

1. Dada  $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2}$
- Razonar cuál es su Dom(f)
  - Hallar su posible simetría.
  - Obtener los posibles cortes con los ejes.
  - Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
  - A la vista de la gráfica indicar su Im(f)
  - ¿Es continua?
  - Hallar la antiimagen de  $y=3$
  - Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
  - Hallar analíticamente  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
  - Ecuación de las posibles asíntotas. (2 puntos)

2. Dada  $f(x) = \begin{cases} x + 10 & \text{si } x \leq -4 \\ x^2 + 2x & \text{si } -4 < x \leq 1 \\ 3/x & \text{si } x > 1 \end{cases}$
- Representarla gráficamente.
  - Indicar su Dom(f) e Im(f)
  - Hallar analíticamente los posibles cortes con los ejes.
  - Posibles M y m. Intervalos de crecimiento.
  - ¿Es continua?
  - Ecuación de las posibles asíntotas.
  - Hallar la antiimagen de  $y=3$
  - Hallar  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$  a partir de la gráfica. (2 puntos)

3. Resolver: **a)**  $2^{2x} = 4^{x^2}$       **b)**  $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 27$       **c)**  $2^{x+1} = 3^{x-1} \cdot 4^x$  (2 puntos)

4. Calcular: **a)**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^2-3x+2}$       **b)**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-3}{x^2-3x+2}$       **c)**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3x+2}{x-3}$
- d)**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x^2} - x \right)$       **e)**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x}$  (2 puntos)

5. **a)** Definir analíticamente  $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$  (es decir, como función definida por ramas), y representarla gráficamente.
- b)** Hallar  $\log_2 \frac{\sqrt[5]{64}}{8}$  y  $\log_9 3$
- c)** Calcular  $\log \sqrt[3]{0,08}$  en función de  $\log 2$
- d)** ¿En qué base se cumple que  $\log_a 12 + \log_a 3 = 2$ ? (2 puntos)

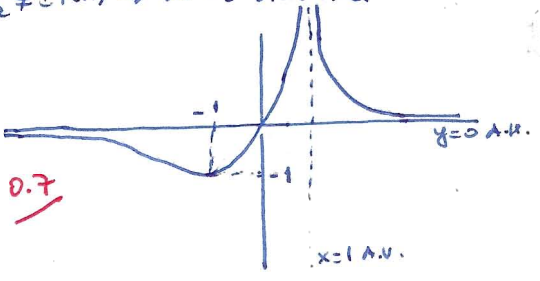
①  $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2}$ ; a)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$  0.1/

b)  $f(-x) = \frac{-4x}{(-x-1)^2} = \frac{-4x}{(x+1)^2} \neq \pm f(x) \Rightarrow$  no es simétrica 0.1/

c) corte eje x:  $y=0 \Rightarrow 0 = \frac{4x}{(x-1)^2} \Rightarrow x=0 \Rightarrow \boxed{0,0}$  0.1/

d)

x	$-\infty \dots -99 \dots -4$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$\dots 101 \dots \infty$
$y = \frac{4x}{(x-1)^2}$	$0^- \dots -0,04$	$-0,64$	$-0,75$	$-0,98$	$-1$	$\cancel{0}$	$8$	$3$	$1,7$	$\dots 0,04 \dots 0^+$



e)  $\text{Im}(f) = [-1, \infty)$  f) discontinua en  $x=1$  0.1/

g)  $y=3 \Rightarrow \frac{4x}{(x-1)^2} = 3; 4x = 3(x^2 - 2x + 1); 4x = 3x^2 - 6x + 3; 0 = 3x^2 - 10x + 3$   
 $\Rightarrow \boxed{x=3}$  0.2/  $\Rightarrow \boxed{x=1/3}$

h)  $f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$   $m(-1, -1)$   
 $f(x) \searrow \forall x \in (-1, 1)$  0.2/

i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x}{(x-1)^2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x}{(x-1)^2} = \frac{4}{(0^-)^2} = \frac{4}{0^+} = \infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x}{(x-1)^2} = \frac{4}{(0^+)^2} = \frac{4}{0^+} = \infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$  0.1/

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{(x-1)^2} \sim \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x} = 0^+$  0.1/

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x}{(x-1)^2} \sim \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x} = 0^-$  0.1/ j)  $x=1$  A.V.  $y=0$  A.H. 0.1/

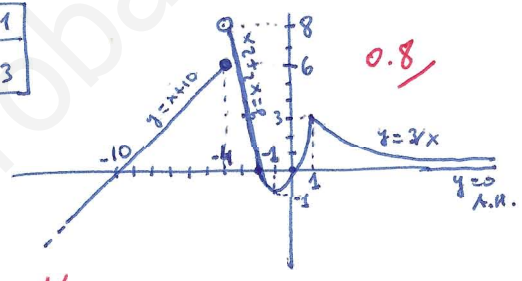
②  $f(x) = \begin{cases} x+10 & \text{si } x \leq -4 \\ x^2+2x & \text{si } -4 < x \leq 1 \\ 3/x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a)

x	-10	-4	x	-4	-3	-2	-1	0	1
$y = x+10$	0	6	$y = x^2+2x$	8	3	0	-1	0	3

x	1	2	3	4	$\dots 100$	$\dots \infty$
$y = \frac{3}{x}$	3	1,5	1	0,75	0,03	$\dots 0^+$



b)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}; \text{Im}(f) = (-\infty, 8)$  0.2/

c) cortes eje x:  $y=0 \xrightarrow{1^\circ \text{ parte}} x+10=0 \Rightarrow \boxed{x=-10}$  0.2/  
 $\xrightarrow{2^\circ \text{ parte}} x^2+2x=0; x(x+2)=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$  0.2/  
 $\Rightarrow \boxed{x=-2}$  0.2/

f)  $y=0$  A.H. 0.1/

g)  $y=3 \xrightarrow{1^\circ \text{ parte}} x+10=3; \boxed{x=-7}$   
 $\xrightarrow{2^\circ \text{ parte}} x^2+2x=3; x^2+2x-3=0 \Rightarrow \boxed{x=-3}$  0.3/  
 $\Rightarrow \boxed{x=1}$  0.3/ (ya está repetido)

d)  $f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty, -4) \cup (-1, 1)$   $m(-1, -1)$  0.2/  
 $f(x) \searrow \forall x \in (-4, -1) \cup (1, \infty)$   $M(1, 3)$

h)  $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = 6$   
 $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = 8 \Rightarrow \cancel{\lim_{x \rightarrow -4} f(x)}$  0.1/

e) discontinua en  $x=-4$  0.1/

③ a)  $2^{2x} = 4^{x^2}; 2^{2x} = (2^2)^{x^2}; 2^{2x} = 2^{2x^2} \Rightarrow 2x = 2x^2; 2x^2 - 2x = 0; 2x(x-1) = 0 \Rightarrow \boxed{x=0}$  0.5/  
 $\Rightarrow \boxed{x=1}$

b)  $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 27; (3^2)^x + 2 \cdot 3 \cdot 3^x - 27 = 0; (3^x)^2 + 6 \cdot 3^x - 27 = 0;$   
 cambio de var.  $3^x = t \Rightarrow t^2 + 6t - 27 = 0 \Rightarrow t = 3 = 3^x \Rightarrow \boxed{x=1}$  0.75/  
 $t = -9 = 3^x \Rightarrow \cancel{\text{soluc.}}$

c)  $2^{x+1} = 3^{x-1} \cdot 4^x; \log 2^{x+1} = \log(3^{x-1} \cdot 4^x); \log 2^{x+1} = \log 3^{x-1} + \log 4^x;$   
 $(x+1) \log 2 = (x-1) \log 3 + x \log 4; x \log 2 + \log 2 = x \log 3 - \log 3 + x \log 4; \log 2 + \log 3 = x(\log 3 + \log 4 - \log 2)$   
 $\boxed{x = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 3 + \log 4 - \log 2}} = 1$  0.75/

④ a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^2-3x+2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-3}{(x-1)(x-2)} = \frac{-2}{0^- \cdot (-1)} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-3}{(x-1)(x-2)} = \frac{-2}{0^+ \cdot (-1)} = \frac{-2}{0^-} = +\infty \end{cases}$  0.4/

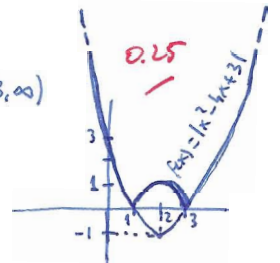
b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-3}{x^2-3x+2} \sim \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$  0.4/

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3x+2}{x-3} \sim \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$  0.4/ d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2} - x\right) = 0 - \infty = -\infty$  0.4/ e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{e^x} = \frac{1}{e^{-\infty}} = e^{\infty} = \infty$  0.4/

⑤ a)  $f(x) = |x^2 - 4x + 3| = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 + 4x - 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$  0.25/

↳ gracias a y 3

$\Rightarrow f(x) = |x^2 - 4x + 3| = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } x \in (-\infty, 1] \cup [3, \infty) \\ -x^2 + 4x - 3 & \text{si } x \in (1, 3) \end{cases}$



b)  $\log_2 \frac{\sqrt[5]{64}}{8} = \log_2 \sqrt[5]{64} - \log_2 8 = \frac{1}{5} \log_2 64 - \log_2 8 = \frac{6}{5} - 3 = \boxed{-\frac{9}{5}}$  0.25/

$\log_9 3 = \log_9 \sqrt{9} = \frac{1}{2} \log_9 9 = \frac{1}{2}$  0.25/

c)  $\log_3 \sqrt[3]{0.08} = \frac{1}{3} \log_3 \frac{8}{100} = \frac{1}{3} (\log_3 8 - \log_3 100) = \frac{1}{3} (\log_3 2^3 - 2) = \frac{1}{3} (3 \log_3 2 - 2) = \boxed{-\frac{2}{3} + \log_3 2}$  0.5/

d)  $\log_a 12 + \log_a 3 = 2$ ;  $\log_a (12 \cdot 3) = 2$ ;  $\log_a 36 = 2 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow \boxed{a = 6}$  0.5/

( $a = -6$  se descarta, por haberse de la base de un sistema de logaritmos)

www.yoquieroaprobar.es