

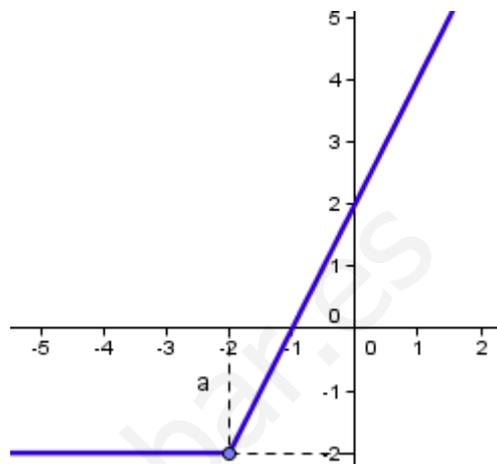
REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES CON VALOR ABSOLUTO

1. Dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $y = x + |x + 2|$

$$f(x) = \begin{cases} x + x + 2 & \text{si } x > -2 \\ x - x - 2 & \text{si } x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x > -2 \\ -2 & \text{si } x \leq -2 \end{cases}$$

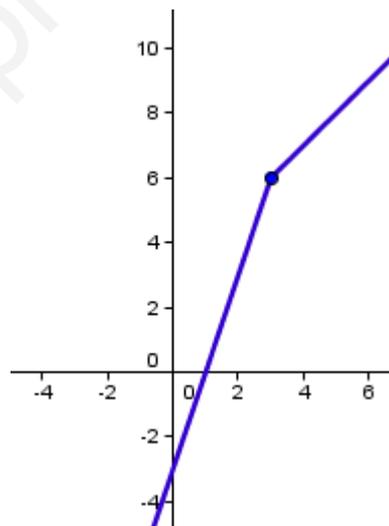
- $f(x) = 2x + 2$ es una recta que pasa por $(-2, -2)$ y $(-1, 0)$
- $y = -2$ es una recta horizontal que pasa por $(-2, -2)$



b) $y = 2x - |x - 3|$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - x + 3 & \text{si } x > 3 \\ 2x + x - 3 & \text{si } x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x > 3 \\ 3x - 3 & \text{si } x \leq 3 \end{cases}$$

- $f(x) = x + 3$ es una recta que pasa por $(3, 6)$ y $(4, 7)$
- $f(x) = 3x - 3$ es una recta que pasa por $(0, -3)$ y $(1, 0)$

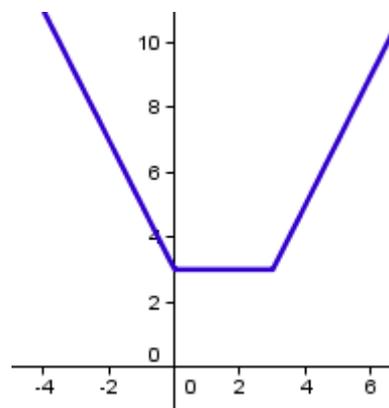


c) $y = |x| + |x - 3|$

$$f(x) = \begin{cases} -x - x + 3 & \text{si } x < 0 \\ x - x + 3 & \text{si } 0 < x < 3 \\ x + x - 3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{si } x < 0 \\ 3 & \text{si } 0 < x < 3 \\ 2x - 3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- $f(x) = -2x + 3$ es una recta que pasa por $(0, 3)$ y $(-1, 5)$
- $f(x) = 2x - 3$ es una recta que pasa por $(3, 3)$ y $(4, 5)$



d) $y = \frac{1}{|x|-2}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{si } x > 0 \\ \frac{1}{-x-2} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

- $f(x) = \frac{1}{x-2}$ es la hipérbola $y = \frac{1}{x}$ trasladada horizontalmente 2 unidades a la derecha

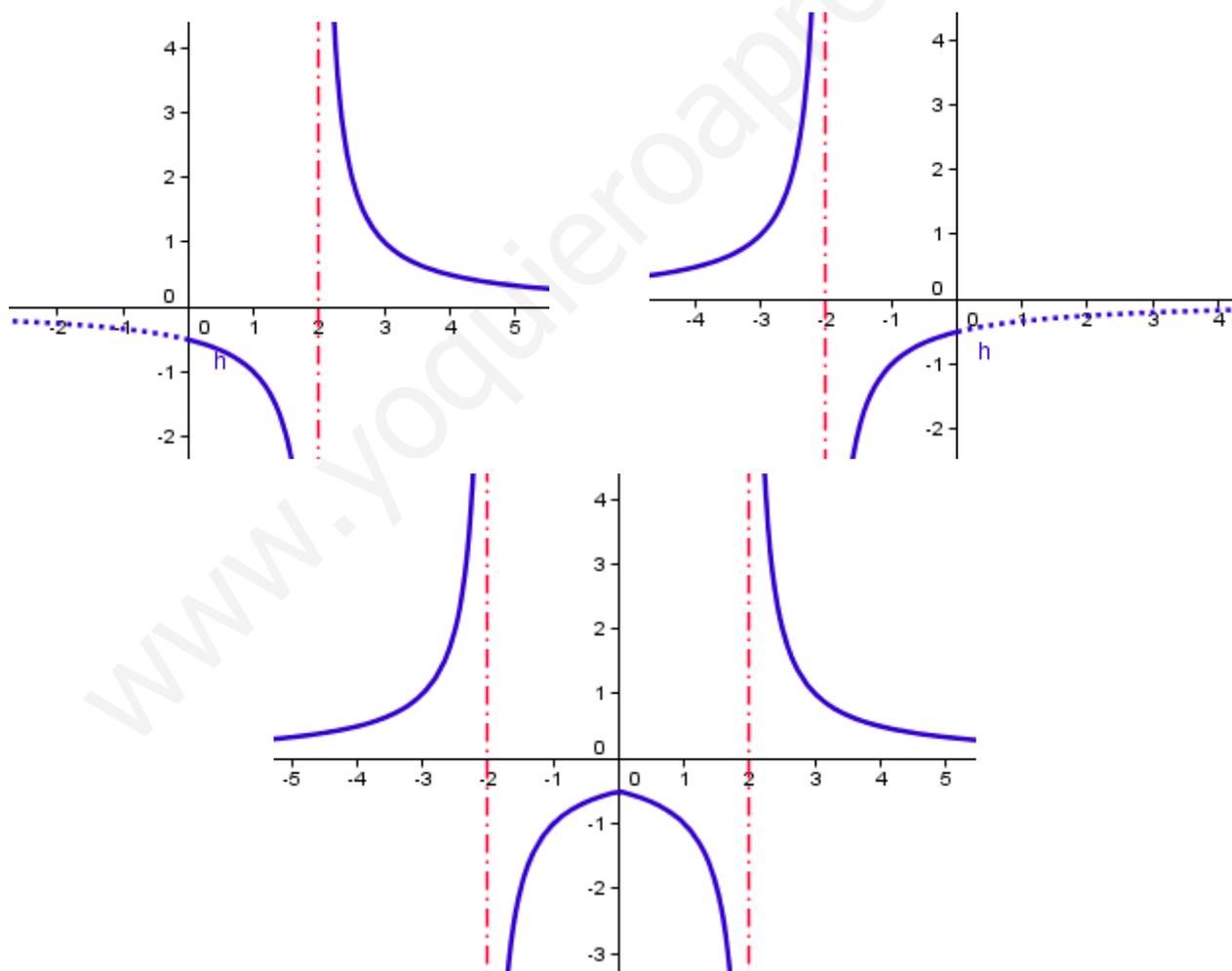
Asíntota vertical: $x = 2$

Asíntota horizontal: $y = 0$

- $f(x) = \frac{1}{-x-2}$ es la hipérbola $y = -\frac{1}{x}$ trasladada horizontalmente 2 unidades a la izquierda

Asíntota vertical: $x = -2$

Asíntota horizontal: $y = 0$



$$e) y = \frac{|2x|}{x^2 + 1}$$

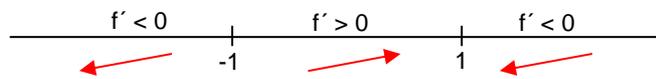
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x^2 + 1} & \text{si } x > 0 \\ \frac{-2x}{x^2 + 1} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Ambas ramas son simétricas respecto Y

Representamos la gráfica $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$

Asíntota horizontal: $y = 0$

$$y' = \frac{2(x^2 + 1) - 2x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \text{ si } 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -1$$



(1,1) máximo \Rightarrow Por simetría (-1,1) máximo

Corte ejes: (0,0)

