

Ejercicio nº 1.- (1 punto) Escribe en forma de potencia de exponente fraccionario y simplifica:

$$\text{a) } \frac{\sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}}$$

$$\text{b) } \left(\frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}} \right)^{12/7}$$

Ejercicio nº 2.- (1,5 puntos) Calcula el valor de x en cada caso, utilizando la definición de logaritmo:

$$\text{a) } \log_2 64 = x$$

$$\text{b) } \log_x 64 = 3$$

Ejercicio nº 3.- (1,5 puntos) Halla y simplifica al máximo:

$$\text{a) } \sqrt{\frac{30}{45}} \sqrt{\frac{12}{10}}$$

$$\text{b) } \sqrt{147} - 2\sqrt{243}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+1}}$$

Ejercicio nº 4.- (1,5 puntos) Utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que $\log k = 1,2$:

$$\text{a) } \log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000}$$

$$\text{b) } \log(100k^3)$$

Ejercicio nº 5.- (1,5 puntos) Desarrolla $(x - 2y)^5$.

Ejercicio nº 6.- (1,5 puntos) Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \sqrt{10} + \frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = 0$$

Ejercicio nº 7.- (1,5 puntos) Calcula el coeficiente de x^3 en el desarrollo del binomio:

$$\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x} \right)^7$$

Ejercicio nº 1.-

Solución:

$$a) \frac{\sqrt[6]{x^4} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}} = \frac{x^{4/6} \cdot x^{2/3}}{x^{-1/3}} = \frac{x^{2/3} \cdot x^{2/3}}{x^{-1/3}} = \frac{x^{4/3}}{x^{-1/3}} = x^{5/3} = \sqrt[3]{x^5} = x\sqrt[3]{x^2}$$

$$b) \left(\frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt{a}} \right)^{12/7} = \left(\frac{a^{5/3}}{a^{1/2}} \right)^{12/7} = \left(a^{7/6} \right)^{12/7} = a^2$$

Ejercicio nº 2.-

Solución:

$$a) \log_2 64 = x \rightarrow 2^x = 64 \rightarrow x = 6$$

$$b) \log_x 64 = 3 \rightarrow x^3 = 64 \rightarrow x = 4$$

Ejercicio nº 3.-

Solución:

$$a) \sqrt{\frac{30}{45}} \sqrt{\frac{12}{10}} = \sqrt{\frac{30 \cdot 12}{45 \cdot 10}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 3}{3^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2^2}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$b) \sqrt{147} - 2\sqrt{243} = \sqrt{3 \cdot 7^2} - 2\sqrt{3^5} = 7\sqrt{3} - 18\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$$

$$c) \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-1)}{(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1)} = \frac{4-\sqrt{2}}{8-1} = \frac{4-\sqrt{2}}{7}$$

Ejercicio nº 4.-

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a) } \log \frac{\sqrt[4]{k}}{1000} &= \log \sqrt[4]{k} - \log 1000 = \log k^{1/4} - \log 10^3 = \\ &= \frac{1}{4} \log k - 3 = \frac{1}{4} \cdot 1,2 - 3 = 0,3 - 3 = -2,7 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \log(100k^3) = \log 100 + \log k^3 = \log 10^2 + 3 \log k = 2 + 3 \cdot 1,2 = 2 + 3,6 = 5,6$$

Ejercicio nº 5.-

Solución:

$$\begin{aligned} (x - 2y)^5 &= x^5 - 5x^4 \cdot 2y + 10x^3 \cdot 4y^2 - 10x^2 \cdot 8y^3 + 5x \cdot 16y^4 - 32y^5 = \\ &= x^5 - 10x^4y + 40x^3y^2 - 80x^2y^3 + 80xy^4 - 32y^5 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 6.-

Solución:

$$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \sqrt{10} + \frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{2} - \sqrt{10} + \frac{2\sqrt{10}}{10} - \frac{\sqrt{10}}{5} = \sqrt{10} - \sqrt{10} + \frac{\sqrt{10}}{5} - \frac{\sqrt{10}}{5} = 0$$

Ejercicio nº 7.-

Solución:

El coeficiente que ocupa el lugar k en el desarrollo del binomio es de la forma:

$$(-1)^{k-1} \cdot \binom{7}{k-1} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{7-(k-1)} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^{k-1} = (-1)^{k-1} \cdot \binom{7}{k-1} \frac{x^{8-k}}{2^{8-k}} \cdot \frac{2^{k-1}}{x^{k-1}} = (-1)^{k-1} \cdot \binom{7}{k-1} \cdot 2^{2k-9} \cdot x^{9-2k}$$

Para que $9 - 2k = 3 \rightarrow 6 = 2k \rightarrow k = 3$. Tenemos que hallar el término que ocupa la 3ª

posición, cuyo coeficiente es $(-1)^2 \cdot \binom{7}{2} \cdot 2^{-3} = \frac{21}{8}$.