

Se puede utilizar calculadora; no usar bolígrafo rojo.

Todos los indicadores tienen el mismo peso en la nota final del examen.

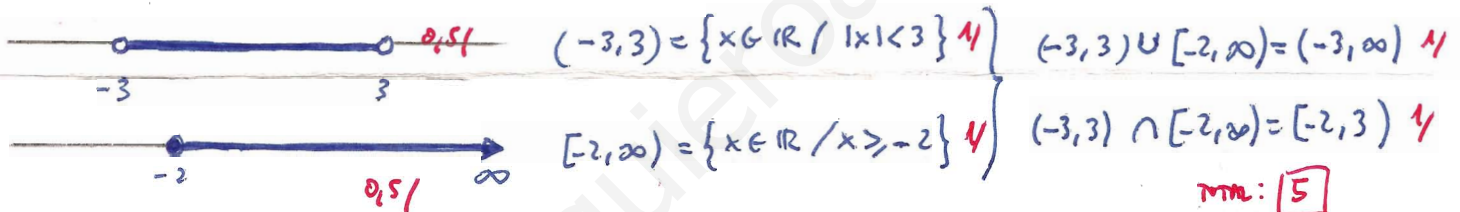
Indicador 1.1: Subconjuntos en IR. Intervalos.

a) **TEORÍA:** Definir $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$, e indicar cuatro ejemplos ^{variados y representativos} en cada caso:

Nº racionales ($\mathbb{Q}$) son aquellos que se pueden expresar como cociente de enteros (o también, cuya expresión decimal ^{1,5/} es exacta o periódica). P.ej: $-2, 1/3, -0,25, 9\bar{6}$
^{0,25 cada ejemplo}

Nº irracionales ($\mathbb{I}$) son aquellos que ^{1,5/} no son racionales, es decir, que no se pueden expresar como cociente de enteros (o también, cuya expresión decimal tiene ∞ cifras no periódicas). P.ej: $\sqrt{3}, \pi, 1,41424344\dots, -\sqrt{2}$
^{0,25 cada ejemplo} **TOTAL: 5**

b) Dibujar en la recta real los intervalos $(-3,3)$ y $[-2,\infty)$, definirlos empleando lenguaje matemático, y hallar su $\cup$ e $\cap$:



NOTA del indicador 1.1 (0 a 10)

5+5

¿Alcanza el mínimo? (Es mínimo todo excepto la $\cup$ e $\cap$)

Indicador 1.2: Operaciones con fracciones, potencias y raíces. Racionalización.

a) Calcular, **aplicando, siempre que sea posible, las propiedades de las potencias**, y simplificando en todo momento. Cuando no sea ya posible aplicar las propiedades de las potencias debido a la existencia de una suma o resta, pasar la potencia a número y operar:

$$\begin{aligned} & \frac{11^{-1} - 1^{-11}}{\left[\left(-\frac{3}{5} \right)^{-6} \right]^{-5} : \left(\frac{25}{9} \right)^{-14} \cdot \left(-\frac{3}{5} \right)^{-1} + 1} = \frac{\frac{1}{11} - 1}{\left(-\frac{3}{5} \right)^{30} : \left(\frac{3^2}{5^2} \right)^{14} \cdot \left(-\frac{5}{3} \right) + 1} = \frac{-\frac{10}{11}}{-\frac{3^{30}}{5^{30}} : \frac{3^{28}}{5^{28}} \cdot \frac{5}{3} + 1} = \\ & = \frac{-\frac{10}{11}}{-\frac{3^{30} \cdot 5^{28} \cdot 5}{5^{30} \cdot 3^{28} \cdot 3} + 1} = \frac{-\frac{10}{11}}{-\frac{3}{5} + 1} = \frac{-\frac{10}{11}}{\frac{2}{5}} = -\frac{10 \cdot 5}{11 \cdot 2} = -\frac{\cancel{2} \cdot 5 \cdot 5}{11 \cdot \cancel{2}} = \boxed{-\frac{25}{11}} \end{aligned}$$

TOTAL: 5

b) Racionalizar, operar y simplificar:

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2}} - (\sqrt[3]{2})^2 + \frac{4+3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+3} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} - \boxed{\sqrt[3]{2^2}} + \frac{(4+3\sqrt{2})(2\sqrt{2}-3)}{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)} =$$

$$= \frac{\cancel{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{\cancel{2}} - \sqrt[3]{4} + \frac{8\sqrt{2} - \cancel{12} + \cancel{12} - 9\sqrt{2}}{(2\sqrt{2})^2 - 3^2} = \underbrace{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{4}}_{0,5/} + \frac{-\sqrt{2}}{8-9} = \frac{-\sqrt{2}}{-1} = \boxed{\sqrt{2}} \quad 1/$$

TOTAL: 5

NOTA del indicador 1.2 (0 a 10)

5+5

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

☐

Indicador 1.3: Polinomios y fracciones algebraicas.

Operar y simplificar:

$$1 + \frac{1}{x^2-9} : \frac{x+3}{4} = 1 + \frac{1}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{4}{4(x+3)} = 1 + \frac{4(x+3)}{(x+3)(x-3)} = 1 + \frac{4}{x-3} =$$

$$= \frac{x-3+4}{x-3} = \frac{x+1}{x-3}$$

NOTA del indicador 1.3 (0 a 10)

10

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo, excepto la simplificación final)

☐

Indicador 1.4: Ecuaciones, inecuaciones y sistemas.

Resolver, indicando la solución mediante notación de intervalos:

$$\frac{(x+1)^2}{3} - \frac{2x^2+7x+2}{6} \geq 1 - \frac{(x+2)(x-2)}{2}$$

$$\frac{x^2+2x+1}{3} - \frac{2x^2+7x+2}{6} \geq 1 - \frac{x^2-4}{2} \quad 0,5/$$

$$\downarrow \times 6$$

$$2(x^2+2x+1) - (2x^2+7x+2) \geq 6 - 3(x^2-4) \quad 0,5/$$

$$2x^2+4x+2-2x^2-7x-2 \geq 6-3x^2+12$$

$$-3x \geq 18-3x^2$$

$$3x^2-3x-18 \geq 0 \quad 0,5/$$

$$\downarrow \div 3$$

$$x^2-x-6 \geq 0 \quad 0,5/$$

raíces -2 y 3

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 3)$	$(3, \infty)$
signo x^2-x-6	+	-	+

Soluc: $x \in (-\infty, -2] \cup [3, \infty)$ 3/

TOTAL: 6

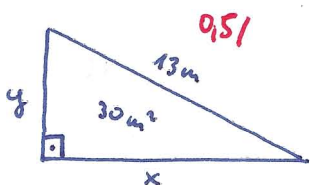
NOTA del indicador 1.4 (0 a 10)

6+4

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo, incluido el sistema de la pregunta siguiente)

Indicador 1.5 (y 1.4): Problemas de planteamiento.

El área de un triángulo rectángulo es 30 m^2 y la hipotenusa mide 13 m . ¿Cuáles son las longitudes de los catetos? (Ayuda: Aplicar el teorema de Pitágoras y plantear un SS.EE. de 2º grado).



$$\begin{cases} \frac{1}{2}xy = 30 \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{60}{x}$$

TOTAL: 4

$$\Rightarrow x^2 + \left(\frac{60}{x}\right)^2 = 169; \quad x^2 + \frac{3600}{x^2} = 169 \xrightarrow{\times x^2} x^4 + 3600 = 169x^2;$$

$$0,5/ \quad x^4 - 169x^2 + 3600 = 0 \quad (\text{Ec. Bi Cuadrada}) \quad 1/$$

cambio de variable $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 169t + 3600 = 0$

$$t = \frac{169 \pm \sqrt{28561 - 4 \cdot 3600}}{2} = \frac{169 \pm \sqrt{14161}}{2} = \frac{169 \pm 119}{2}$$

$$t = \frac{288}{2} = 144 = x^2 \Rightarrow x = 12 \text{ m}$$

$$t = \frac{50}{2} = 25 = x^2 \Rightarrow x = 5 \text{ m}$$

descartado, por tratarse de una longitud 0,5/

restituímos en (*) $y = 5 \text{ m}$ 0,5/

descartado, por tratarse de una longitud 0,5/

restituímos en (*) $y = 12 \text{ m}$ 0,5/

Soluc: los catetos miden 5 m y 12 m 3/

NOTA del indicador 1.5 (0 a 10)

10

Indicadores 2.1, 2.2 y 2.3: Reducción al 1º cuadrante. Fórmulas trigonométricas.

Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ y que $\pi \leq \alpha < 3\pi/2$, hallar mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas (resultados racionalizados y simplificados; no vale usar decimales):

a) $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 - (-\frac{\sqrt{3}}{2})}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$ TOTAL: 5

180° ≤ α < 270°
1/ 90° ≤ α/2 < 135°
↓
α/2 ∈ 2º cuadrante

$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; $1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; $1 + \frac{3}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; $\frac{12}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; $\frac{4}{3} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
 $\frac{3}{4} = \cos^2 \alpha$; $\cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ descartado p. α ∈ 3º cuadrante 3/
 $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3/

Indicador 2.1

b) $\cos(2\alpha + 930^\circ) = \cos 2\alpha \cdot \cos 930^\circ - \sin 2\alpha \cdot \sin 930^\circ$ (*) 0,5/

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ 0,5/

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sin \alpha}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3}{3 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$ 0,5/

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 0,5/

Indicador 2.2

$\cos 930^\circ = \cos(210^\circ + 2 \text{ vueltas}) = \cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2/

$\sin 930^\circ = \sin(210^\circ + 2 \text{ vueltas}) = \sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$ 2/

NOTA del indicador 2.1 (0 a 10) 10

¿Alcanza el mínimo? (Obtener cos α en el apdo. a) ☐

NOTA del indicador 2.2 (0 a 10) 10

¿Alcanza el mínimo? (Reducir al 1º cuadrante en el apdo. b) ☐

Sustituimos en (*):

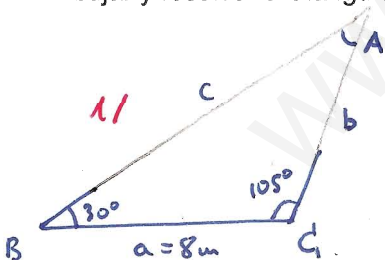
$\cos(2\alpha + 930^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$ 2/

NOTA del indicador 2.3 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (El resto)

Indicador 2.4: Resolución de triángulos oblicuángulos.

Dibujar y resolver el triángulo de datos a=8 m, B=30°, C=105° (Resultados con 2 decimales)



$\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ 1/

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{8}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 30^\circ} \Rightarrow b = \frac{8 \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 5,66 \text{ m}$ 1/ 2/

$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{8}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin 105^\circ} \Rightarrow c = \frac{8 \sin 105^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 10,93 \text{ m}$ 1/ 2/

se baja 1 pt. por no indicar unidades
" " " " ≈
" redondeo incorrecto

NOTA del indicador 2.4 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)