1. Dada $f(x)=\dfrac{16-8x}{x^2}$ se pide: **a)** Dom(f) **b)** Posible simetría. **c)** Posibles cortes con los ejes. **d)** Tabla de valores apropiada y representación gráfica. **e)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m. **f)** Continuidad. **g)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **h)** Ecuación de las posibles asíntotas. **i)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ **j)** Calcular la antiimagen de y=3 *(2 puntos)*

2. Dada la siguiente función definida a trozos, se pide: **a)** Gráfica **b)** Dom(f) e Im(f) **c)** Calcular los cortes con los ejes **d)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m **e)** Continuidad **f)** Ecuación de las posibles asíntotas **g)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ **h)** Calcular la antiimagen de -5

$$f(x)=\begin{cases} x^2+8x+7 & \text{si } x<-3 \\ x-5 & \text{si } -3\le x<2 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$$

(2 puntos)

3. **a)** Hallar, razonadamente, $\log_3 \dfrac{1}{27\sqrt[3]{9}}$ **b)** Ídem: $\ln\dfrac{e}{\sqrt[4]{e}}$ **c)** Ídem: $\log\dfrac{\sqrt{10}}{0{,}1}$

d) Hallar $\log\sqrt[5]{80}$ en función de log 2, y comprobar con la calculadora

e) Hallar $\log 0{,}72$ en función de log 2 y log 3, y comprobar con la calculadora *(1,75 puntos)*

4. Resolver: **a)** $9^x+2\cdot 3^{x+1}=27$ **b)** $2^{x+1}\cdot 3^{x-1}=4^x$ **c)** $\ln(x-1)+\ln(x+6)=\ln(3x+2)$ *(2 puntos)*

5. **<u>CUESTIONES TEÓRICO-PRÁCTICAS</u>:**

a) Definir dominio y recorrido de una función. Razonar el dominio de las siguientes funciones:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{3x-12}} \qquad g(x)=\sqrt{\frac{x}{x^2-16}}$$

b) Representar $f(x)=\left|x^2-2x-3\right|$ y expresarla como función definida a trozos.

c) Probar que $\dfrac{1+\log 8}{\log 5+2\log 4}=1$

d) Representar y=ln x, e indicar sus propiedades: **i)** Dominio y recorrido. **ii)** Crecimiento. **iii)** Continuidad. **iv)** Corte con los ejes. **v)** $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ **vi)** Asíntotas. *(2 puntos)*

"EL BUENO"

① $f(x)=\dfrac{16-8x}{x^2}$ a) $\boxed{Dom(f)=\mathbb{R}-\{0\}}$ 0.1/ pq. el 0 anula el denom. b) $f(-x)=\dfrac{16-8(-x)}{(-x)^2}=\dfrac{16+8x}{x^2}\neq\pm f(x)\Rightarrow\boxed{f(x)\text{ no simétrica}}$ 0.2/

c) corte eje x: $y=0\rightarrow\dfrac{16-8x}{x^2}=0;\ 16-8x=0;\ 16=8x;\ x=2\rightarrow\boxed{(2,0)}$

corte eje y: $x=0\rightarrow y=\dfrac{16}{0}=\nexists\Rightarrow\boxed{\text{no corta al eje y}}$ 0.3/

TOTAL: $\boxed{2}$

d)

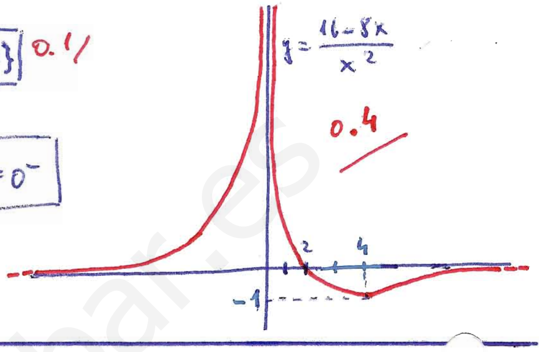
x	$-\infty\ldots-1000\ldots-6$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	$8\ldots1000\ldots\infty$
$f(x)=\frac{16-8x}{x^2}$	$0^+\ldots0{,}008\ldots1{,}78$	$2{,}24$	3	$4{,}\hat{4}$	8	24	$\nexists$	8	0	$-0{,}\hat{8}$	-1	$-0{,}96$	$-0{,}\hat{8}$	$-0{,}82$	$-0{,}75\ldots-0{,}008\ldots0^-$

0,1/

$x=0$ A.V. $m(4,-1)$

e) $\left.\begin{array}{l}f(x)\nearrow\forall x\in(-\infty,0)\cup(4,\infty)\\ f(x)\searrow\forall x\in(0,4)\end{array}\right\}\Rightarrow m(4,-1)$ 0.3/ f) $\boxed{f(x)\text{ continua }\forall x\in\mathbb{R}-\{0\}}$ 0.1/

g) $\boxed{Im(f)=[-1,\infty)}$ 0.1/ h) $\boxed{x=0\text{ A.V.}}$ $\boxed{y=0\text{ A.H.}}$ 0.1/ i) $\boxed{\lim_{x\to-\infty}f(x)=0^+}$; $\boxed{\lim_{x\to\infty}f(x)=0^-}$ 0.1/



0.4/

j) $y=3\Rightarrow\dfrac{16-8x}{x^2}=3;\ 16-8x=3x^2;\ 3x^2+8x-16=0$ $\nearrow\boxed{x=4/3}$ $\searrow\boxed{x=-4}$ 0.2/

② $f(x)=\begin{cases}x^2+8x+7 & si\ x<-3\\ x-5 & si\ -3\leq x<2\\ \sqrt{x-2} & si\ x\geq2\end{cases}$

a)

x	$-\infty\ldots-9$	-8	-7	-6	-5	-4	-3
$y=x^2+8x+7$	$\infty\ldots16$	7	0	-5	-8	-9	-8

0.1/

$V(-4,-9)$

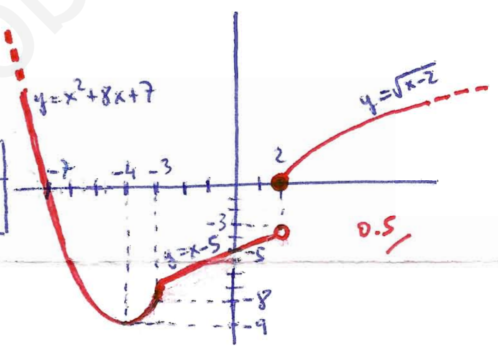
$x_v=-\frac{b}{2a}=-\frac{8}{2}=-4\rightarrow y_v=16-32+7=-9$
$V(-4,-9)$

x	-3	2
$y=x-5$	-8	-3

0.1/

x	2	3	4	5	6	$7\ldots\infty$
$y=\sqrt{x-2}$	0	1	$1{,}41$	$1{,}73$	2	$2{,}24\ldots\infty$

0.1/



0.5/

b) $\boxed{Dom(f)=\mathbb{R}}$; $\boxed{Im(f)=[-9,\infty)}$ 0.2/

c) corte eje x: $y=0\xrightarrow{1^a\text{ rama}}x^2+8x+7=0$ $\nearrow\boxed{x_1=-7}\rightarrow(-7,0)$ $\searrow x_2=-1$ desechado, debido a la gráfica

$\xrightarrow{3^a\text{ rama}}\boxed{x=2}\rightarrow(2,0)$ 0.2/

corte eje y: $x=0\xrightarrow{2^a\text{ rama}}\boxed{y=-5}\rightarrow(0,-5)$

d) $\left.\begin{array}{l}f(x)\searrow\forall x\in(-\infty,-4)\\ f(x)\nearrow\forall x\in(-4,\infty)\end{array}\right\}\Rightarrow m(-4,-9)$ 0.2/ e) $\boxed{f(x)\text{ continua }\forall x\in\mathbb{R}-\{2\}}$ 0.1/ f) no hay asíntotas (ver gráfica) 0.1/

g) $\boxed{\lim_{x\to-\infty}f(x)=\infty}$; $\boxed{\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty}$ 0.1/

TOTAL: $\boxed{2}$

h) $y=-5\xrightarrow{1^a\text{ rama}}x^2+8x+7=-5;\ x^2+8x+12=0$ $\nearrow\boxed{x_1=-6}$ $\searrow x_2=-2$ desechado, debido a la gráfica

$\xrightarrow{2^a\text{ rama}}x-5=-5;\ \boxed{x=0}$ 0.3/

③ a) $\log_3\dfrac{1}{27\cdot\sqrt[3]{9}}=\cancel{\log_3 1}^{0}-\log_3(27\cdot\sqrt[3]{9})=-\cancel{\log_3 27}^{3}-\log_3\sqrt[3]{9}=-\cancel{\log_3 27}^{3}-\frac{1}{3}\cancel{\log_3 9}^{2}=-3-\frac{2}{3}=\boxed{-\frac{11}{3}}$

b) $\ln\dfrac{e}{\sqrt[4]{e}}=\cancel{\ln e}^{1}-\ln\sqrt[4]{e}=1-\frac{1}{4}\cancel{\ln e}^{1}=1-\frac{1}{4}=\boxed{\frac{3}{4}}$

TOTAL: $\boxed{1{,}75}$ (0,35 cada apdo.)

c) $\log\dfrac{\sqrt{10}}{0{,}1}=\log\sqrt{10}-\cancel{\log 0{,}1}^{-1}=\frac{1}{2}\cancel{\log 10}^{1}-(-1)=\frac{1}{2}+1=\boxed{\frac{3}{2}}$

d) $\log\sqrt[5]{80}=\frac{1}{5}\log 80=\frac{1}{5}\log(2^4\cdot5)=\frac{1}{5}(\log 2^4+\log 5)=\frac{1}{5}(4\log 2+1-\log 2)=\boxed{\frac{1}{5}(1+3\log 2)}\simeq0{,}3806\ldots$
$\hookrightarrow\simeq0{,}3806\ldots$

e) $\log 0{,}72=\log\dfrac{72}{100}=\log 72-\cancel{\log 100}^{2}=\log(2^3\cdot3^2)-2=\log 2^3+\log 3^2-2=\boxed{-2+3\log 2+2\log 3}\simeq-0{,}1427$
$\hookrightarrow\simeq-0{,}1427$

④ a) $9^x+2\cdot3^{x+1}=27;\ (3^2)^x+2\cdot3\cdot3^x=27;\ (3^x)^2+6\cdot3^x-27=0\xrightarrow[3^x=t]{\text{cambio}}\boxed{t^2+6t-27=0}$ $\nearrow t=3=3^x\Rightarrow\boxed{x=1}$ $\searrow t=-9=3^x$ desechado

TOTAL: $\boxed{2}$
(0,6 cada apdo.)

b) $2^{x+1}\cdot 3^{x-1}=4^x$; $\log(2^{x+1}\cdot 3^{x-1})=\log 4^x$; $\log 2^{x+1}+\log 3^{x-1}=\log 4^x$;

$(x+1)\log 2+(x-1)\log 3=x\log 4$; $x\log 2+\log 2+x\log 3-\log 3=x\log 4$;

$x\log 2+x\log 3-x\log 4=\log 3-\log 2$; $x(\log 2+\log 3-\log 4)=\log 3-\log 2 \Rightarrow \boxed{x=\frac{\log 3-\log 2}{\log 2+\log 3-\log 4}=1}$

c) $\ln(x-1)+\ln(x+6)=\ln(3x+2)$; $\ln[(x-1)(x+6)]=\ln(3x+2)\Rightarrow (x-1)(x+6)=3x+2$;

$x^2+5x-6=3x+2$; $x^2+2x-8=0$ → $\boxed{x_1=2}$
→ $x_2=-4$ desechado pq. conduce a un argumento negativo

---

5 a) Dom(f) = conjunto formado por todos los x para los que existe imagen 0.1
Im(f) = " " " todas las imágenes que recorre la función

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{3x-12}}$ → $3x-12>0$; $3x>12$; $x>4 \Rightarrow \boxed{Dom(f)=(4,\infty)}$ 0.15

$g(x)=\sqrt{\frac{x}{x^2-16}}$ → $\frac{x}{x^2-16}\geq 0$ (raíz 0; raíces ±4)

	$-\infty$ a -4	-4 a 0	0 a 4	4 a ∞
signo x	−	−	+	+
signo x^2-16	+	−	−	+
signo $\frac{x}{x^2-16}$	−	+	−	+

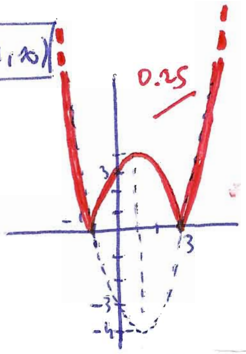
0.25

⇒ $\boxed{Dom(f)=(-4,0]\cup(4,\infty)}$

b) $f(x)=|x^2-2x-3|$ ⇒ raíces −1 y 3 (corte eje x)

	$-\infty$ a -1	-1 a 3	3 a ∞
signo x^2-2x-3	+	−	+
$\lvert x^2-2x-3\rvert$	x^2-2x-3	$-x^2+2x+3$	x^2-2x-3

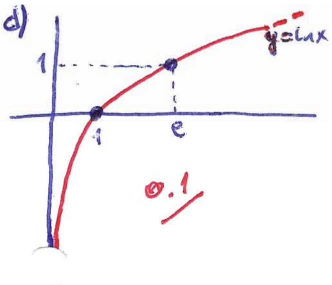
⇒ $f(x)=\begin{cases} x^2-2x-3 & si\ x\in(-\infty,-1)\cup(3,\infty) \\ -x^2+2x+3 & si\ x\in[-1,3] \end{cases}$ 0,25



$x_v=-\frac{b}{2a}=\frac{2}{2}=1$ ⇓ $y_v=-4$

c) $\frac{1+\log 8}{\log 5+2\log 4}=1$; $\frac{1+\log 2^3}{1-\log 2+2\cdot\log 2^2}=\frac{1+3\log 2}{1-\log 2+2\cdot 2\log 2}=\frac{1+3\log 2}{1+3\log 2}=1$ (c.q.d.) 0.5

d)



i) $Dom(f)=(0,\infty)$; $Im(f)=\mathbb{R}$ 0.1

ii) $f(x)\nearrow\ \forall x\in Dom(f)$ 0.05

iii) $f(x)$ continua $\forall x\in Dom(f)$ 0.05

iv) $(1,0)$ 0.05

v) $\lim_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$; $\lim_{x\to\infty}\ln x=\infty$ 0.1

vi) $x=0$ A.V. 0.05

TOTAL: $\boxed{2}$
(0,5 cada apdo.)

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA 0,05
LIMPIEZA Y ORDEN EN EL PLANTEAMIENTO ... 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO 0,10
TOTAL: $\boxed{0,25}$