

PREGUNTA 1: Dados los intervalos: $A=[-2,5)$; $B=(1,7)$. Dibuja A y B y responde:

- Halla $A \cup B$ y expresa el resultado de forma gráfica, en notación de intervalo y por su definición matemática.
- Halla $A \cap B$ y expresa el resultado de forma gráfica, en notación de intervalo y por su definición matemática.

PREGUNTA 2: Calcular, aplicando las propiedades de las potencias y los radicales, simplificando al máximo:

$$\text{a) } \frac{2^2 \cdot (2^3 : 2^4)^{-5} : 2^{-3}}{2^3 \cdot (2^{-2})^{-3}} \quad \text{b) } \frac{\sqrt[4]{abc^2} \cdot \sqrt[12]{a^3b^5c^2}}{\sqrt[6]{a^2b^2c}} \quad \text{c) } \frac{(\sqrt{x})^3}{(\sqrt[3]{\sqrt{x}})^6} \quad \text{d) } \sqrt{32} + 2\sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{2} - 2\sqrt{12}$$

PREGUNTA 3: Racionaliza y simplifica:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad \text{b) } \frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$$

PREGUNTA 4: Utilizando la definición de logaritmo, hallar el valor de x en cada una de las igualdades siguientes:

$$\text{a) } \log_3 x = 3 \quad \text{b) } \log_x 125 = -3$$

PREGUNTA 5: Utilizando las fórmulas del cálculo logarítmico, desarrollar al máximo la siguiente expresión:

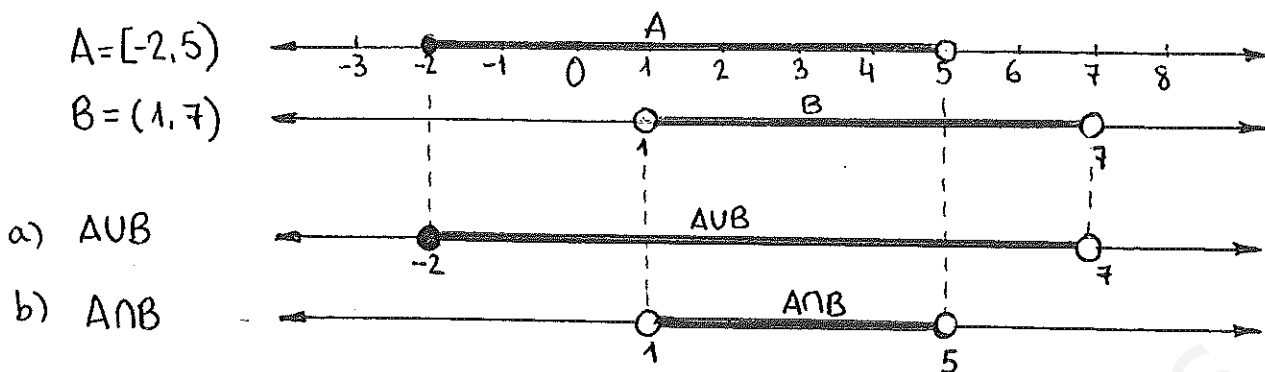
$$\log \frac{2m^2n^3}{pq^4}$$

PREGUNTA 6: Hallar, de dos formas distintas (Teorema del Resto y Regla de Ruffini), el valor de m para que la división $(2x^3 - 10x^2 + mx + 25) : (x-5)$ sea exacta.

PREGUNTA 7: Resuelve las siguientes ecuaciones, comprobando las soluciones en los casos en los que sea necesario:

$$\text{a) } x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72 = 0 \quad \text{b) } \frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} = \frac{2-3x}{x^2-1} \quad \text{c) } \sqrt{x+5} - 1 = \sqrt{x}$$

PREGUNTA 1:



$\bullet A \cup B = [-2, 7) = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x < 7\}$
 $\bullet A \cap B = (1, 5) = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 5\}$

PREGUNTA 2:

a)
$$\frac{2^2 \cdot (2^3 : 2^4)^{-5} : 2^{-3}}{2^3 \cdot (2^{-2})^{-3}} = \frac{2^2 \cdot (2^{-1})^{-5} : 2^{-3}}{2^3 \cdot 2^6} = \frac{2^2 \cdot 2^5 : 2^{-3}}{2^9} = \frac{2^{10}}{2^9} = 2$$

b)
$$\frac{\sqrt[4]{abc^2} \cdot \sqrt[12]{a^3b^5c^2}}{\sqrt[6]{a^2b^2c}} = \sqrt[12]{\frac{a^3 \cdot b^3 \cdot c^6 \cdot a^3 \cdot b^5 \cdot c^2}{a^4 \cdot b^4 \cdot c^2}} = \sqrt[12]{\frac{a^6 \cdot b^8 \cdot c^8}{a^4 \cdot b^4 \cdot c^2}} = \sqrt[12]{a^2 \cdot b^4 \cdot c^6} = \sqrt[6]{abc^3}$$

c)
$$\frac{(\sqrt{x})^3}{(\sqrt[3]{\sqrt{x}})^6} = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[12]{x^6}} = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{x^3}{x}} = \sqrt{x^2} = x$$

d)
$$\sqrt{32} + 2\sqrt{3} - \sqrt{8} + \sqrt{2} - 2\sqrt{12} = \sqrt{2^5} + 2\sqrt{3} - \sqrt{2^3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} =$$

$$= 2^2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

PREGUNTA 3:

a)
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

b)
$$\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \frac{\cancel{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - \cancel{2}}{1-2} = \frac{-\sqrt{2}}{-1} = \sqrt{2}$$

PREGUNTA 4:

$$a) \log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 3^3 = 27$$

$$b) \log_x 125 = -3 \Leftrightarrow x^{-3} = 125 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

PREGUNTA 5:

$$\begin{aligned} \log \frac{2m^2n^3}{pq^4} &= \log(2m^2n^3) - \log(pq^4) = \log 2 + \log m^2 + \log n^3 - (\log p + \log q^4) = \\ &= \log 2 + 2\log m + 3\log n - \log p - 4\log q \end{aligned}$$

PREGUNTA 6:

TH. RESTO: $P(5) = 2 \cdot 5^3 - 10 \cdot 5^2 + 5m + 25 = 250 - 250 + 5m + 25 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \boxed{m = -5}$

RUFFINI:

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 2 & -10 & m & 25 \\ & & 10 & 0 & 5m \\ \hline & 2 & 0 & m & 25+5m \end{array}$$

$$R = 25 + 5m$$

$$R = 0 \Leftrightarrow 25 + 5m = 0 \Rightarrow \boxed{m = -5}$$

PREGUNTA 7:

$$a) x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -17 & 18 & 72 \\ -2 & & -2 & 8 & 18 & -72 \\ \hline & 1 & -4 & -9 & 36 & 0 \\ 3 & & 3 & -3 & -36 & \\ \hline & 1 & -1 & -12 & 0 & \end{array}$$

$$x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$\text{Luego: } x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72 = (x+2)(x-3)(x+3)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \\ x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$b) \frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} = \frac{2-3x}{x^2-1} \Rightarrow^*$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2-x = x(x-1) \\ x^2+x = x(x+1) \\ x^2-1 = (x+1)(x-1) \end{array} \right\} \text{mcm} \{x^2-x; x^2+x; x^2-1\} = x(x+1)(x-1) = x(x^2-1) = x^3-x$$

$$\Rightarrow^* \frac{(x-3)(x+1)}{x^3-x} - \frac{(x+3)(x-1)}{x^3-x} = \frac{(2-3x) \cdot x}{x^3-x} \Rightarrow (x-3)(x+1) - (x+3)(x-1) = (2-3x)x$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} + \cancel{x} - 3x - 3 - \cancel{x^2} + \cancel{x} - 3x + 3 = \cancel{2x} - 3x^2 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot (x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Comprobación (necesaria)

$x=0 \Rightarrow$ NO VÁLIDA (anula dos denominadores)

$$\boxed{x=2} \Rightarrow \text{VÁLIDA: } \frac{-1}{2} - \frac{5}{6} = \frac{-4}{3} \checkmark$$

$$c) \sqrt{x+5} - 1 = \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x+5} = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow (\sqrt{x+5})^2 = (\sqrt{x} + 1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{x} + 5 = 1 + \cancel{x} + 2\sqrt{x} \Rightarrow 2\sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 2^2 \Rightarrow x=4$$

Comprobación (necesaria)

$$\sqrt{9} - 1 = \sqrt{4} \Rightarrow 3 - 1 = 2 \checkmark$$

$$\boxed{x=4}$$