Representar las siguientes funciones, estudiando en cada caso: 1.-Intervalos de monotonía. Extremos locales.2.- Intervalos de curvatura. Puntos de inflexión.3.-Asíntotas. 4.-Dominio.Simetrías. Corte con los ejes.

a) $y=\frac{x^2+x-1}{x+2}$ Dom $f(x)=\mathbb{R}-\{-2\}$ b) $y=\frac{x^4+1}{x^2}$ Dom $f(x)=\mathbb{R}-\{0\}$.

1.-

(a) $y'=\frac{(2x+1)(x+2)-(x^2+x-1)}{(x+2)^2}=\frac{2x^2+4x+x+2-x^2-x+1}{(x+2)^2}=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}=\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$

1'25

$y'=\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$

Posibles extremos $(y'=0)\Rightarrow x=-1,\ x=-3$

Sig $y'=\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$: $+$ | $-$ 0 $-$ | $+$; -3, -2 doble, -1

CREC $(-\infty,-3)\cup(-1,\infty)$
DECREC $(-3,-2)\cup(-2,-1)$
MAX $(-3,-5)$
MIN $(-1,-1)$

(b) $y''=\frac{(2x+4)(x+2)^{\cancel{2}}-2\cancel{(x+2)}(x^2+4x+3)}{(x+2)^{\cancel{4}3}}=\frac{\cancel{2x^2}+\cancel{4x}+\cancel{4x}+8-\cancel{2x^2}-\cancel{8x}-6}{(x+2)^3}=\frac{2}{(x+2)^3}$

1'25

$y''=\frac{2}{(x+2)^3}$

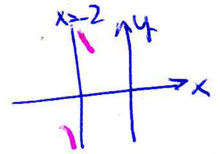
Posibles puntos de inflexión $(y''=0)\Rightarrow 2=0$ No tiene

Sig $\frac{2}{(x+2)^3}$: $-$ 0 $+$; -2 triple

$\cap=(-\infty,-2)$
$\cup=(-2,\infty)$
No tiene pto inflexión

(c) Asíntota vertical:

$x=-2$ $\begin{cases}\lim_{x\to-2^+}\frac{x^2+x-1}{(x+2)}=\frac{+}{+}\infty=+\infty & (-1.9)\\ \lim_{x\to-2^-}\frac{x^2+x-1}{x+2}=\frac{+}{-2}\infty=-\infty & (-2.1)\end{cases}$



1,25

Asíntota horizontal: No tiene.

Asíntota oblicua: $y=mx+n$

$m=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+x-1}{x^2+2x}=1$

$n=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+x-1}{x+2}-x=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+x-1-x^2-2x}{x+2}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-x-1}{x+2}=-1$

$\boxed{y=x-1}$

(d) Dom $f(x)=\mathbb{R}-\{-2\}$.

Simetrías: $f(x)\neq f(-x)$ No es par, ni impar.

0'25 Corte ejes

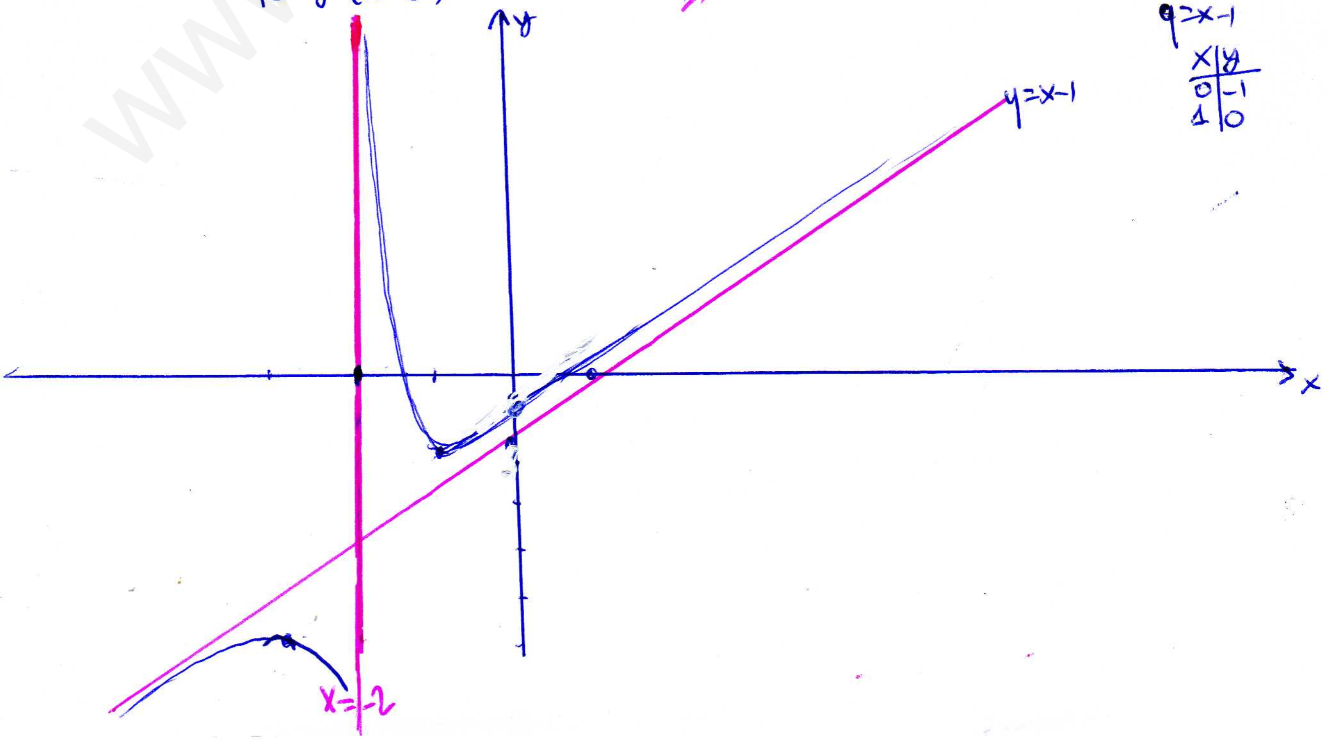
eje x $(y=0)\Rightarrow x^2+x-1=0$; $x=\frac{-1\pm\sqrt{1+4}}{2}$

eje y $(x=0)\Rightarrow A(0,-1/2)$

$y=x-1$

x	y
0	-1
1	0

1,25



f) $y = \dfrac{x^4+1}{x^2}$

a) $y' = \dfrac{4x^3 \cdot x^2 - 2x\cdot(x^4+1)}{x^4} = \dfrac{4x^5 - 2x^5 - 2x}{x^4} = \dfrac{2x^5 - 2x}{x^4} = \dfrac{2x^4-2}{x^3}$

1'25 $y' = \dfrac{2x^3-2}{x^4}$ $\begin{cases} \text{Posibles extremos } (y'=0) \Rightarrow 2x^4-2=0 \Rightarrow x^4=1 \Rightarrow x=\pm 1 \\ \text{Sig } y' = \dfrac{2(x^4-1)}{x^3} \end{cases}$

$- \quad -1 \quad + \quad 0 \quad - \quad 1 \quad +$

$\searrow \quad \nearrow \quad$ triple $\quad \searrow \quad \nearrow$

$\boxed{\begin{array}{l} \text{CRECE } (-1,0)\cup(1,\infty) \\ \text{DECRECE } (-\infty,-1)\cup(0,1) \\ \text{MIN } (-1,2) \\ \text{MIN } (1,2) \end{array}}$

b) $y'' = \dfrac{8x^3\cdot x^3 - 3x^2\cdot(2x^4-2)}{x^6} = \dfrac{8x^6 - 6x^6 + 6x^2}{x^6} = \dfrac{2x^6+6x^2}{x^6} = \dfrac{2x^4+6}{x^4}$

1'25 $y'' = \dfrac{2x^4+6}{x^4}$ $\begin{cases} \text{Posibles puntos de inflexión } (y''=0) \Rightarrow 2x^4+6=0 \Rightarrow x^4=-3 \nexists \text{ No tiene} \\ \boxed{\text{Sig } y'' = \dfrac{2x^4+6}{x^4}} \end{cases}$

$+ \quad 0 \quad +$

$\cup \quad \cup$

$\boxed{\begin{array}{l} \cup = \mathbb{R} - \{0\} \\ \text{No tiene puntos inflexión} \end{array}}$

(c) A. Horizontal No tiene $\left(\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^4+1}{x^2} = \infty\right)$ A. VERTICAL $\boxed{x=0}$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x^4+1}{x^2} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x^4+1}{x^2} = +\infty \end{cases}$

0'75 A. oblicua $y = mx+n$ $\left\langle\ m = \lim \dfrac{x^4+1}{x^3} = \infty \right.$ No tiene

(d) • Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{0\}$.

• Corte ejes $\begin{cases} \text{eje } x\ (y=0) \Rightarrow x^4+1=0 \quad x^4=-1 \text{ No corta.} \\ \text{eje } y\ (x=0) \Rightarrow \text{No corta (es asíntota)} \end{cases}$

0'25 • $f(x) = f(-x)$ es una función par, luego simétrica respecto al eje OY

Comportamiento en el $\pm\infty$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^4+1}{x^2} = +\infty$

1,25