como $v_y = v \operatorname{sen} 13°$ y $v_x = v \cos 13°$, resulta:

$v_y = 3{,}34$ m/s $\qquad v_x = 14{,}47$ m/s

Calculamos el tiempo que tarda en llegar al suelo teniendo en cuenta la altura:

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$14 = 3{,}34\, t + \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2$$

La solución válida es: $t = 1{,}38$ s

Y al aplicar este tiempo a la ecuación del eje X obtenemos la distancia horizontal:

$x = vt = 14{,}47 \cdot 1{,}38 = 19{,}97$ m

2. **a.** Cuando llega al mar la altura es 0.

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$0 = 30{,}5 + v_0 \operatorname{sen} 37°\ t - \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2$$

Como tenemos dos incógnitas, utilizamos el alcance resolver una de las incógnitas:

$$x = v_{0x} t \Rightarrow 61 = v_0 \cos 37°\ t \Rightarrow v_0 = \frac{61}{\cos 37° t}$$

Y por tanto: $t = 3{,}95$ s

b. Cuando llega al punto más alto la velocidad vertical es cero:

$v^2 = v_0^2 + 2ay$

$0 = (19{,}34 \operatorname{sen} 37°)^2 - 2 \cdot 9{,}8\, h \Rightarrow h = 6{,}91$ m

A esta altura que sube le sumamos la altura de la que partía, 30,5 m y obtenemos: 37,41 m

3. **a.** Subirá hasta que su velocidad sea cero:

$v^2 = v_0^2 + 2\,ah \Rightarrow 0 = 10^2 - 2 \cdot 9{,}8\, h \Rightarrow h = 5{,}10$ m

Este es el espacio que sube, como ya se encontraba a una altura de 5 m cuando se rompió el cable, la altura a la que se encuentra es: $5 + 5{,}10 = 10{,}10$ m

b. La altura final será 0:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$0 = 5 + 10\, t + \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2$$

El tiempo que tarda en llegar al suelo es: $t = 2{,}46$ s

4. **a.** Sabemos que la frecuencia se reduce a la mitad, por lo que el periodo se duplica:

$$f' = \frac{f}{2}$$

$$T' = \frac{1}{f'} = \frac{1}{f/2} = \frac{2}{f} = 2T$$

b. La velocidad varía igual que la frecuencia, por lo tanto se reduce a la mitad.

$v_{\text{máx}} = A\omega = A2\pi f$

c. La aceleración depende de la velocidad angular al cuadrado, por lo tanto, si esta se reducía a la mitad la aceleración lo hará a la cuarta parte.

$a_{\text{máx}} = A\omega^2$

5. **a.** Utilizamos la expresión de la velocidad para hallar la fase inicial:

$v = A\omega \cos(\omega t + \theta)$

Como sabemos que en momento inicial la velocidad vale cero:

$\cos(\theta) = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

La expresión de la elongación es:

$x = 0{,}1 \text{ sen}\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

b. $v = A\omega \cos(\omega t + \pi)$

$v = 0{,}1\pi \cos\left(\pi\, 0{,}25 + \frac{\pi}{2}\right) = -4{,}44 \text{ m/s}$

$a = A\omega^2 \text{ sen}\left(\omega t + \theta\right)$

$a = 0{,}1 \cdot \pi^2 \text{ sen}\left(\pi \cdot 0{,}25 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}70 \text{ m/s}^2$

6. **a.** Para la pelota que se lanza primero su ecuación del movimiento es:

$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$y_1 = 30\, t - \frac{1}{2} 9{,}8\, t^2$

Y para la pelota que sale 0,3 s después:

$y_2 = 30\left(t - 0{,}3\right) + \frac{1}{2} 9{,}8 \left(t - 0{,}3\right)^2$

Cuando se cruzan los dos están a la misma altura: $y_1 = y_2$

Por lo tanto, igualando las dos ecuaciones obtenemos un valor de: $t = 2{,}91$ s

Y, sustituyendo en la primera ecuación obtenemos que se cruzan a una altura de 45,81 m.

b. Para ver la altura máxima tendremos en cuenta que la velocidad en ese punto es cero.

$v^2 = v_0^2 + 2\, gy \Rightarrow 0 = 30^2 - 2 \cdot 9{,}8\, y \Rightarrow y = 45{,}92$ m