

**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD**
CURSO 2017-2018

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II**

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
- b) **(1 punto)** Si A es una matriz con tres filas y dos columnas, determine razonadamente la dimensión que deben tener las matrices B , C y D para que se puedan efectuar las siguientes operaciones:

$$2A - 3B \qquad A \cdot A^t - C^2 \qquad A \cdot D$$

EJERCICIO 2

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{x-4} & \text{si } x < 3 \\ -x^2 + 7x - 10 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

- a) **(1.25 puntos)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f .
- b) **(0.75 puntos)** Calcule los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule las asíntotas de f , en caso de que existan.

EJERCICIO 3

Se ha realizado un referéndum en el que se ha convocado a la ciudadanía a expresar con “SÍ” o con “NO” su opinión sobre cierta cuestión. En una determinada mesa electoral hay tres urnas que contienen las siguientes papeletas: la urna A tiene 200 papeletas con “SÍ” y 300 con “NO”, la urna B, 500 “SÍ” y 400 “NO” y la urna C contiene 200 “SÍ” y 100 “NO”.

Se elige una urna al azar y de ella se extrae aleatoriamente una papeleta.

- a) **(1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea un “SÍ”.
- b) **(1 punto)** Si la papeleta extraída es “NO”, calcule la probabilidad de que haya sido extraída de la urna A.

EJERCICIO 4

La calificación que obtiene el alumnado en una determinada asignatura sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 3 puntos.

- a) **(1.5 puntos)** Se toma una muestra aleatoria simple de 100 alumnos, resultando una calificación media de 5.7 puntos. Calcule un intervalo de confianza para estimar μ a un nivel de confianza del 95%.
- b) **(1 punto)** Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error máximo de 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99%.

RESOLUCIÓN DEL EXAMEN

a) Resuelva la ecuación matricial $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) Si A es una matriz con tres filas y dos columnas, determine razonadamente la dimensión que deben tener las matrices B , C y D para que se puedan efectuar las siguientes operaciones:

$$2A - 3B \quad A \cdot A^t - C^2 \quad A \cdot D$$

SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

RESOLUCIÓN

a) Resolvemos la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+3b \\ a-5b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a+3b=4 \\ a-5b=1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{23}{13}; b = \frac{2}{13}$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} \frac{23}{13} \\ \frac{2}{13} \end{pmatrix}$

b) Si A tiene dimensión $(3,2)$, la matriz B debe tener también dimensión $(3,2)$ para que se pueda efectuar la operación $2A - 3B$

Si A tiene dimensión $(3,2)$ entonces, $A \cdot A^t$ tiene dimensión $(3,3)$, luego C debe tener dimensión $(3,3)$ para que se pueda efectuar la operación $A \cdot A^t - C^2$.

Para que se pueda efectuar la operación $A \cdot D$, la matriz D debe tener 2 filas y cualquier número de columnas.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x-5}{x-4} & \text{si } x < 3 \\ -x^2 + 7x - 10 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

- a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f
 b) Calcule los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas.
 c) Calcule las asíntotas de f , en caso de que existan.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 2. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La función $\frac{x-5}{x-4}$ es continua y derivable en $\mathbb{R} - \{4\}$. La función $-x^2 + 7x - 10$ es continua y derivable en \mathbb{R} . Por lo tanto, debemos estudiar la continuidad y derivabilidad en $x = 3$.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-5}{x-4} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (-x^2 + 7x - 10) = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2 \Rightarrow \text{Continua en } x = 3$$

Calculamos la función derivada: $f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-4)^2} & \text{si } x < 3 \\ -2x + 7 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ y como:

$$\left. \begin{array}{l} f'(3^-) = 1 \\ f'(3^+) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(3^-) = f'(3^+) \Rightarrow \text{Derivable en } x = 3$$

Luego la función $f(x)$ es continua y derivable en \mathbb{R}

b) Puntos de corte con el eje X

$$\frac{x-5}{x-4} = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow (5, 0) \text{ Pero no está en su dominio.}$$

$$-x^2 + 7x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5; x = 2 \Rightarrow (5, 0), \text{ ya que } (2, 0) \text{ no está en su dominio}$$

Puntos de corte con el eje Y

$$y = \frac{0-5}{0-4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \left(0, \frac{5}{4}\right)$$

$$y = -0^2 + 7 \cdot 0 - 10 = -10 \Rightarrow (0, -10) \text{ Pero no está en su dominio}$$

c) Calculamos las asíntotas.

La recta $x = 4$ es una asíntota vertical de la función $\frac{x-5}{x-4}$, pero no está en su dominio

La recta $y = 1$ es una asíntota horizontal, ya que: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-5}{x-4} = \frac{-\infty}{-\infty} = 1$

No tiene oblicua al tener asíntota horizontal.

La función $-x^2 + 7x - 10$ al ser polinómica, no tiene asíntotas.

Se ha realizado un referéndum en el que se ha convocado a la ciudadanía a expresar con “SÍ” o con “NO” su opinión sobre cierta cuestión. En una determinada mesa electoral hay tres urnas que contienen las siguientes papeletas: la urna A tiene 200 papeletas con “SÍ” y 300 con “NO”, la urna B, 500 “SÍ” y 400 “NO” y la urna C contiene 200 “SÍ” y 100 “NO”. Se elige una urna al azar y de ella se extrae aleatoriamente una papeleta.

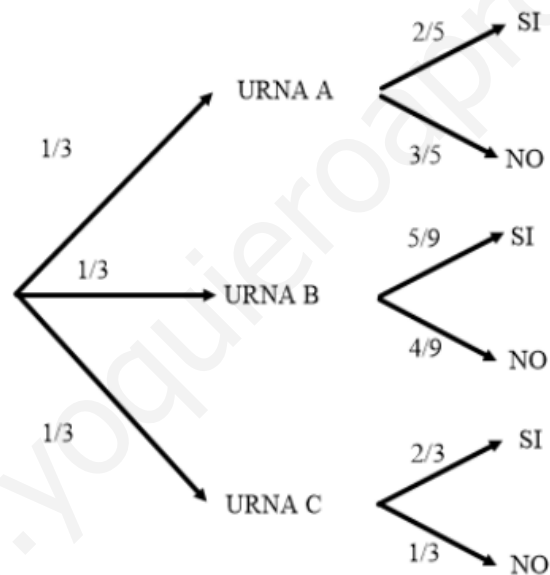
a) Calcule la probabilidad de que sea un “SÍ”.

b) Si la papeleta extraída es “NO”, calcule la probabilidad de que haya sido extraída de la urna A.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 3 OPCIÓN A

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$\text{a) } p(\text{SI}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{73}{135} = 0'5407$$

$$\text{b) } p(A | \text{NO}) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}}{1 - \frac{73}{135}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{62}{135}} = \frac{27}{62} = 0'4354$$

La calificación que obtiene el alumnado en una determinada asignatura sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 3 puntos.

a) Se toma una muestra aleatoria simple de 100 alumnos, resultando una calificación media de 5.7 puntos. Calcule un intervalo de confianza para estimar μ a un nivel de confianza del 95%.

b) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error máximo de 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99%.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(5'7 \pm 1'96 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} \right) = (5'7 \pm 0'588) = (5'112 ; 6'288)$$

b) Como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 0'5 = 2'575 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{2'575 \cdot 3}{0'5} \right)^2 = 238'7 \approx 239$$