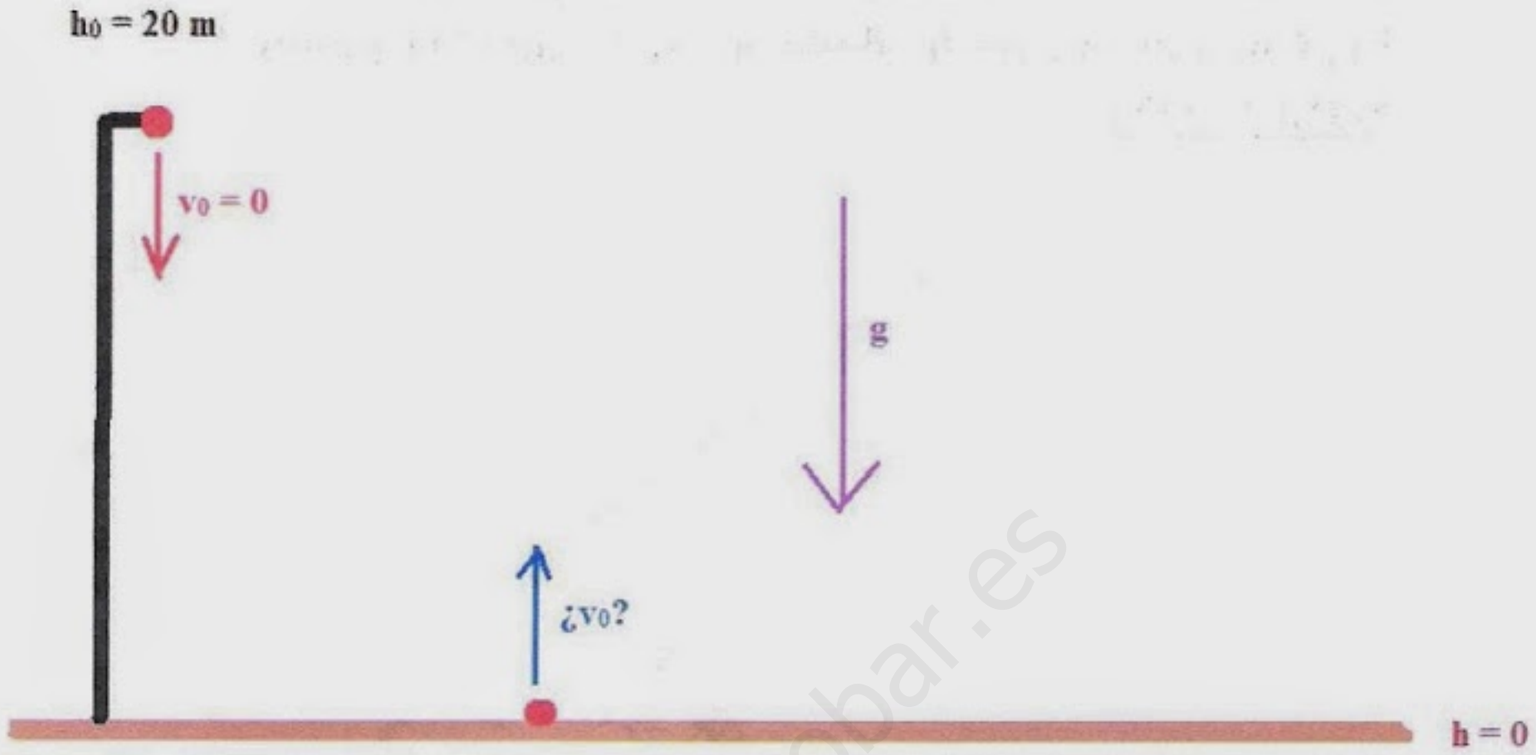
EXAMEN CINEMÁTICA 1º BACHILLERATO

Modelo 1

1) Un cuerpo se deja caer desde una altura de 20 m, mientras que desde abajo se lanza otro cuerpo. ¿A qué velocidad se debe lanzar éste para que se crucen a una altura de 10 m? (2 puntos)

SOLUCIÓN:



Si llamamos a la altura a la que ambos cuerpos se encuentran $h_C = 10\ m$, podemos utilizar las ecuaciones del cuerpo que se deja caer desde h_0 para calcular el tiempo que ambos cuerpos tardan en cruzarse:

$$h_C = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h_C - h_0 = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$2 \cdot (h_C - h_0) = -gt^2$$

$$\frac{2 \cdot (h_C - h_0)}{-g} = t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot (h_C - h_0)}{-g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot (10-20)m}{-9{,}8\ m/s^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (-10\ m)}{-9{,}8\ m/s^2}} = 1{,}43\ s$$

Para el cuerpo que sube:

$$h_C = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$h_C + \frac{1}{2}gt^2 = v_0 t$$

$$\frac{h_C + \frac{1}{2}gt^2}{t} = v_0$$

$$\frac{h_C}{t} + \frac{1}{2}gt = v_0$$

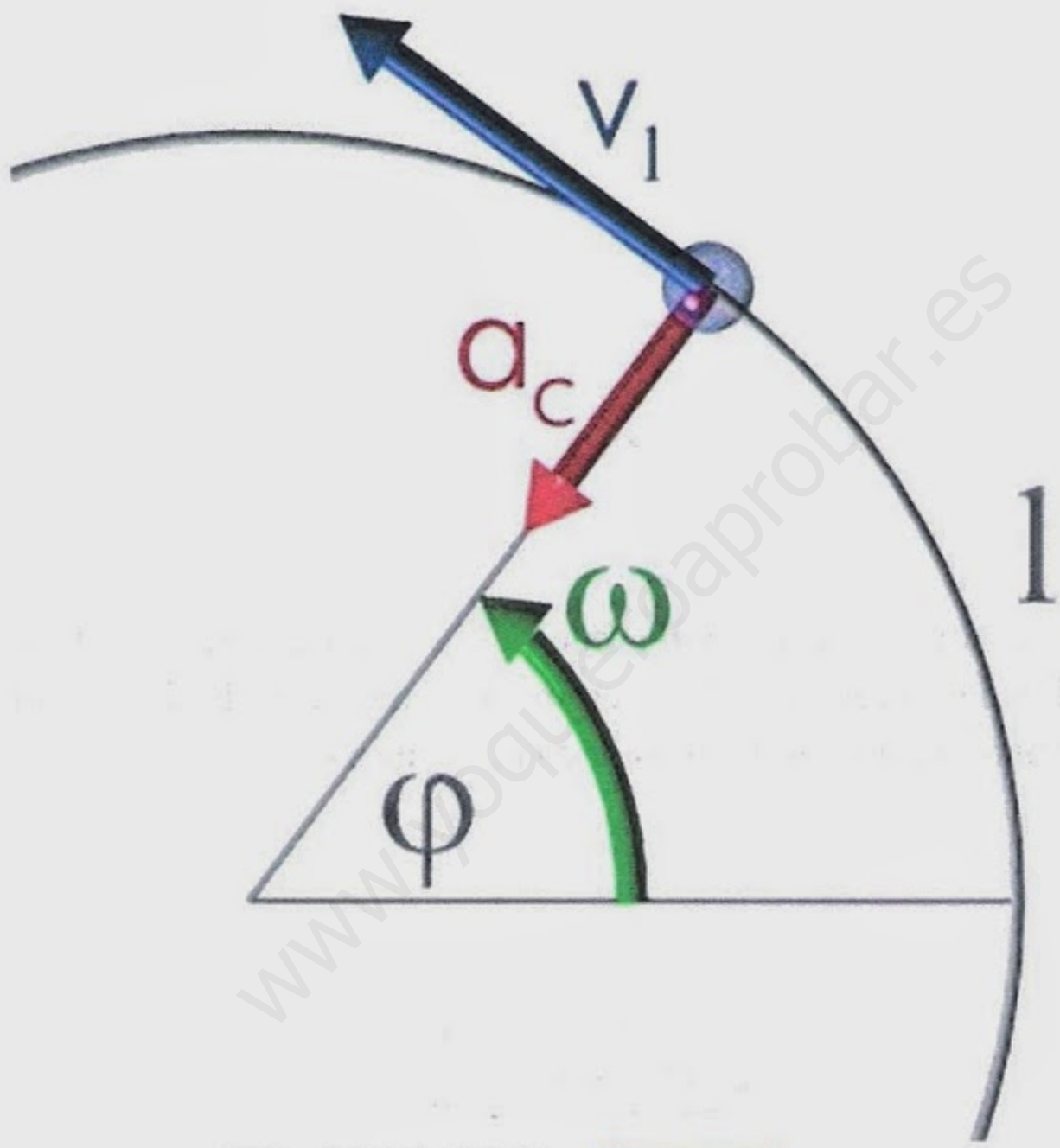
$$v_0 = \frac{10\,m}{1{,}43\,s} + \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 1{,}43\,s = 7 + 7 = 14\,m/s$$

2) Un volante que gira a razón de 60 rpm adquiere, al cabo de 5s, una velocidad de 12π rad/s.

a) ¿Cuál ha sido su aceleración angular? (1 punto)

b) ¿Cuántas vueltas ha dado en ese tiempo? (1 punto)

<u>SOLUCIÓN:</u>



a) $\omega_0 = 60\ \frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi\,rad}{rev} \cdot \frac{1\,min}{60\,s} = 2\pi\,rad/s$

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\alpha = \frac{(12\pi - 2\pi)\,rad/s}{5\,s} = \frac{10\pi}{5}\,rad/s^2 = 2\pi\ rad/s^2$$

b) $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

$$\varphi = 2\pi\,rad/s \cdot 5\,s + \frac{1}{2} \cdot 2\pi\,rad/s^2 \cdot (5\,s)^2 = 10\pi\,rad + 25\pi\,rad =$$

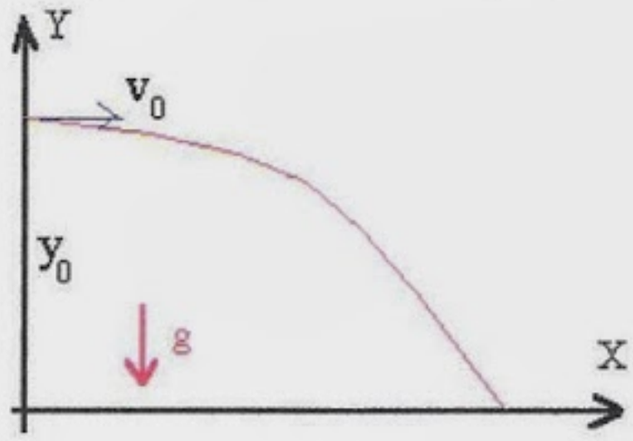
$$= 35\pi\,rad$$

$$nº\ vueltas = 35\pi\ rad \cdot \frac{1\ vuelta}{2\pi\ rad} = 17{,}5\ vueltas$$

3) Un avión que vuela a una altura de 2 km lleva una velocidad de 100 m/s. ¿A qué distancia del blanco debe soltar una bomba para que explosione exactamente en ese punto? (2 puntos)

SOLUCIÓN:

Es un problema típico de tiro o lanzamiento horizontal en el que se nos pide averiguar el alcance del proyectil.



Siendo en nuestro problema:

$v_0 = 100$ m/s

$y_0 = 2$ km $= 2.000$ m

Las ecuaciones del movimiento serán:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \quad v_x = 100\ m/s \\ \\ v_y = -gt \Rightarrow v_y = -9{,}8\ t\ (\text{m/s}) \end{cases}$$

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cdot t \Rightarrow x = 100t\ (\text{m}) \\ \\ y = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow y = 2.000 - 4{,}9 \cdot t^2\ (\text{m}) \end{cases}$$

Cuando la bomba toca el suelo, y = 0, de lo que se deduce:

$$0 = 2.000 - 4{,}9t^2$$

$$4{,}9\ t^2 = 2.000$$

$$t = \sqrt{\frac{2.000}{4{,}9}} = 20{,}2\ s$$

$x = 100 \cdot t \Rightarrow x_{máxima} = 100 \cdot 20{,}2 = 2.020{,}3\ m = 2{,}02\ km$ es la distancia del objetivo a la que habrá que lanzar la bomba.

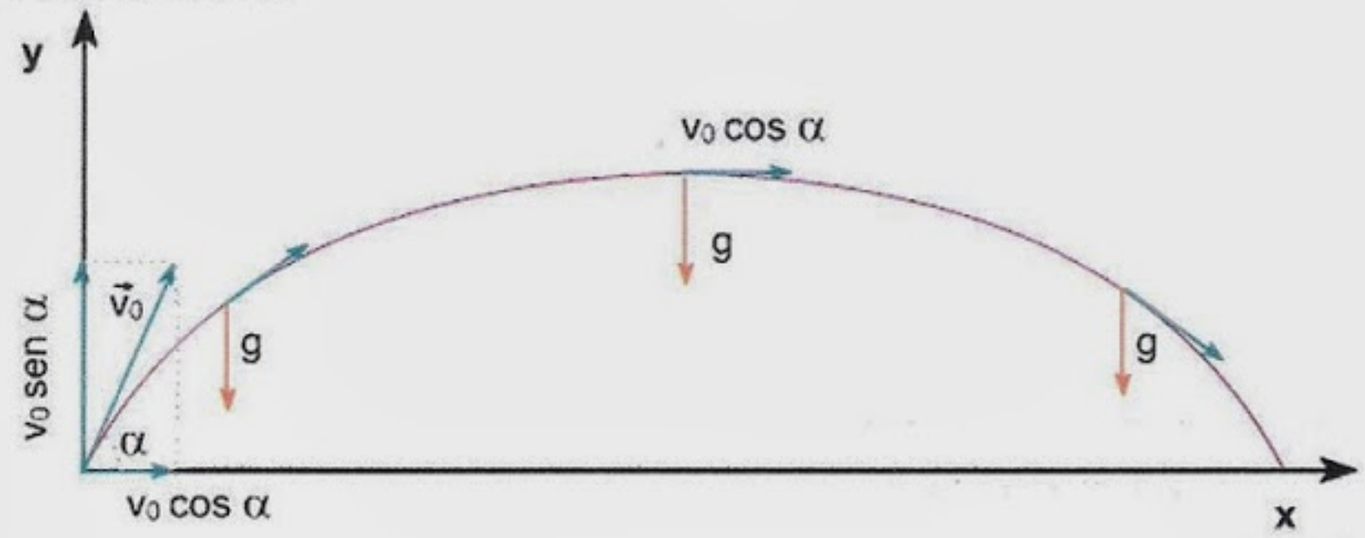
4) Se dispara un proyectil con una velocidad de 600 m/s formando un ángulo de 60º con la horizontal.

a) ¿Qué altura máxima alcanzará? (0,67 puntos)

b) ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzarla? (0,67 puntos)

c) ¿Qué velocidad tendrá en dicho punto? (0,67 puntos)

SOLUCIÓN:



a) Estamos ante un caso típico de tiro oblicuo, por lo que lo primero que hay que calcular son las dos componentes de la velocidad inicial:

$$sen\ 60° = \frac{v_{0y}}{v_0} \Longrightarrow v_{0_y} = v_0 \cdot sen\ 60°$$

$$v_{0_y} = 600 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 300\sqrt{3}\ (m/s)$$

$$\cos 60° = \frac{v_{0x}}{v_0} \Longrightarrow v_{0_x} = v_0 \cdot \cos 60°$$

$$v_{0_x} = 600 \cdot \frac{1}{2} = 300\ m/s$$

Una vez que tenemos las componentes de la velocidad inicial, podemos escribir las ecuaciones del movimiento:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_{0_x} \quad v_x = 300\ m/s \\ v_y = v_{0_y} - gt \Longrightarrow v_y = 300\sqrt{3} - 9{,}8\ t\ (\text{m/s}) \end{cases}$$

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_{0_x} \cdot t \Longrightarrow x = 300t\ (\text{m}) \\ y = v_{0_y} t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Longrightarrow y = 300\sqrt{3}t - 4{,}9 \cdot t^2\ (\text{m}) \end{cases}$$

b) Cuando se alcanza la altura máxima, la componente de la velocidad en el eje X se anula, es decir, $v_y=0$, de lo que podemos deducir:

$$0 = 300\sqrt{3} - 9{,}8t$$

$$9{,}8t = 300\sqrt{3}$$

$$t = \frac{300\sqrt{3}}{9{,}8} = 30{,}6\sqrt{3}\ s$$

Para calcular la altura máxima debemos sustituir este tiempo (que es el que se tarda en alcanzarla) en la ecuación para la componente Y de la posición:

$$h_{máx} = y_{máx} = 300\sqrt{3} \cdot 30{,}6\sqrt{3} - 4{,}9 \cdot (30{,}6\sqrt{3})^2 = 13.775\cancel{m} \cdot \frac{1\ km}{1.000\cancel{m}} =$$
$$= 13{,}78\ km$$

c) La velocidad en el punto de altura máxima, de acuerdo con las ecuaciones para las componentes de la velocidad que hemos escrito al principio del problema, vendrá dada por:

$$v_x = 300\ m/s$$

$$v_y = 300\sqrt{3} - 9{,}8 \cdot 30{,}6\sqrt{3} = 0\ m/s$$

De lo que deducimos que la expresión vectorial de la velocidad será:

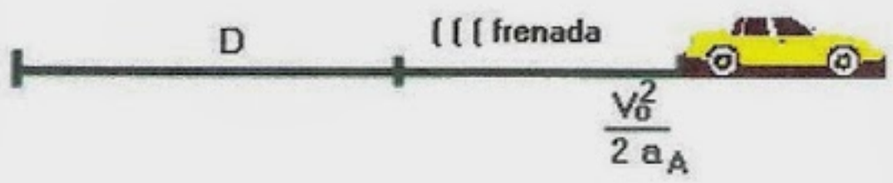
$$\vec{v} = 300\vec{\imath}\ (m/s)$$

Y su módulo será:

$$|\vec{v}| = 300\ m/s$$

5) Un coche lleva una velocidad de 72 km/h y los frenos que posee son capaces de producirle una deceleración máxima de 6 m/s^2. El conductor tarda 0,8 s en reaccionar desde que ve un obstáculo hasta que frena adecuadamente. ¿A qué distancia ha de estar el obstáculo para que el conductor pueda evitar el choque en las circunstancias citadas? (2 puntos)

<u>SOLUCIÓN:</u>



La imagen muestra que el espacio que el problema nos pide calcular está formado por dos partes distintas bien diferenciadas:

- **Distancia D**: recorrida con movimiento rectilíneo uniforme durante el tiempo que el conductor tarda en darse cuenta de que tiene que frenar.
- **Distancia de frenado**: recorrida con movimiento rectilíneo uniformemente decelerado desde que el conductor pisa el freno hasta que el vehículo se para.

Para el problema que nos ocupa:

$$v_0 = 72\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\cancel{h}}{3600\ s} = 20\ m/s$$

$v_f = 0$

$a = -6\ m/s^2$

$t_{reacción} = 0{,}8\ s$

La distancia D, recorrida con MRU, se calcula según:

$D = v_0 \cdot t_{reacción}$

Para la distancia de frenado:

$v^2 - v_0^2 = 2aS_{frenado} \Longrightarrow S_{frenado} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$

Por lo tanto, el espacio que nos piden es:

$S_{total} = D + S_{frenado}$

$$S_{total} = v_0 \cdot t_{reacción} + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$S_{total} = 20\ m/\cancel{s} \cdot 0{,}8\ \cancel{s} + \frac{(0^2 - 20^2)m^2/\cancel{s^2}}{2\cdot(-6\ \cancel{m}/\cancel{s^2})} = 49{,}33\ m$$