Ejercicios resueltos de movimiento circular uniformemente acelerado

1) Una rueda de 50cm de diámetro tarda 10 segundos en adquirir una velocidad constante de 360rpm. a) Calcula la aceleración angular del movimiento. b) Cuando la rueda llega a la velocidad anterior, ¿cuál es la velocidad lineal de un punto de la periferia? c) Calcula la aceleración centrípeta que posee a los 5 segundos la rueda del problema.

2) La frecuencia de rotación de un volante es de 24Hz. 5 segundos después la frecuencia ha disminuido a 3Hz. Calcula:

a) la velocidad angular inicial y final.
b) la aceleración angular en ese intervalo.
c) el número de vueltas dadas en esos 5 segundos.
d) si el radio del volante es de 20cm, calcula la velocidad lineal y la aceleración centrípeta cuando t = 0.

3) Un volante de 50cm de radio gira a 180 rpm. Si es frenado y se detiene en 20 segundos, calcula:

a) La velocidad angular inicial en radianes por segundo.
b) La aceleración de frenado.
c) El número de vueltas dadas en 20 segundos.

4) Un hombre hace girar una honda desde el reposo durante 10 segundos con una aceleración angular de π radianes/s^2, momento en el cual suelta la cuerda para dejar salir el proyectil. ¿A qué velocidad sale despedido este si la cuerda de la honda mide 60cm?

5) ¿Cuánto tiempo tendría que hacer girar la honda el hombre del ejercicio anterior para que la velocidad lineal de salida fuese del doble?

Soluciones

1) *Una rueda de 50cm de diámetro tarda 10 segundos en adquirir una velocidad constante de 360rpm. a) Calcula la aceleración angular del movimiento. b) Cuando la rueda llega a la velocidad anterior, ¿cuál es la velocidad lineal de un punto de la periferia? c) Calcula la aceleración centrípeta que posee a los 5 segundos la rueda del problema.*

Ordenamos los datos:

Radio = 0,25m
$\omega_0 = 0$ rad/s
$\omega_f = 360$rpm $= 120\pi$ rad/s
t = 10 s

a) Para hallar la aceleración angular, usaremos la fórmula de la velocidad angular del MCUA:

$\omega_f = \omega_0 + \alpha \cdot t$
$120\pi = \alpha \cdot 10$
$\alpha = 12\pi$ rad/s^2

b) Cualquier magnitud lineal puede calcularse a partir de su correspondiente angular multiplicándola por el radio, por lo que

$v = \omega \cdot R$
$v = 120\pi \cdot 0{,}25 = 94{,}25$ m/s

c) La aceleración centrípeta (o normal) es igual a la velocidad lineal al cuadrado dividida entre el radio. Para sacar la velocidad lineal a los 5 segundos, tenemos que hallar la velocidad angular a los 5 segundos, usando la misma fórmula que en el apartado a)

$\omega_f = 12\pi \cdot 5 = 60\pi$ rad/s
$v = 60\pi \cdot 0{,}25 = 47{,}12$ m/s
$a_n = (47{,}12)^2/0{,}25 = 8882{,}64$ m/s^2

2) *La frecuencia de rotación de un volante es de 24Hz. 5 segundos después la frecuencia ha dismimuido a 3Hz. Calcula:*

a) la velocidad angular inicial y final.
b) la aceleración angular en ese intervalo.
c) el número de vueltas dadas en esos 5 segundos.
d) si el radio del volante es de 20cm, calcula la velocidad lineal y la aceleración centrípeta cuando t = 0.

Ordenamos los datos:

$f_0 = 24$Hz $= 24$ s^{-1}
$f_f = 3$Hz $= 3$ s^{-1}
t = 5 s

a) Podemos calcular las velocidades angulares a partir de la frecuencia mediante la expresión $\omega = 2\pi \cdot f$

$\omega_0 = 2\pi \cdot 24 = 48\pi$ rad/s
$\omega_f = 2\pi \cdot 3 = 6\pi$ rad/s

b) Para hallar la aceleración angular utilizamos la fórmula de la velocidad del MCUA:

$\omega_f = \omega_0 + \alpha \cdot t$
$48\pi = 6\pi + \alpha \cdot 5$
$48\pi/6\pi = \alpha \cdot 5$
$\alpha = 8/5\pi$ rad/s^2

c) Para hallar el número de vueltas en esos 5 segundos, utilizamos la fórmula del arco o ángulo recorrido del MCUA:

$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + 1/2 \cdot \alpha \cdot t^2$
$\varphi = 48\pi \cdot 5 + 1/2 \cdot 8/5\pi \cdot 5^2 = 816{,}81$ rad = 130 vueltas (hemos sacado el número de vueltas dividiendo entre 2π)

d) Cuando t = 0, la velocidad angular es de 48π rad/s. Ya vimos en el ejercicio anterior cómo calcular la velocidad lineal y la aceleración normal a partir de este dato:

$v = 48\pi \cdot 0{,}2 = 30{,}16$ m/s
$a_n = v^2/R = 4547{,}91$ m/s^2

3) *Un volante de 50cm de radio gira a 180 rpm. Si es frenado y se detiene en 20 segundos, calcula:*

a) La velocidad angular inicial en radianes por segundo.
b) La aceleración de frenado.
c) El número de vueltas dadas en 20 segundos.

Ordenamos los datos:

R = 0,5 m
ω_0 = 180rpm = 3π rad/s
ω_f = 0 rad/s
t = 20 s

a) Ya lo hemos respondido al ordenar los datos. Recuerda que para pasar de revoluciones por minuto (rpm) a radianes por segundo, tenemos que dividir entre 60 y multiplicar por 2π (o hacer una regla de tres sabiendo que 360º es igual a 2π radianes).

b) Para calcular la aceleración de frenado, usamos la fórmula de la velocidad en MCUA:

$\omega_f = \omega_0 + \alpha \cdot t$
$0 = 3\pi + \alpha \cdot 20$
$\alpha = -3\pi/20$ rad/s^2

Obviamente, la aceleración sale negativa porque el volante está frenando.

c) Para hallar el número de vueltas en esos 20 segundos, utilizamos la fórmula del arco o ángulo recorrido del MCUA:

$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + 1/2 \cdot \alpha \cdot t^2$
$\varphi = 3\pi \cdot 20 - 1/2 \cdot 3\pi/20 \cdot 20^2 = 141{,}37$ rad = 22,5 vueltas

4) *Un hombre hace girar una honda desde el reposo durante 10 segundos con una aceleración angular de π radianes/s^2, momento en el cual suelta la cuerda para dejar salir el proyectil. ¿A qué velocidad sale despedido este si la cuerda de la honda mide 60cm?*

Ordenamos los datos:

$t = 10s$
$\alpha = \pi$ rad/s^2
$\omega_0 = 0$ rad/s

Primero tenemos que hallar la velocidad angular final al cabo de esos 10 segundos:

$\omega_f = \omega_0 + \alpha \cdot t$
$\omega_f = \pi \cdot 10 = 10\pi$ rad/s

Por lo que la velocidad lineal será:

$v = 10\pi \cdot 0{,}6 = 18{,}85$ m/s

5) *¿Cuánto tiempo tendría que hacer girar la honda el hombre del ejercicio anterior para que la velocidad lineal de salida fuese del doble?*

Ahora planteamos el problema "desde el final". Si la velocidad lineal final tiene que ser del doble,

$v = 18{,}85 \cdot 2 = 37{,}70$ m/s

Por lo que la velocidad angular final debe ser:

$v = \omega_f \cdot R$
$37{,}70 = \omega_f \cdot 0{,}6$
$\omega_f = 62{,}83$ rad/s

Y por lo tanto el tiempo será:

$62{,}83 = 0 + \pi \cdot t$
$t = 20$ segundos