1. Dado el triángulo de vértices A(-2,2), B(5,3) y C(2,15), se pide: **a)** Dibujarlo **b)** Hallar, mediante vectores, el ángulo $\hat{A}$ **c)** Hallar, mediante vectores, las longitudes de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ **d)** Con los datos anteriores, hallar su área. *(1,75 puntos)*

2. Dados $\vec{u}=(2,1)$ y $\vec{v}=(a,-3)$, se pide:

a) Hallar **a** para que sean //. Explicar gráficamente la solución obtenida.

b) Hallar **a** para que sean $\perp$. Explicar gráficamente la solución obtenida.

c) Hallar **a** para que formen 45º. Justificar gráficamente la solución obtenida. *(2 puntos)*

3. **a)** Hallar, en forma paramétrica, continua, general o implícita, punto-pendiente y explícita, la ecuación de la recta que tiene la misma dirección que la recta 2x+4y-5=0 y pasa por el punto (1,-3).

b) Dibujar la recta obtenida.

c) ¿Qué ángulo forman ambas rectas con OX^+? *(2 puntos)*

4. Dada r: 2x+4y-5=0 y P(1,-3) **a)** Razonar que $P\notin r$

b) Hallar la ecuación general o implícita de la recta $\perp$ a r que pasa por P

c) Hallar el pie de la perpendicular trazada de P a r *(2 puntos)*

5. **<u>TEORÍA</u>:**

a) Dado el vector $\vec{u}=(3,-4)$, hallar dos vectores $\perp$ a él y unitarios.

b) Dado el vector anterior, hallar un vector // de módulo 7

c) Dados $\vec{a}=(-1,2)$, $\vec{b}=(2,-3)$ y $\vec{c}=\left(\frac{1}{2},4\right)$, hallar $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\vec{c}$ y $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$

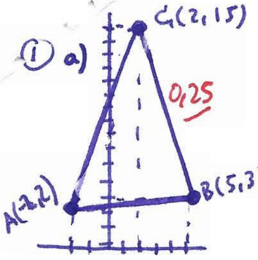
d) ¿Son ortonormales los vectores $\vec{a}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\vec{b}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$? ¿Y ortogonales?

e) A simple vista, **sin necesidad de transformarlas**, ¿podemos concluir que

$$r:\left.\begin{aligned}x&=2+\lambda\\ y&=1+2\lambda\end{aligned}\right\}\quad y\quad s:\ y-1=2(x-2)$$

son la misma recta? Razonar la respuesta. *(2 puntos)*

① a)



0,25

b) $\vec{AB} = B - A = (7,1)$
$\vec{AC} = C - A = (4,13)$

$\cos\hat{A} = \dfrac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{|\vec{AB}|\cdot|\vec{AC}|} = \dfrac{28+13}{\sqrt{50}\cdot\sqrt{185}} = \dfrac{41}{\sqrt{9250}} \simeq 0{,}4263 \Rightarrow \boxed{\hat{A} = \arccos 0{,}4263 \simeq 64^\circ 46' 2''}$ 0.75

c) $\boxed{\vec{AB}} = |\vec{AB}| = \sqrt{49+1} = \boxed{\sqrt{50}\ u}$ 0,25

$\boxed{\vec{AC}} = |\vec{AC}| = \sqrt{16+169} = \boxed{\sqrt{185}\ u}$

d) $\boxed{S_{ABC} = \frac{1}{2}|\vec{AB}|\cdot|\vec{AC}|\cdot \operatorname{sen}\hat{A} = 43{,}5\ u^2}$ 0.5

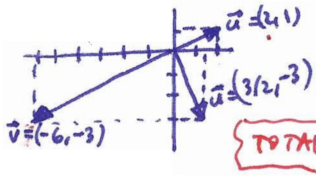
TOTAL: 1,75

---

② $\vec{u} = (2,1)$
$\vec{v} = (a,-3)$

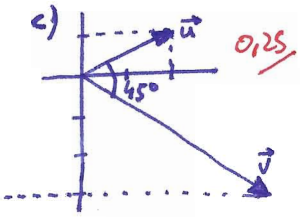
a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \propto \vec{v} \Rightarrow \dfrac{2}{a} = \dfrac{1}{-3}$; $\boxed{-6 = a}$ 0,375

b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \Rightarrow 2a - 3 = 0$; $\boxed{a = 3/2}$ 0.375



TOTAL: 2

c)



0,25 Gráficamente se ve que sólo puede haber 1 soluc.

$\cos\alpha = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} \Rightarrow \cos 45^\circ = \dfrac{2a-3}{\sqrt{5}\sqrt{a^2+9}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ 0.25 $2(2a-3) = \sqrt{10}\sqrt{a^2+9}$

$4(2a-3)^2 = 10(a^2+9)$; $2(4a^2-12a+9) = 5(a^2+9)$; $8a^2-24a+18 = 5a^2+45$

$3a^2-24a-27=0$; $a^2-8a-9=0$ → $\boxed{a_1 = 9}$ 0'75

→ $a_2 = -1$ desechado, debido al dibujo

---

③ a) Al tener la recta pedida la misma dirección que la dada, compartirán ambas el mismo vector director:

$2x+4y-5=0 \to \vec{u} = (-4,2) \to \vec{u} = (-2,1)$
$P(1,-3)$

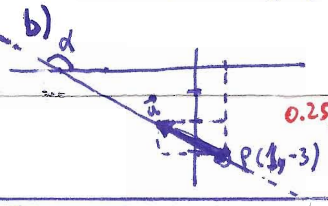
$\boxed{\begin{matrix} x = 1-2\lambda \\ y = -3+\lambda \end{matrix}}$ PARAMÉTRICAS 0.2 $\Rightarrow \boxed{\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+3}{1}}$ CONTINUA 0.2 $\Rightarrow x - 1 = -2y - 6$

$\boxed{x + 2y + 5 = 0}$ 0.2 GRAL. O IMPLÍCITA

$\vec{u} = (2,1) \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{y+3 = -\frac{1}{2}(x-1)}$ 0,2 PTO-PDTE.

$2y = -x - 5$; $\boxed{y = -\dfrac{x}{2} - \dfrac{5}{2}}$ 0.2 EXPLÍCITA

b)



0.25

c) $m = \operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{2}\right) \simeq 153^\circ 26' 6''}$ 0.75

TOTAL: 2

---

④ a) $r: 2x+4y-5=0$
$P(1,-3)$

$2-12-5 \neq 0 \Rightarrow P \notin r$ 0.25

b) $\vec{u_r} = (-4,2) \to (-2,1) \xrightarrow{\perp} \vec{n} = (1,2)$
$P(1,-3)$

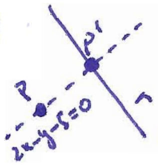
$\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{2}$; $2x - 2 = y + 3$

$\boxed{2x - y - 5 = 0}$

0.875

TOTAL: 2

c)



el pto. P' pedido será la intersección de ambas rectas:

(*) $2x - y = 5 \xrightarrow{\otimes -1} -2x + y = -5$
$2x + 4y = 5$ ⟶ $2x + 4y = 5$

$5y = 0$; $y = 0$

⇓(*)

$2x = 5$; $x = 5/2$

soluc: $\boxed{P'(5/2, 0)}$ 0.875

---

⑤ a) $\vec{u} = (3,-4) \xrightarrow{\perp} \vec{n} = (4,3)$; $|\vec{n}| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow$ soluc: $\boxed{\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right) \text{ y } \left(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)}$ 0,4

b) $\vec{u} = (3,-4)$; $|\vec{u}| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow \dfrac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \left(\dfrac{3}{5}, -\dfrac{4}{5}\right)$ es unitario $\Rightarrow$ el séptuplo de él tendrá módulo 7 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ soluc: $\boxed{\left(\frac{21}{5}, -\frac{28}{5}\right)}$ 0.4

c) $\vec{a} = (-1,2)$
$\vec{b} = (2,-3)$
$\vec{c} = (1/2,4)$

$\boxed{(\vec{a}\cdot\vec{b})\,\vec{c}} = [(-1,2)\cdot(2,-3)](1/2,4) = -8\cdot\left(\frac{1}{2},4\right) = \boxed{(-4,-32)}$ 0,2

$\boxed{(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})} = (1,-1)\cdot(-3,5) = \boxed{-8}$ 0.2

ORTOGRAFÍA Y SINTAXIS 0,05
ORDEN 0.05
LIMPIEZA Y CALIGRAFÍA 0.10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO ... 0.05

d) No son ortonormales pq. $|\vec{b}| = \sqrt{\frac{3}{9} + \frac{3}{9}} \neq 1$; son $\boxed{\text{ortogonales}}$ i.e. ⊥ pq. $\vec{a}\cdot\vec{b} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6} = 0$ 0.4

e) $r: \begin{matrix} x = 2+\lambda \\ y = 1+2\lambda \end{matrix} \to \vec{u_r} = (1,2) \to m_r = 2$
$P(2,1)$

$s: y - 1 = 2(x-2) \to m_s = 2$
$P(2,1)$

$\boxed{\text{ambas tienen la misma pendiente y pasan por un mismo punto}} \Rightarrow$ son la misma recta

0,4

TOTAL: 2