

ALUMNA/O:

1.- Simplifica: $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}-\sqrt{8}}$

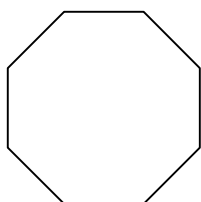
2.- Dada la sucesión $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}$ calcula su límite y qué término vale $\frac{9}{5}$.

3.- Resuelve la ecuación $\log \sqrt{x+9} + \log \sqrt{x} = \log 6$

4.- Resuelve la inecuación $\frac{3x+4}{x} > 4$ expresando el conjunto de soluciones mediante intervalos.

5.- Resuelve la ecuación $5 \cos x = 2 \sec x - 9$

6.- Calcula el valor exacto y una aproximación hasta las centésimas de la longitud del radio de un octógono regular de lado 1u.



7.- Determina a y b sabiendo que la recta $2x + ay = 0$ pasa por el punto $(1,2)$ y es paralela a la recta $bx - 2y + 3 = 0$.

8.- Halla la ecuación de la mediatriz del segmento que determina la recta $y = -2x + 4$ al cortar a los ejes de coordenadas.

9.- Calcula el valor de a para que la función $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{ax+1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ sea continua

en todo \mathbb{R} y represéntala.

10.- Calcula la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 9)$ y encuentra en qué punto crece $f(x)$ como una recta de pendiente 2.

SOLUCIONES

1.- Simplifica: $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{50}-\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 1$

2.- Dada la sucesión $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}$ calcula su límite y qué término vale $\frac{9}{5}$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-3}{2n+1} = 2$$

$$\frac{4n-3}{2n+1} = \frac{9}{5} \Rightarrow 5(4n-3) = 9(2n+1) \Rightarrow 20n-15 = 18n+9 \Rightarrow 2n = 24 \Rightarrow n = 12$$

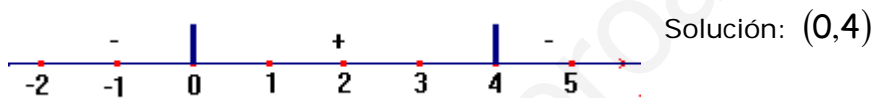
3.- Resuelve la ecuación $\log \sqrt{x+9} + \log \sqrt{x} = \log 6$

$$\log(\sqrt{x+9}\sqrt{x}) = \log 6 \Rightarrow \sqrt{x^2+9x} = 6 \Rightarrow x^2+9x = 36 \Rightarrow x^2+9x-36 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81+144}}{2} = \begin{cases} 3 \\ -12 \end{cases} \rightarrow \text{Solución } x = 3 \text{ (la negativa no es posible)}$$

4.- Resuelve la inecuación $\frac{3x+4}{x} > 4$ expresando el conjunto de soluciones mediante intervalos.

$$\frac{3x+4}{x} - 4 > 0 \Rightarrow \frac{3x+4-4x}{x} > 0 \Rightarrow \frac{4-x}{x} > 0$$



5.- Resuelve la ecuación $5 \cos x = 2 \sec x - 9$

$$5 \cos x = \frac{2}{\cos x} - 9 \Rightarrow 5 \cos^2 x = 2 - 9 \cos x \Rightarrow 5 \cos^2 x + 9 \cos x - 2 = 0$$

$$\cos x = \frac{-9 \pm \sqrt{81+40}}{10} = \frac{-9 \pm 11}{10} = \begin{cases} \frac{1}{5} \\ -2 \end{cases} \text{ -2 no es una solución válida}$$

$$x = \arccos \frac{1}{5} = \begin{cases} 78^\circ 28' + 360k \\ 281^\circ 31' + 360k \end{cases}$$

6.- Calcula el valor exacto y una aproximación hasta las centésimas de la longitud del radio de un octógono regular de lado 1u.

Ángulo central: $360:8 = 45^\circ$

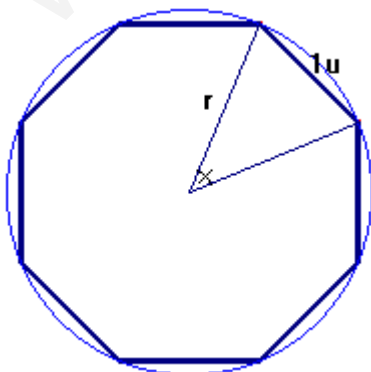
En el triángulo, aplicamos el teorema del coseno:

$$1^2 = r^2 + r^2 - 2rr \cos 45^\circ$$

$$1 = 2r^2 - 2r^2 \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 1 = 2r^2 - r^2 \sqrt{2}$$

$$r^2(2 - \sqrt{2}) = 1 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$r = +\sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}} \text{ valor exacto, aproximación: } 1,31 \text{ u}$$



7.- Determina a y b sabiendo que la recta $2x + ay = 0$ pasa por el punto $(1,2)$ y es paralela a la recta $bx - 2y + 3 = 0$.

$$2x + ay = 0 \text{ pasa por } (1,2) \Rightarrow 2 \cdot 1 + a \cdot 2 = 0 \Rightarrow 2 = -2a \Rightarrow a = -1$$

$$2x - y = 0 \text{ es paralela a } bx - 2y + 3 = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{-2}{-1} = 2 \Rightarrow b = 4$$

8.- Halla la ecuación de la mediatriz del segmento que determina la recta $y = -2x + 4$ al cortar a los ejes de coordenadas.

Hallamos primero los puntos de corte:

$$\text{Eje OX: } -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \rightarrow (2,0)$$

$$\text{Eje OY: } y = -2 \cdot 0 + 4 \Rightarrow y = 4 \rightarrow (0,4)$$

La recta dada tiene pendiente $m = -2 \Rightarrow$ la mediatriz (al ser perpendicular a ésta) tiene pendiente $m' = \frac{1}{2}$ y pasa por el punto medio del segmento determinado por

$$(2,0) \text{ y } (0,4), \text{ que es el punto } M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = (1,2)$$

$$\text{Ecuación punto-pendiente: } y = \frac{1}{2}(x-1) + 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

9.- Calcula el valor de a para que la función $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{ax+1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ sea continua

en todo \mathbb{R} y representala.

El primer trozo es un trozo de parábola, continua en $(-\infty, 1)$. El segundo es una función racional no continua en 0, pero ese trozo sólo está definido en $(1, +\infty)$, luego sólo habrá que "obligar" a que sea continua en $x = 1$

$$f(1) = 1 - 1^2 = 0$$

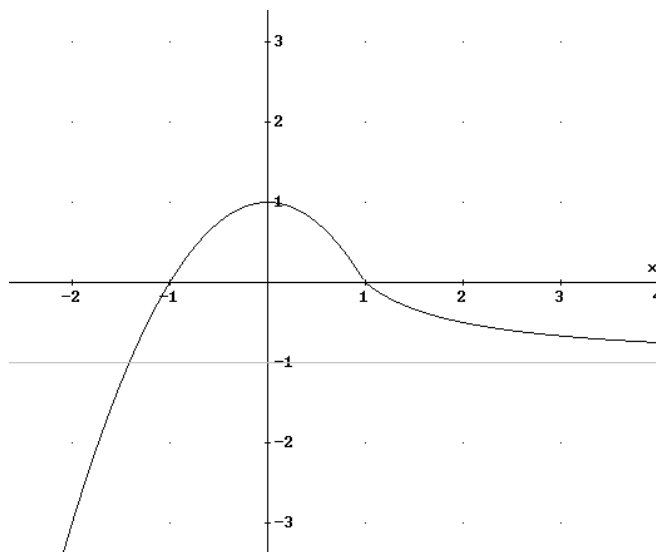
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (1 - x^2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{ax+1}{x} \right) = a+1$$

$$\Rightarrow a+1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{-x+1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases} \text{ gráficamente}$$

son un trozo de una parábola con vértice en $(0,1)$ y un trozo de la función $\frac{-x+1}{x}$, cuyas asíntotas son el eje OY (vertical) y la recta $y = -1$ (horizontal)



10.- Calcula la derivada de la función $f(x) = \ln(x^2 - 6x + 9)$ y encuentra en qué punto crece $f(x)$ como una recta de pendiente 2.

$$f(x) = \ln(x^2 - 6x + 9) \rightarrow f'(x) = \frac{2x - 6}{x^2 - 6x + 9} = \text{pendiente de la recta tangente}$$

$$\frac{2x - 6}{x^2 - 6x + 9} = 2 \Rightarrow 2x - 6 = 2(x^2 - 6x + 9) \Rightarrow x - 3 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} 4 \\ 3 \end{cases}$$

En los puntos $x = 4$ y $x = 3$ crece como una recta de pendiente 2