Universidades Públicas de Andalucía	**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA** **PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD** CURSO 2015-2016	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

Instrucciones:	**a) Duración: 1 hora y 30 minutos.** **b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.** **c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.** **d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.** **e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.**

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una empresa fabrica dos tipos de agua de colonia, A y B. La colonia A contiene un 5% de extracto de rosas y un 10% de alcohol, mientras que la B se fabrica con un 10% de extracto de rosas y un 15% de alcohol. El precio de venta de la colonia A es de 24 €/litro y el de la B es de 40 €/litro. Se dispone de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol. ¿Cuántos litros de cada colonia convendría fabricar para que el importe de la venta de la producción sea máximo?

EJERCICIO 2

Los beneficios de una empresa, en miles de euros, han evolucionado en los 25 años de su existencia según una función del tiempo, en años, dada por la siguiente expresión:

$$B(t)=\begin{cases} 4t & si \quad 0\le t<10 \\ -\frac{1}{5}t^2+8t-20 & si \quad 10\le t\le 25 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de B en el intervalo [0, 25].
b) **(1 punto)** Estudie la monotonía de esta función y determine en qué año fueron mayores los beneficios de esta empresa y cuál fue su beneficio máximo.
c) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente esta función.

EJERCICIO 3

De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A)=0.4, \quad P(B)=0.5, \quad P\left((A\cup B)^C\right)=0.1.$$

a) **(0.75 puntos)** Razone si A y B son sucesos compatibles.
b) **(0.75 puntos)** Razone si A y B son sucesos independientes.
c) **(0.5 puntos)** Calcule $P\left(A\cap B^C\right)$.
d) **(0.5 puntos)** Calcule $P\left(A/B^C\right)$.

Una empresa fabrica dos tipos de productos A y B, y vende todo lo que produce obteniendo un beneficio unitario de 500€ y 600€, respectivamente. Cada producto pasa por dos procesos de fabricación, P1 y P2. Una unidad del producto A necesita 3 horas en el proceso P1, mientras que una del producto B necesita 5 horas en ese proceso. La mano de obra contratada permite disponer, como máximo de 150 horas semanales en P1 y de 120 horas en P2. Además, son necesarias 3 horas en P2 para fabricar una unidad de cada uno de los productos.
a) Plantee el problema de maximización de la función del beneficio semanal de la empresa, dibuje la región factible y obtenga sus vértices.
b) ¿Cuál es el máximo beneficio semanal que puede obtener la empresa? ¿Cuánto debe fabricar de cada producto para obtener ese beneficio?.
SOCIALES II. 2016 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

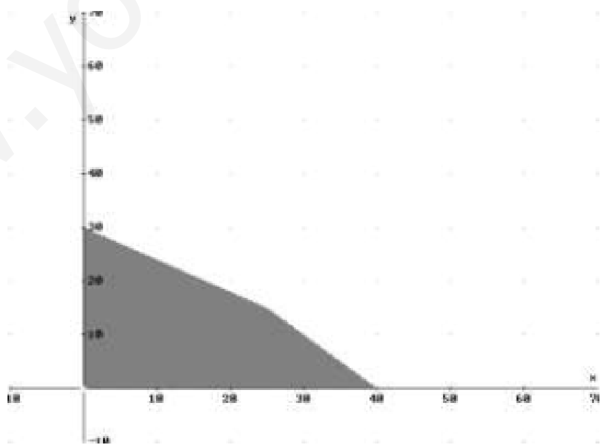
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

	P1	P2	Beneficio
x = Producto A	3 h	3 h	500 €
y = Producto B	5 h	3 h	600 €
Total	150 h	120 h	

Las inecuaciones del problema son: $\left.\begin{array}{r} 3x+5y\leq 150 \\ 3x+3y\leq 120 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=500x+600y$. A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A=(0,0)\ ;\ B=(40,0)\ ;\ C=(25,15)\ ;\ D=(0,30).$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=500x+600y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(0,0)=0\ ;\ F(B)=F(40,0)=20.000\ ;\ F(C)=F(25,15)=21.500\ ;$$
$$F(D)=F(0,30)=18.000$$

Se deben fabricar 25 del producto A y 15 del producto B. El beneficio máximo es 21.500 €

Los beneficios de una empresa, en miles de euros, han evolucionado en los 25 años de su existencia según una función del tiempo, en años, dada por la siguiente expresión:

$$B(t)=\begin{cases} 4t & si \quad 0\le t<10 \\ -\dfrac{1}{5}t^2+8t-20 & si \quad 10\le t\le 25 \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de B en el intervalo $[0,25]$.

b) Estudie la monotonía de esta función y determine en qué año fueron mayores los beneficios de esta empresa y cuál fue su beneficio máximo.

c) Represente gráficamente esta función.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 2. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Las funciones $4t$ y $-\frac{1}{5}t^2+8t-20$ por ser polinómicas, son continuas y derivables en $\mathbb{R}$. Estudiamos primero la continuidad en $t=10$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t\to 10^-} 4t=40 \\ \lim\limits_{t\to 10^+}\left(-\dfrac{1}{5}t^2+8t-20\right)=40 \end{array}\right\} \Rightarrow B(10)=\lim_{t\to 10} B(t)=40 \Rightarrow \text{Es continua}$$

Estudiamos la derivabilidad en $t=10$

Calculamos la función derivada: $B'(t)=\begin{cases} 4 & si \quad 0\le x<10 \\ -\dfrac{2}{5}t+8 & si \quad 10<x\le 25 \end{cases}$ y como:

$$\left.\begin{array}{l} B'(10^-)=4 \\ B'(10^+)=4 \end{array}\right\} \Rightarrow B'(10^-)=B'(10^+)=4 \Rightarrow \text{Derivable en } t=10$$

Luego, la función es continua y derivable en el intervalo $[0,25]$

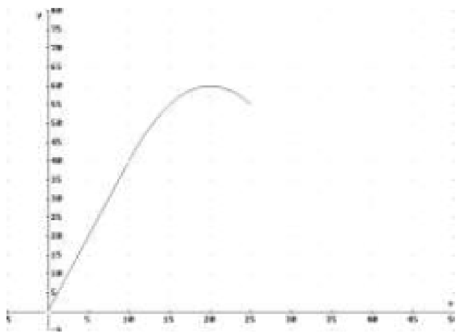
b) El máximo puede estar en los extremos del intervalo $t=10$ y $t=25$, y también en las soluciones de $B'(t)=0$.

$$B(10)=40 \;\; ; \;\; B(25)=55 \;\; ; \;\; B'(t)=-\frac{2t}{5}+8=0 \Rightarrow t=20 \Rightarrow B(20)=60$$

Luego, el máximo beneficio fue de 60.000 € y corresponde a $t=20$

La función es creciente en el intervalo $(0,20)$ y decreciente en el intervalo $(20,25)$

c)



De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A)=0.4 \quad , \quad P(B)=0.5 \quad , \quad P\left((A\cup B)^{c}\right)=0.1$$

a) Razone si A y B son sucesos compatibles.
b) Razone si A y B son sucesos independientes.
c) Calcule $P(A\cap B^{C})$
d) Calcule $P(A/B^{C})$.
SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $p(A)=0'4$; $p(B)=0'5$; $p((A\cup B)^{C})=0'1$

a) $p((A\cup B)^{C})=1-p(A\cup B)\Rightarrow 0'1=1-p(A\cup B)\Rightarrow p(A\cup B)=0'9$

Sabemos que:

$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)\Rightarrow 0'9=0'4+0'5-p(A\cap B)\Rightarrow p(A\cap B)=0\Rightarrow$ Incompatibles

b) Si A y B son independientes se tiene que cumplir: $p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)$

$$0\neq 0'4\cdot 0'5\Rightarrow \text{Dependientes}$$

c) $p(A\cap B^{C})=p(A)-p(A\cap B)=0'4-0=0'4$

d) $p(A/B^{C})=\dfrac{p(A\cap B^{C})}{p(B^{C})}=\dfrac{0'4}{0'5}=0'8$