

## Ejercicios resueltos

1. La temperatura que ha marcado un termómetro en los diferentes días de la semana, ha sido (en grados centígrados) los que pueden verse en la tabla.

|               | Lunes | Martes | Miércoles | Jueves | Viernes | Sábado | Domingo |
|---------------|-------|--------|-----------|--------|---------|--------|---------|
| <i>Mínima</i> | 4     | -2     | -3        | 1      | 4       | 0      | 3       |
| <i>Máxima</i> | 19    | 18     | 21        | 13     | 12      | 14     | 22      |

- a) Calcula la temperatura media mínima.  
 b) Calcula la temperatura media máxima.

**Solución.-**

$$a) \bar{x}_{mínima} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{4 + (-2) + (-3) + 1 + 4 + 0 + 3}{7} = \frac{7}{7} = 1 \text{ grado centígrado.}$$

$$b) \bar{x}_{máxima} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{19 + 18 + 21 + 13 + 12 + 14 + 22}{7} = \frac{119}{7} = 17 \text{ grados centígrados.}$$

2. Dada la distribución estadística siguiente: 3, 2, 5, 7, 6, 4, 2, 1, 9, 5, 7, 6, 4. Calcula la media aritmética, la moda, la mediana y los cuartiles.

**Solución.-**

Ordenemos los 13 datos de forma creciente: 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 9. Tenemos entonces:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{1 + 2 + 2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 9}{13} = \frac{61}{13} = 4'6923$$

La distribución tiene cinco modas:  $Mo = 2$ ,  $Mo = 4$ ,  $Mo = 5$ ,  $Mo = 6$  y  $Mo = 7$ .

Mediana y cuartiles:

|   |   |   |           |   |   |                |   |   |           |   |   |   |
|---|---|---|-----------|---|---|----------------|---|---|-----------|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 | 3         | 4 | 4 | 5              | 5 | 6 | 6         | 7 | 7 | 9 |
|   |   |   | ↓         |   |   | ↓              |   |   | ↓         |   |   |   |
|   |   |   | $Q_1 = 3$ |   |   | $Q_2 = Me = 5$ |   |   | $Q_3 = 6$ |   |   |   |

3. Halla la media, la mediana, la moda y los cuartiles de la distribución cuya tabla de frecuencias es la siguiente.

|       |   |   |   |   |    |    |
|-------|---|---|---|---|----|----|
| $x_i$ | 3 | 6 | 7 | 8 | 10 | 12 |
| $n_i$ | 6 | 9 | 7 | 8 | 17 | 13 |

**Solución.-**

| $x_i$        | $n_i$     | $N_i$ | $n_i x_i$  |
|--------------|-----------|-------|------------|
| 3            | 6         | 6     | 18         |
| 6            | 9         | 15    | 54         |
| 7            | 7         | 22    | 49         |
| 8            | 8         | 30    | 64         |
| 10           | 17        | 47    | 170        |
| 12           | 13        | 60    | 156        |
| <b>Total</b> | <b>60</b> |       | <b>511</b> |

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{N} = \frac{511}{60} = 8'52$$

Se trata de una distribución unimodal, siendo  $Mo = 10$

$N/4 = 15$ ; precisamente el valor  $x = 6$  de la variable tiene por frecuencia absoluta acumulada 15, por lo que el primer cuartil es  $Q_1 = (6 + 7)/2 = 6'5$

De forma análoga,  $N/2 = 30 \Rightarrow Me = Q_2 = (8 + 10)/2 = 9$

$3N/4 = 45$  luego  $Q_3 = 10$ , por ser éste el primer valor de la variable cuya frecuencia absoluta acumulada, 47, es mayor que las tres cuartas partes del número total de datos.

4. Las edades de los componentes de una peña de aficionados al fútbol son:

18, 16, 21, 20, 18, 16, 21, 18, 21, 18, 20, 19, 36, 24, 18, 20, 18, 19, 20

- a) Calcula la edad media, la edad moda y la edad mediana, así como los cuartiles.  
 b) Representa gráficamente los datos de esta distribución.

**Solución.-**

a) Construyamos la correspondiente tabla de frecuencias:

| $x_i$        | $n_i$     | $N_i$ | $n_i x_i$  |
|--------------|-----------|-------|------------|
| 16           | 2         | 2     | 32         |
| 18           | 6         | 8     | 108        |
| 19           | 2         | 10    | 38         |
| 20           | 4         | 14    | 80         |
| 21           | 3         | 17    | 63         |
| 24           | 1         | 18    | 24         |
| 36           | 1         | 19    | 36         |
| <b>Total</b> | <b>19</b> |       | <b>381</b> |

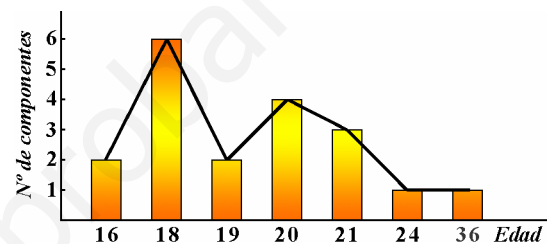
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{N} = \frac{381}{19} = 20'05 \text{ años.}$$

La edad moda es  $Mo = 18$  (distribución unimodal) ya que es la edad que tienen un mayor número de componentes.

$N/2 = 9'5 \Rightarrow$  la edad mediana es  $Me = Q_2 = 19$  (primer valor de la variable cuya frecuencia absoluta acumulada, 10, es mayor que la mitad del número de individuos).

$$N/4 = 4'75 \Rightarrow Q_1 = 18 ; 3N/4 = 14'25 \Rightarrow Q_3 = 21$$

b) Representamos la distribución mediante un diagrama de barras y polígono de frecuencias:



5. Las respuestas correctas a un test de 80 preguntas realizado por 600 personas son las que se recogen a continuación.

| Respuestas     | [0, 10) | [10, 20) | [20, 30) | [30, 40) | [40, 50) | [50, 60) | [60, 70) | [70, 80] |
|----------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Nº de personas | 40      | 6        | 75       | 90       | 105      | 85       | 80       | 65       |

Calcula el número medio de respuestas correctas, la moda y la mediana. Halla los cuartiles. Interpreta gráficamente el cálculo de la moda y de la mediana, y comprueba que la mediana es el punto del eje de abscisas que divide el histograma de frecuencias absolutas en dos partes de igual área.

**Solución.-**

| Respuestas   | $i$ | $n_i$      | $N_i$ | $n_i x_i$     |
|--------------|-----|------------|-------|---------------|
| [0, 10)      | 5   | 40         | 40    | 200           |
| [10, 20)     | 15  | 6          | 100   | 90            |
| [20, 30)     | 25  | 75         | 175   | 1.875         |
| [30, 40)     | 35  | 90         | 265   | 3.150         |
| [40, 50)     | 45  | 105        | 370   | 4.725         |
| [50, 60)     | 55  | 85         | 455   | 4.675         |
| [60, 70)     | 65  | 80         | 535   | 5.200         |
| [70, 80]     | 75  | 65         | 600   | 4.875         |
| <b>Total</b> |     | <b>600</b> |       | <b>25.600</b> |

$$\text{Número medio de respuestas correctas: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{N} = \frac{25.600}{600} = 42'67 \text{ respuestas.}$$

El intervalo modal es [40, 50) y 45 respuestas el valor aproximado de la moda.

6. La siguiente serie de datos: 18, 21, 24,  $a$ , 36, 37,  $b$ , está ordenada y tiene de mediana 30 y de media 32. Encuentra el valor de  $a$  y  $b$ .

**Solución.-**

El valor central  $a$  es la mediana 30, por tanto,  $a = Me = 30$ . Como la media es 32, obtenemos así el valor de  $b$ :

$$\bar{x} = 32 \Rightarrow \frac{18 + 21 + 24 + 30 + 36 + 37 + b}{7} = 32 \Rightarrow \frac{166 + b}{7} = 32 \Rightarrow b = 58$$

7. Fíjate que para hallar la varianza hay que elevar al cuadrado las desviaciones respecto a la media; por ello, la varianza no se expresa en las mismas unidades que los datos. De manera que si los datos se expresan en metros, ¿en qué unidades se expresará la varianza? ¿Y la desviación típica y el coeficiente de variación?

**Solución.-**

Si los datos se expresan en metros, entonces la varianza se expresará en metros cuadrados.

La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza, por ello, ésta vendrá expresada en metros. La media aritmética se expresa también en metros, al igual que la desviación típica, pero el coeficiente de variación no se expresa en ninguna medida.

8. En la fabricación de cierto tipo de bombillas se han detectado algunas defectuosas. Se han estudiado 200 lotes de 500 piezas cada uno, obteniéndose los datos de la tabla adjunta.

|                    |   |    |    |    |    |    |    |   |
|--------------------|---|----|----|----|----|----|----|---|
| <b>Defectuosas</b> | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8 |
| <b>Nº de lotes</b> | 5 | 15 | 38 | 42 | 49 | 32 | 17 | 2 |

Calcula los parámetros de centralización y de dispersión.

**Solución.-**

| $x_i$        | $n_i$      | $N_i$ | $n_i x_i$  | $n_i  x_i - \bar{x} $ | $n_i x_i^2$  |
|--------------|------------|-------|------------|-----------------------|--------------|
| 1            | 5          | 5     | 5          | 17'225                | 5            |
| 2            | 15         | 20    | 30         | 36'675                | 60           |
| 3            | 38         | 58    | 114        | 54'910                | 342          |
| 4            | 42         | 100   | 168        | 18'690                | 672          |
| 5            | 49         | 149   | 245        | 27'195                | 1.225        |
| 6            | 32         | 181   | 192        | 49'760                | 1.152        |
| 7            | 17         | 198   | 119        | 43'435                | 833          |
| 8            | 2          | 200   | 16         | 7'110                 | 128          |
| <b>Total</b> | <b>200</b> |       | <b>889</b> | <b>255</b>            | <b>4.417</b> |

Media: 
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{N} = \frac{889}{200} = 4'445 \text{ bombillas defectuosas}$$

Moda :  $Mo = 5 \text{ bombillas defectuosas}$

Mediana:  $N/2 = 100 \Rightarrow Me = (4 + 5)/2 = 4'5 \text{ bombillas defectuosas}$

Rango:  $R = 8 - 1 = 7 \text{ bombillas defectuosas}$

Desviación media: 
$$d_m = \frac{\sum_{i=1}^k n_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{255}{200} = 1'275 \text{ bombillas defectuosas}$$

Varianza: 
$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{4.417}{200} - 4'445^2 = 2'326975$$

Desviación típica:  $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2'326975} = 1'5254 \text{ bombillas defectuosas}$

Coeficiente de variación: 
$$C_{var} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1'5254}{4'445} \cdot 100 = 34'32 \%$$

13. En un hospital se quiere estimar el peso de los niños recién nacidos. Para ello se seleccionan, de forma aleatoria, 100 de éstos, obteniéndose los siguientes resultados.

| Peso (kg)   | [1, 1'5) | [1'5, 2) | [2, 2'5) | [2'5, 3) | [3, 3'5) | [3'5, 4) | [4, 4'5) | [4'5, 5] |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Nº de niños | 1        | 2        | 5        | 20       | 40       | 26       | 5        | 1        |

- a) Calcula los pesos medio, mediano y moda de la distribución anterior.  
 b) Determina el rango, la desviación media y la desviación típica de la variable.

**Solución.-**

| Peso (kg)    | $x_i$ | $n_i$      | $N_i$ | $n x_i$       | $n_i  x_i - \bar{x} $ | $n_i x_i^2$       |
|--------------|-------|------------|-------|---------------|-----------------------|-------------------|
| [1, 1'5)     | 1'25  | 1          | 1     | 1'25          | 1'995                 | 1'5625            |
| [1'5, 2)     | 1'75  | 2          | 3     | 3'50          | 2'990                 | 6'1250            |
| [2, 2'5)     | 2'25  | 5          | 8     | 11'25         | 4'975                 | 25'3125           |
| [2'5, 3)     | 2'75  | 20         | 28    | 55'00         | 9'900                 | 151'2500          |
| [3, 3'5)     | 3'25  | 40         | 68    | 130'00        | 0'200                 | 422'5000          |
| [3'5, 4)     | 3'75  | 26         | 94    | 97'50         | 13'130                | 365'6250          |
| [4, 4'5)     | 4'25  | 5          | 99    | 21'25         | 5'025                 | 90'3125           |
| [4'5, 5]     | 4'75  | 1          | 100   | 4'75          | 1'505                 | 22'5625           |
| <b>Total</b> |       | <b>100</b> |       | <b>324'50</b> | <b>39'720</b>         | <b>1.085'2500</b> |

$$a) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{N} = \frac{324'5}{100} = 3'245 \text{ kg.}$$

$N/2 = 50 \Rightarrow [3, 3'5)$  es el intervalo mediano, siendo 3'25 el peso mediano aproximado. El valor exacto del peso mediano es:

$$Me = e_i + \frac{\frac{N}{2} - N_{Me-1}}{n_{Me}} \cdot a = 3 + \frac{\frac{100}{2} - 28}{40} \cdot 0'5 = 3 + \frac{11}{40} = 3'275 \text{ kg.}$$

$[3, 3'5)$  es también el intervalo modal, y 3'25 el valor aproximado de la moda. Su valor exacto es:

$$Mo = e_i + \frac{n_{Mo} - n_{Mo-1}}{(n_{Mo} - n_{Mo-1}) + (n_{Mo} - n_{Mo+1})} \cdot a = 3 + \frac{40 - 20}{(40 - 20) + (40 - 26)} \cdot 0'5 = 3 + \frac{10}{34} = 3'294 \text{ kg.}$$

b)  $R = 5 - 1 = 4 \text{ kg.}$

$$d_m = \frac{\sum_{i=1}^k n_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{39'72}{100} = 0'3972 \text{ kg.}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1.085'25}{100} - 3'245^2 = 0,322475 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0'322475} = 0'5679 \text{ kg.}$$