1. Dada $f(x)=\dfrac{9}{x^2-9}$

a) Razonar cuál es su Dom (f)
b) Hallar su posible simetría.
c) Obtener los posibles cortes con los ejes.
d) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
e) A la vista de la gráfica indicar su Im (f)
f) ¿Es continua?
g) Hallar analíticamente para qué valor o valores de x se obtiene la imagen 1/3 (Comprobar a continuación lo obtenido en la gráfica)
h) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
i) Hallar analíticamente $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
(Comprobar a continuación lo obtenido en la gráfica)
j) Ecuación de las posibles asíntotas.

2. Dada $f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & \text{si } x<-3 \\ x-5 & \text{si } -3\le x<2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$

a) Construir una tabla de valores apropiada para cada rama y obtener su representación gráfica.
b) Razonar cuál es su Dom (f) e Im (f)
c) ¿Es continua?
d) ¿ Para qué valor o valores de x se obtiene la imagen -5? (Comprobar a continuación lo obtenido y la gráfica)
e) Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
f) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3. a) Calcular log 90 en función de log 3

b) Calcular $\log_3\sqrt[4]{27}$

c) Calcular log 0,08 en función de log 2

d) Calcular $\log_3\dfrac{\sqrt{243}}{3}$

4. Resolver $2^{x+1}=3^{x-1}\cdot 4^x$. Comprobar el resultado.

5. a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x^3-6x^2+12x-8}$ b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2+x-6}$ c) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-\dfrac{x^2-1}{x-1}\right)$

① $f(x)=\frac{9}{x^2-9}$

a) $x^2-9=0$; $x^2=9$; $x=\pm 3 \Rightarrow \boxed{Dom(f)=\mathbb{R}-\{\pm 3\}}$ 0.1

b) $f(-x)=\frac{9}{(-x)^2-9}=\frac{9}{x^2-9}=f(x) \Rightarrow \boxed{f(x) \text{ simétrica par}}$ 0.1

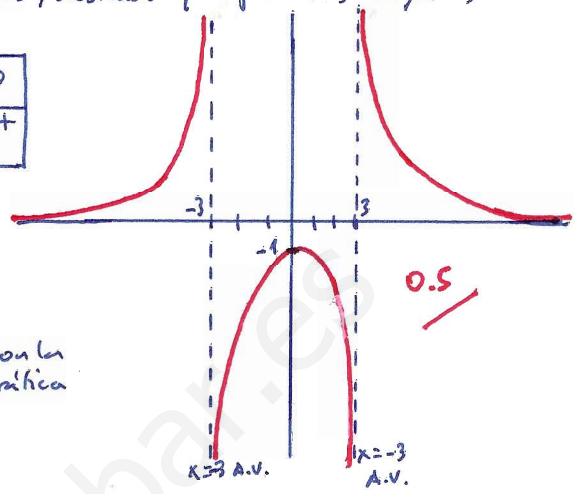
c) CORTE EJE X: $y=0 \rightarrow 0=\frac{9}{x^2-9}$; $0=9$ FALSO $\Rightarrow$ $\boxed{\text{no corta al eje X}}$

CORTE EJE Y: $x=0 \rightarrow y=\frac{9}{-9}=-1 \Rightarrow \boxed{(0,-1)}$ 0.2

d) Como la f(x) es simétrica par, basta con hacer la tabla para las x positivos, sabiendo que para los negativos se obtendrá exactamente lo mismo:

x	0	1	2	2.9	3	3.1	4	5	6	7	....100 ....∞
$f(x)=\frac{9}{x^2-9}$	-1	-1,125	-1,8	-15,25	∄	14,75	1,29	0,56	0,33	0,22	0,0009 ... 0^+

A.V.



0.5

e) $Im(f)=(-\infty,-1]\cup(0,\infty)$ 0.1

f) discontinua en $x=\pm 3$ 0.1

g) $y=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{9}{x^2-9} \Rightarrow x^2-9=27$; $x^2=36 \Rightarrow \boxed{x=\pm 6}$, lo cual coincide con la tabla y con la gráfica 0.2

h) $\left.\begin{array}{l} f(x)\nearrow \forall x\in(-\infty,-3)\cup(-3,0) \\ f(x)\searrow \forall x\in(0,3)\cup(3,\infty) \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{M(0,-1)}$ 0.2

i) $\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 3^-} f(x)=-\infty \\ \lim_{x\to 3^+} f(x)=+\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\nexists \lim_{x\to 3} f(x)}$ $\boxed{\lim_{x\to\infty} f(x)=0^+}$ $\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x)=0^+}$ 0.3

j) $\boxed{x=\pm 3 \text{ A.V.}}$ 0.2 $\boxed{y=0 \text{ A.H.}}$

---

② $f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & si\ x<-3 \\ x-5 & si\ -3\le x<2 \\ \sqrt{x-2} & si\ x\ge 2 \end{cases}$

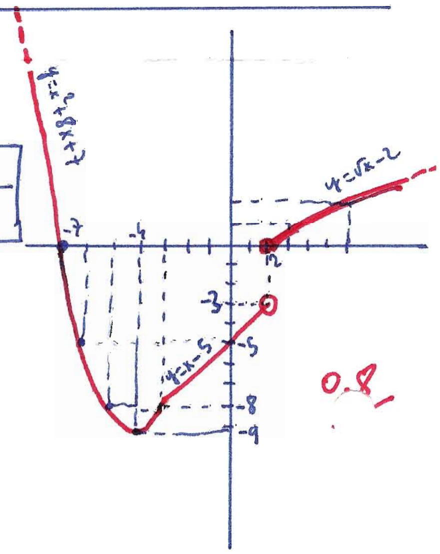
a)

x	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3
$f(x)=x^2+8x+7$	16	7	0	-5	-8	-9	-8

V

x	-3	2
$y=x-5$	-8	-3

x	2	3	4	5	6	7 ...
$y=\sqrt{x-2}$	0	1	1.41	1.73	2	2.24 ..



0.8

b) $Dom(f)=\mathbb{R}$; $Im(f)=[-9,\infty)$ 0.2

c) discontinua en $x=2$ 0.1

d) $y=-5 \xrightarrow{1^a\ rama} -5=x^2+8x+7$; $x^2+8x+12=0$ → $x_1=-2$ descartado pq. ∉ 1ª rama; → $\boxed{x_2=-6}$ 0.4

$\xrightarrow{2^a\ rama} -5=x-5$; $\boxed{0=x}$ (ambas soluciones pueden comprobarse en la gráfica)

e) $\left.\begin{array}{l} f(x)\searrow \forall x\in(-\infty,-4) \\ f(x)\nearrow \forall x\in(-4,\infty) \end{array}\right\} \boxed{m(-4,-9)}$ 0.2

f) $\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 2^-} f(x)=-3 \\ \lim_{x\to 2^+} f(x)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\nexists \lim_{x\to 2} f(x)}$ $\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty}$ $\boxed{\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty}$ 0.3

---

③ a) $\log 90=\log(9\cdot 10)=\log 9+\cancel{\log 10}^{1}=1+\log 3^2=\boxed{1+2\log 3}$ 0.5

b) $\log_3 \sqrt[4]{27}=\frac{1}{4}\log_3 27=\frac{1}{4}\log_3 3^3=\frac{3}{4}\cancel{\log_3 3}^{1}=\boxed{\frac{3}{4}}$ 0.5

c) $\log 0{,}08=\log\frac{8}{100}=\log 8-\cancel{\log 100}^{2}=-2+\log 2^3=\boxed{-2+3\log 2}$ 0.5

d) $\log_3\frac{\sqrt{243}}{3}=\log_3\sqrt{243}-\cancel{\log_3 3}_{1}=-1+\frac{1}{2}\log_3 243=-1+\frac{1}{2}\log_3 3^5=-1+\frac{5}{2}\cancel{\log_3 3}^{1}=-1+\frac{5}{2}=\boxed{\frac{3}{2}}$ 0.5

4) a) $2^{x+1} = 3^{x-1}\cdot 4^{x}$; $\log 2^{x+1} = \log\left(3^{x-1}\cdot 4^{x}\right) = \log 3^{x-1} + \log 4^{x}$; $(x+1)\log 2 = (x-1)\log 3 + x\log 4$; 0.25

$x\log 2 + \log 2 = x\log 3 - \log 3 + x\log 4$; 0.25 $\log 2 + \log 3 = x\log 3 + x\log 4 - x\log 2 = x\left(\log 3 + \log 4 - \log 2\right)$ 0.25

$\Rightarrow \boxed{x = \dfrac{\log 2 + \log 3}{\log 3 + \log 4 - \log 2} = 1}$ 0.5

0.25

b) comprobación: sustituyendo en la ecuación del enunciado se obtiene

$2^{2} \stackrel{?}{=} 3^{0}\cdot 4^{1}$; $4 = 4$ ¡VERDADERO! 0.5

---

5) a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x^3-6x^2+12x-8} \stackrel{0/0}{=} \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\cancel{(x-2)}(x+3)}{\cancel{(x-2)}(x^2-4x+4)} = \dfrac{5}{0} = \begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x+3}{(x-2)^2} = \dfrac{5}{(0^-)^2} = \dfrac{5}{0^+} = \infty \\ \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x+3}{(x-2)^2} = \dfrac{5}{(0^+)^2} = \dfrac{5}{0^+} = \infty \end{cases} \Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \infty}$

raíces 2 y -3

raíces 2 doble

0.75

	1	-6	12	-8
2		2	-8	8
	1	-4	4	$\boxed{0}$

b) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^2+x-6} \sim \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3}{x^2} = \lim\limits_{x\to -\infty} x = \boxed{-\infty}$ 0.5

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+1}{x+1} - \dfrac{x^2-1}{x-1}\right) \stackrel{\infty-\infty}{=} \lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{(x^2+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \dfrac{(x^2-1)(x+1)}{(x+1)(x-1)}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^2-1} - \dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}\right) =$

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-2x^2+2x}{x^2-1} \sim \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = \boxed{-2}$ 0.75