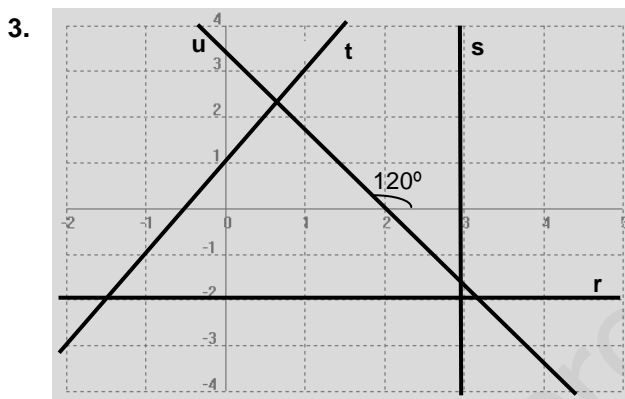


- Hallar un vector \vec{u} ortogonal a $\vec{v} = (3,4)$ y cuyo módulo sea el doble que el de \vec{v} . Explicar gráficamente la situación. (1 punto)
- Dados $\vec{u} = (\sqrt{3},1)$ y $\vec{v} = (1,a)$, se pide:
 - Hallar a para que tengan la misma dirección. Explicar gráficamente la solución.
 - Hallar a para que sean ortogonales. Explicar gráficamente la solución.
 - Hallar a para que formen 30° . Justificar gráficamente la solución. (1,75 puntos)



Hallar la ecuación general de las rectas r , t , s y u de la figura.

(1,25 puntos)

- Dadas las rectas $r: 3x-4y+2=0$ y $s: kx-y+3=0$, se pide:
 - Dibujar r
 - Hallar k para que sean \parallel , y calcular su distancia en ese caso.
 - Hallar k para que sean \perp , y obtener el punto de corte de ambas en tal caso.
 - Hallar la ecuación general de la recta \parallel a r que pasa por el origen.
 - Hallar la ecuación general de la recta \perp a r que pasa por el origen.
 - Hallar k para que formen 45° (3,75 puntos)

5. **TEORÍA:**

- ¿Cuáles son los dos vectores unitarios con la misma dirección que $\vec{u} = (4,3)$?
- ¿Cuáles son los dos vectores perpendiculares a $\vec{u} = (4,3)$ y que tienen su mismo módulo?
- ¿Cuáles son los dos vectores unitarios y ortogonales a $\vec{u} = (4,3)$?
- Dados $\vec{u} = (2,3)$, $\vec{v} = (-3,1)$ y $\vec{w} = (5,2)$, hallar $\vec{u}(\vec{v} \cdot \vec{w}) - (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}$
- ¿Es perpendicular la recta $2x+3y+4=0$ con otra que tenga de pendiente $3/2$? (2 puntos)

1) $(8,6)$ $\vec{u} = (3,4) \Rightarrow \vec{u} = (-4,3)$ o $(4,-3)$ tienen el mismo módulo que \vec{u} ; para que midan el doble basta multiplicarlos por dos: soluc: $(-8,6)$ y $(8,-6)$ (ver dibujo) $\leftarrow 0,25$

(NOTA: también se puede hallar analíticamente, pero se tarda más...) TOTAL: 1

2) $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$ $\vec{v} = (1, a)$

a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \propto \vec{v} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\leftarrow 0,25$

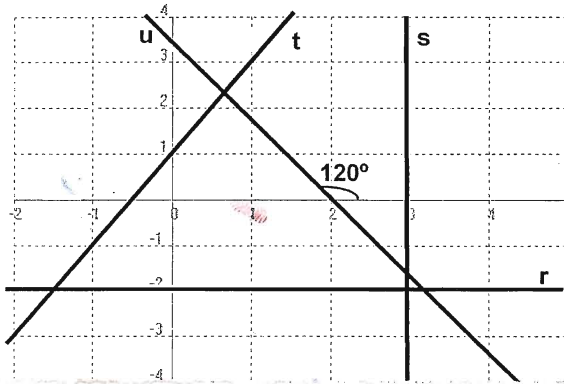
b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow \sqrt{3} + a = 0; a = -\sqrt{3}$ $\leftarrow 0,25$

c) $\cos d = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3} + a}{\sqrt{3+1} \cdot \sqrt{1+a^2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a + \sqrt{3}}{2\sqrt{a^2+1}}$ $\leftarrow 0,25$

$\sqrt{3} \sqrt{a^2+1} = a + \sqrt{3}; 3(a^2+1) = (a + \sqrt{3})^2$
 $3a^2 + 3 = a^2 + 2\sqrt{3}a + 3; 2a^2 - 2\sqrt{3}a = 0; 2a(a - \sqrt{3}) = 0$ $\leftarrow 0,125$

$a = 0$ $\leftarrow 0,5$
 $a = \sqrt{3}$ $\leftarrow 0,5$

TOTAL: 1,75

3) 

r: $y = -2$ por ser recta horizontal $\leftarrow 0,125$
s: $x = 3$ " " vertical $\leftarrow 0,125$

t: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$ $\leftarrow 0,5$
 $y - 1 = 2(x - 0)$
 $y - 1 = 2x; 2x - y + 1 = 0$

u: $m = \tan 120^\circ = \tan(180 - 60) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$ $\leftarrow 0,5$
 $y - 0 = -\sqrt{3}(x - 2)$
 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$
 $\sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} = 0$

TOTAL: 1,2

4) r: $3x - 4y + 2 = 0$ $\leftarrow 0,25$
s: $Kx - y + 3 = 0$

a) $y = \frac{3x+2}{4} \Rightarrow$

x	-2	2
y	-1	2

 $\leftarrow 0,25$

b) $r \parallel s \Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \Rightarrow \frac{3}{K} = \frac{-4}{-1}; K = 3/4$ $\leftarrow 0,25$
 $\rightarrow s: \frac{3}{4}x - y + 3 = 0; 3x - 4y + 12 = 0$

Para hallar la distancia entre ambas rectas paralelas cogemos un pto. de r de la tabla del apdo. a, p.ej. P(2, 2):

$d(r, s) = d(P, s) = \frac{|6 - 8 + 12|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{10}{5} = 2u$ $\leftarrow 0,5$

c) $r \perp s \Rightarrow \vec{u}_r \cdot \vec{u}_s = 0 \Rightarrow (4, 3) \cdot (1, K) = 4 + 3K = 0 \Rightarrow K = -4/3$ $\leftarrow 0,25$
 $\rightarrow s: -\frac{4}{3}x - y + 3 = 0 \xrightarrow{\otimes 3} 4x + 3y - 9 = 0$

Para hallar el pto. de corte de ambas rectas resolvemos el sistema formado por ambas:

$(*) \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\otimes -4} \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ -12x + 16y = 8 \end{cases}$
 $\xrightarrow{\otimes 3} \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 12x + 9y = 27 \end{cases}$
 $25y = 35 \rightarrow y = \frac{35}{25} = \frac{7}{5} \xrightarrow{(*)} 3x - \frac{28}{5} = -2; 3x = \frac{28}{5} - 2 = \frac{18}{5}; x = \frac{6}{5}$

d) Por ser paralela a r tendrá la forma $3x - 4y + K = 0$ $\leftarrow 0,5$
y por pasar por el origen: $(0, 0) \Rightarrow 3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + K = 0; K = 0 \Rightarrow 3x - 4y = 0$

TOTAL: 1,75