1. **[1 punto]**

Enuncia y demuestra el teorema que relaciona la continuidad y la derivavilidad en un punto.

2. **[1 punto]**

Halla los valores de a y b para que la siguiente función sea continua en todo R.

$$f(x)=\begin{cases} x+a & si\ x\leq 0 \\ \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x} & si\ 0<x<1 \\ bx & si\ x\geq 1 \end{cases}$$

3. **[1 punto]**

Dada la siguiente expresión, indica el tipo de indeterminación y calcula su límite, si existe.

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right)$$

4. **[1 punto]**

Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} bx^2+ax & si\ x\leq -1 \\ \dfrac{a}{x} & si\ -1<x\leq 1 \\ \dfrac{x^2+ax+1}{x+1} & si\ x>1 \end{cases}$$

calcula a y b para que sea derivable en $x=-1$ y $x=1$.

5. **[1 punto]**

Halla los valores de la constante k para que las rectas tangentes a las funciones $f(x)=x^3$ y $g(x)=(x-k)x$ en el punto de abcisa 1 sean:

a) Paralelas
b) Perpendiculares

6. **[1 punto]**

a) Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+8x}{x-1}$, calcula sus asíntotas, sitúalas sobre unos ejes e indica la posición de la gráfica respecto a ellas.

b) El denominador de la función $f(x)=\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-4x-5}$ se anula para los valores de $x=-1$ y $x=5$, y sin embargo sólo tiene una asíntota vertical. Explica por qué.

7. **[1 punto]**

Usando la definición, halla la derivada de la función $f(x)=\sqrt{x}$.

8. **[2 puntos]**

Usando las reglas de derivación, halla las derivadas de las 4 funciones siguientes:

a) $f(x)=\ln\left(\dfrac{x^2-1}{e^{2x}}\right)$

b) $f(x)=\sqrt{2e^x+\log_2 3x}$

c) $f(x)=\sqrt[3]{\cos^2 x^3}$

d) $f(x)=-\cos\left(sen\left(tgx^2\right)\right)$

9. **[1 punto]**

Comprueba si la función $f(x)=|x|^3$ es derivable o no en el punto $x=0$.