PREGUNTA 1: Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{39-2x}{18} > \dfrac{x+13}{6} \\ \dfrac{3x-5}{4} \leq -1 \end{cases}$$

PREGUNTA 2: El perímetro de un triángulo rectángulo es 36cm y un cateto mide 3cm menos que el otro. Halla los lados del triángulo.

PREGUNTA 3: Dadas las siguientes rectas:

r: pasa por P(-6,-1) y Q(2,3)   s: (x,y)=(6,5)+(1,-3)t

t: $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{3}$ u: 3x+y-2=0

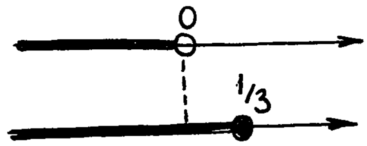
a) Hallar los vértices del cuadrilátero que se forma por los cortes de las rectas.
b) Dibujar las rectas.
c) Halla las longitudes de los lados de este cuadrilátero, si las unidades vienen dadas en cm.
d) Comprueba que las diagonales se cortan en su punto medio.

PREGUNTA 4: Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas:
a) r: pasa por P(0,3) y Q(5,6) ; s: 6x-10y-18=0
b) r: -2x+5y-3=0 ; s: pasa por P(3,1) y Q(-2,3)
c) r: $y=\dfrac{5}{4}x+2$; s: $\dfrac{x}{4} = \dfrac{y-2}{5}$

PREGUNTA 1:

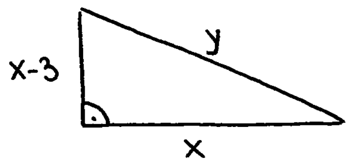
$\frac{39-2x}{18} > \frac{x+13}{6}$; $39-2x > 3x+39$; $-5x>0 \Rightarrow x<0$

$\frac{3x-5}{4} \leq -1$; $3x-5 \leq -4$; $3x \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3}$



luego la solución es: $x \in (-\infty,0) \cap (-\infty, \frac{1}{3}] = (-\infty,0)$

PREGUNTA 2:



$$\left.\begin{array}{l} x+(x-3)+y=36 \\ y^2 = x^2+(x-3)^2 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y=39 \\ y^2 = x^2+x^2+9-6x = 2x^2-6x+9 \end{array}\right\} \quad y=\sqrt{2x^2-6x+9}$$

Sustitución:

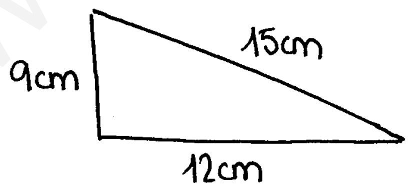
$2x+\sqrt{2x^2-6x+9}=39$; $\left(\sqrt{2x^2-6x+9}\right)^2=(39-2x)^2$; $2x^2-6x+9=1521+4x^2-156x$;

$-2x^2+150x-1512=0$; $x^2-75x+756=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{75\pm\sqrt{75^2-4\cdot 756}}{2}=$

$=\frac{75\pm\sqrt{2601}}{2}=\frac{75\pm 51}{2}= \begin{cases} 63 \\ 12 \end{cases}$

Si $x=63$ SOLUCIÓN FALSA, dado que el perímetro es de 36 cm

Si $x=12 \Rightarrow y=\sqrt{2\cdot 12^2-6\cdot 12+9}=15$ cm , luego es:



PREGUNTA 3: Comienzo por pasar las cuatro rectas a la forma general

a) para hacer posteriormente los sistemas:

* r: $(x,y)=(2,3)+(8,4)t \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=2+8t \\ y=3+4t \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x-2}{8}=\frac{y-3}{4} \Rightarrow 4x-8=8y-24 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x-8y+16=0$

* s: $(x,y)=(6,5)+(1,-3)t \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=6+t \\ y=5-3t \end{array}\right\} \Rightarrow x-6=\frac{y-5}{-3} \Rightarrow -3x+18=y-5 \Rightarrow$

$\Rightarrow -3x-y+23=0$

* t: $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{3} \Rightarrow 3x-3=6y+6 \Rightarrow 3x-6y-9=0$

* u: $\Rightarrow 3x+y-2=0$

Se observa fácilmente que las rectas son paralelas dos a dos;

$r // t \quad ; \quad s // u$

Por lo tanto habrá 4 vértices: $A=r\cap s$; $B=s\cap t$; $C=t\cap u$; $D=u\cap r$

VÉRTICE $A=r\cap s$

$\left.\begin{array}{l} 4x-8y+16=0 \\ -3x-y+23=0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 4x-\cancel{8y}+16=0 \\ +24x\cancel{+8y}-184=0 \end{array}\right\}$

$28x-168=0 \Rightarrow x=6 \Rightarrow y=23-18=5 \qquad \boxed{A(6,5)}$

VÉRTICE $B=s\cap t$

$-\cancel{3x}-y+23=0$

$\cancel{3x}-6y-9=0$

$-7y+14=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow 3x=9+12 \Rightarrow x=7 \qquad \boxed{B(7,2)}$

VÉRTICE $C=t\cap u$

$\cancel{3x}-6y-9=0$

$-(\cancel{3x}+y-2=0)$

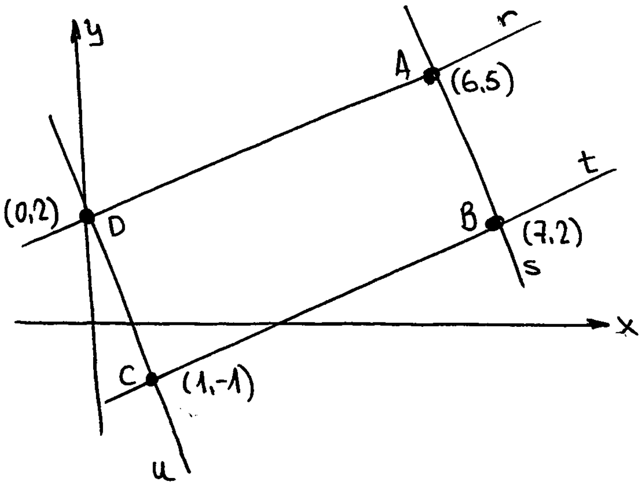
$-7y-7=0 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow 3x=2+1 \Rightarrow x=1 \qquad \boxed{C(1,-1)}$

VÉRTICE $D=u\cap r$

$\left.\begin{array}{l} 3x+y-2=0 \\ 4x-8y+16=0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 24x+\cancel{8y}-\cancel{16}=0 \\ 4x-\cancel{8y}+\cancel{16}=0 \end{array}$

$28x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=2-3\cdot 0=2 \qquad \boxed{D(0,2)}$

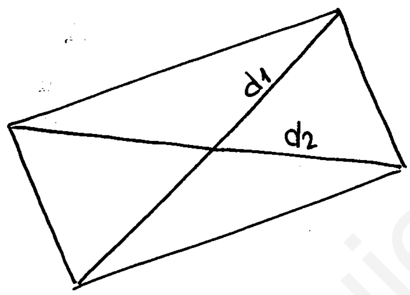
b)



c) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(7-6)^2+(2-5)^2} = \sqrt{1^2+(-3)^2} = \sqrt{10}\ cm = |\overrightarrow{CD}|$ (por paralelismo)

$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(1-7)^2+(-1-2)^2} = \sqrt{(-6)^2+(-3)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\ cm = |\overrightarrow{DA}|$ (" ")

d)



d_1: pasa por $(1,-1)$ y $(6,5)$

$\vec{v} = (5,6)$

$(x,y) = (1,-1) + (5,6)t$

$\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{6} \Rightarrow 6x-6 = 5y+5$;

$6x-5y-11=0$

d_2: $(0,2)$ y $(7,2)$

$\vec{v} = (7,0) \Rightarrow y=2$

Punto de corte de d_1 y d_2: $\left.\begin{matrix} 6x-5y-11=0 \\ y=2 \end{matrix}\right\}$ $6x-10-11=0$; $\boxed{x=\frac{21}{6},\ y=2}$ $\left(\frac{7}{2},2\right)$

Punto medio del segmento $\overline{AC}$: $M_{AC} = \left(\frac{6+1}{2}, \frac{5+(-1)}{2}\right) = \left(\frac{7}{2},2\right)$

Punto medio del segmento $\overline{DB}$: $M_{DB} = \left(\frac{0+7}{2}, \frac{2+2}{2}\right) = \left(\frac{7}{2},2\right)$

En efecto: $d_1 \cap d_2 = M_{AC} = M_{DB}$

PREGUNTA 4:

a) $r: \left.\begin{array}{l} P(0,3) \\ Q(5,6) \end{array}\right\} \vec{v}=(5,3) \Rightarrow \frac{x}{5}=\frac{y-3}{3} \Rightarrow 3x=5y-15 \Rightarrow 3x-5y+15=0$

$s: 6x-10y-18=0$

$\frac{3}{6}=\frac{-5}{-10} \neq \frac{15}{-18} \Rightarrow$ r y s son PARALELAS

b) $r: -2x+5y-3=0$

$\left.\begin{array}{l} P(3,1) \\ Q(-2,3) \end{array}\right\} \vec{v}=(5,-2) \Rightarrow \frac{x-3}{5}=\frac{y-1}{-2} \Rightarrow -2x+6=5y-5 \Rightarrow -2x-5y+11=0$

$\frac{-2}{-2} \neq \frac{5}{-5} \Rightarrow$ r y s son SECANTES

c) $r: \quad y=\frac{5}{4}x+2 \Rightarrow 4y=5x+8 \Rightarrow -5x+4y-8=0$

$s: \quad \frac{x}{4}=\frac{y-2}{5} \Rightarrow 5x=4y-8 \Rightarrow 5x-4y+8=0$

$\frac{-5}{5}=\frac{4}{-4}=\frac{-8}{8} \Rightarrow$ r y s son COINCIDENTES