Problema 1 Resolver:

1. $\log(5x+1) - \log x = 1 - \log(1-x)$
2. $2^{2x-1} - 2^{x+1} + 2 = 0$
3. $$\left\{\begin{array}{rrl} 2^{x-1}+ & 3^{y+1} = & 3 \\ 2^{x+1}- & 3^{y-1} = & 1 \end{array}\right.$$

Problema 2 Si $\tan\alpha = 3$ y $\alpha \in$ tercer cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

Problema 3 Un paracaidista se va a lanzar desde lo alto de un rascacielos, y tu te encuentras abajo, no muy lejos, para disfrutar con su demostración de valor. Le observas preparar hasta los más mínimos detalles, con un ángulo de 81^o, y luego le ves lanzarse al vacio sin el menor asomo de miedo. Todo el mundo contiene la respiración, y por fin despliega el paracaidas, en ese momento tomas aire mientras le observas con un ángulo de 78^o. Han sido 30 metros de caida libre, pero no todo va a ser tan espectacular. Allí estaba el pesado de mi profesor de matemáticas para preguntarme por la altura del edificio y por la distancia que nos separaba de él.

Problema 4 Calcular el dominio de la función $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}}$

Problema 5 Calcular los siguientes límites

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x+1}{5x}\right)^{2x}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2+2x-8}$
3. $\lim\limits_{x\longrightarrow 4}\dfrac{\sqrt{5x-4}-4}{x-4}$

Problema 6 Estudiar la continuidad de la función

$$f(x) = \left\{\begin{array}{ccc} 4x+1 & \text{si} & x \le 0 \\ x & \text{si} & 0 < x < 1 \\ 3x-2 & \text{si} & 1 < x < 2 \\ 2x & \text{si} & x \ge 2 \end{array}\right.$$

en $x=0$, $x=1$ y $x=2$.

Problema 1 Resolver:

1. $\log(5x+1) - \log x = 1 - \log(1-x)$
2. $2^{2x-1} - 2^{x+1} + 2 = 0$
3.

$$\left\{\begin{array}{rrl} 2^{x-1}+ & 3^{y+1} = & 3 \\ 2^{x+1}- & 3^{y-1} = & 1 \end{array}\right.$$

Solución:

1.

$$\frac{5x+1}{x} = \frac{10}{1-x} \Longrightarrow 5x^2 + 6x - 1 = 0 \Longrightarrow$$

$$x = -1,348331477, \ x = 0,1483314773$$

La solución negativa no es válida.

2.

$$\frac{t^2}{2} - 2t + 2 = 0 \Longrightarrow t = 2 \Longrightarrow x = 1$$

3.

$$\left\{\begin{array}{rrl} u/2+ & 3v = & 3 \\ 2u- & v/3 = & 1 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} u = 24/37 \\ v = 33/37 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = -0,2712129366 \\ y = -0,04522777025 \end{array}\right.$$

Problema 2 Si $\tan\alpha = 3$ y $\alpha \in$ tercer cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

Solución:

$$\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Longrightarrow \cos\alpha = -\sqrt{\frac{1}{10}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Longrightarrow \sin\alpha = -3\sqrt{10}$$

Problema 3 Un paracaidista se va a lanzar desde lo alto de un rascacielos, y tu te encuentras abajo, no muy lejos, para disfrutar con su demostración de valor. Le observas preparar hasta los más mínimos detalles, con un ángulo de 81°, y luego le ves lanzarse al vacio sin el menor asomo de miedo. Todo el mundo contiene la respiración, y por fin despliega el paracaidas, en ese momento tomas aire mientras le observas con un ángulo de 78°. Han sido 30 metros de caida libre, pero no todo va a ser tan espectacular. Allí estaba el pesado de mi profesor de matemáticas para preguntarme por la altura del edificio y por la distancia que nos separaba de él.

Solución:

$$\left\{\begin{array}{l} \tan 81^{o} = \frac{30+x}{y} \\ \tan 78^{o} = \frac{x}{y} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 87,71178037 \\ y = 18,64371445 \end{array}\right.$$

La altura del edificio será de 117,7118 metros, y estamos a 18,6437 metros de él.

Problema 4 Calcular el dominio de la función $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}}$

Solución:

$$(-\infty, -3] \cup (-1, 2] \cup (3, \infty)$$

Problema 5 Calcular los siguientes límites

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{5x+1}{5x}\right)^{2x}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2+2x-8}$
3. $\lim\limits_{x\longrightarrow 4} \dfrac{\sqrt{5x-4}-4}{x-4}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{5x+1}{5x}\right)^{2x} = e^{2/5}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2+2x-8} = \dfrac{5}{6}$
3. $\lim\limits_{x\longrightarrow 4} \dfrac{\sqrt{5x-4}-4}{x-4} = \dfrac{5}{8}$

Problema 6 Estudiar la continuidad de la función

$$f(x) = \left\{\begin{array}{ccc} 4x+1 & \text{si} & x \leq 0 \\ x & \text{si} & 0 < x < 1 \\ 3x-2 & \text{si} & 1 < x < 2 \\ 2x & \text{si} & x \geq 2 \end{array}\right.$$

en $x=0$, $x=1$ y $x=2$.

Solución:

En $x=0$:

$$\left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\longrightarrow 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow 0}(4x+1)=1\\ \lim\limits_{x\longrightarrow 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow 0} x=0\end{array}\right. \Longrightarrow \text{Discontinua inevitable}$$

En $x=1$:

$$\left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\longrightarrow 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow 1} x=1\\ \lim\limits_{x\longrightarrow 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow 1}(3x-=1\\ f(1) \text{ no definida}\end{array}\right. \Longrightarrow \text{Discontinua evitable}$$

En $x=2$:

$$\left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\longrightarrow 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow 2}(3x-2)=4\\ \lim\limits_{x\longrightarrow 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\longrightarrow 2} 2x=4\\ f(2)=4\end{array}\right. \Longrightarrow \text{Continua}$$