Movimiento circular uniforme (m.c.u.)

1) Una rueda de 50 cm de radio gira a 180 r.p.m. Calcula:

a) El módulo de la velocidad angular en rad/s — Resultado: ω= 6π rad/s

b) El módulo de la velocidad lineal de su borde. — Resultado: v= 9.42 m/s

c) Su frecuencia. — Resultado: f= 3 Hz

2) Un CD-ROM, que tiene un radio de 6 cm, gira a una velocidad de 2500 rpm. Calcula:

a) El módulo de la velocidad angular en rad/s — Resultado: ω= 83.3π rad/s

b) El módulo de la velocidad lineal de su borde. — Resultado: v= 15.7 m/s

c) Su frecuencia. — Resultado: f= 41.66 Hz

3) Teniendo en cuenta que la Tierra gira alrededor del Sol en 365.25 días y que el radio de giro medio es de $1.5\ 10^{11}$ m, calcula (suponiendo que se mueve en un movimiento circular uniforme):

a) El módulo de la velocidad angular en rad/día — Resultado: ω= 0.0172 rad/día

b) El módulo de la velocidad a que viaja alrededor del Sol — Resultado: v= 29861m/s

c) El ángulo que recorrerá en 30 días. — Resultado: θ = 0.516 rad = 29° 33'

d) El módulo de la aceleración centrípeta provocada por el Sol. Resultado: a= $5.9\ 10^{-3}$ m/s^2

4) Calcular cuánto tiempo pasa entre dos momentos en que Marte y Júpiter estén sobre el mismo radio de sus órbitas (suponiendo que ambos se mueven con un movimiento circular uniforme).

Periodos de sus órbitas alrededor del Sol: Marte: 687.0 días Júpiter: 11.86 año

Resultado: t= 816.6 días

5) Un piloto de avión bien entrenado aguanta aceleraciones de hasta 8 veces la de la gravedad, durante tiempos breves, sin perder el conocimiento.
Para un avión que vuela a 2300 km/h, ¿cuál será el radio de giro mínimo que puede soportar?

Resultado: r= 5200 m

6) Tenemos un cubo con agua atado al final de una cuerda de 0.5 m y lo hacemos girar verticalmente. Calcular:

a) El módulo de la velocidad lineal que debe adquirir para que la aceleración centrípeta sea igual a 9.8 m/s^2. — Resultado: v =2.21 m/s

b) El módulo de la velocidad angular que llevará en ese caso.

Resultado: ω = 4.42 rad/s = 0.70 vueltas/s

7) La Estación Espacial Internacional gira con velocidad angular constante alrededor de la Tierra cada 90 minutos en una órbita a 300 km de altura sobre la superficie terrestre (por tanto, el radio de la órbita es de 6670 km).

a) Calcular la velocidad angular ω — Resultado: ω = π/2700 rad/s

b) Calcular la velocidad lineal v — Resultado: v =7760 m/s

c) ¿Tiene aceleración? En caso afirmativo, indicar sus características y, en caso negativo, explicar las razones de que no exista.

8) Una centrifugadora de 15 cm de radio gira a 700 r.p.m. calcula la velocidad a la que se desprenden de su borde las gotas de agua.

Resultado: v =11,0 m/s

9) Un aerogenerador cuyas aspas tienen 10 m de radio gira dando una vuelta cada 3 segundos. Calcula:

a) Su velocidad angular. b) Su frecuencia

c) La velocidad lineal del borde del aspa. c) La aceleración centrípeta en el centro del aspa.

Resultado: ω = 2π/3 rad/s ; f= ⅓ Hz ; v = 20,9 m/s ; a_c= 87,4 m/s^2

10) Un ventilador de 20 cm de diámetro gira a 120 r.p.m. Calcula:

a) Su velocidad angular en unidades S.I.

b) La aceleración centrípeta en el borde externo del aspa.

Resultado: ω = 4π rad/s ; a_c= 15,8 m/s^2

Una rueda de 50 cm de radio gira a 180 r.p.m. Calcula:

a) El módulo de la velocidad angular en rad/s — Resultado: $\omega = 6\pi$ rad/s

b) El módulo de la velocidad lineal de su borde. — Resultado: v= 9.42 m/s

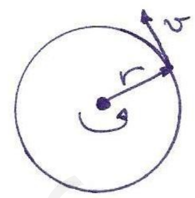
c) Su frecuencia. — Resultado: f= 3 Hz

ci)

– Hipótesis y modelo

– suponemos movimiento circular uniforme

Esquema



– Funciones

$\theta = \omega t + \theta_0$

ω = constante

$\omega = 180 \text{ rpm} = 180 \left(\frac{\text{vueltas}}{\text{min}}\right) \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{vuelta}} = 6\pi \text{ rad/s}$

hacemos $\theta_0 = 0$ luego: $\theta = 6\pi t$

$r = 0{,}5$ m

$\vec{\omega} = 6\pi \vec{k} \left(\text{rad/s}\right)$

Cuestiones

a) $\omega = 6\pi$ rad/s

b) $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$; $|v| = 6\pi \cdot 0{,}5 = 3\pi = 9{,}42$ m/s

c) $\omega = 2\pi f$; $6\pi = 2\pi \cdot f$; $f = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$ Hz

Un CD-ROM, que tiene un radio de 6 cm, gira a una velocidad de 2500 rpm. Calcula:

a) El módulo de la velocidad angular en rad/s — Resultado: ω= 83.3π rad/s

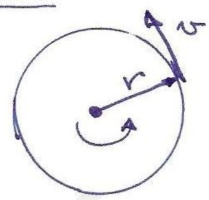
b) El módulo de la velocidad lineal de su borde. — Resultado: v= 15.7 m/s

c) Su frecuencia. — Resultado: f= 41.66 Hz

Hipótesis y modelo.

Suponemos movimiento circular uniforme

Esquema



Funciones

$\theta = \omega t + \theta_0$

ω = constante = 2500 rpm

hacemos $\theta_0 = 0$

r = 0,06 m

Cuestiones

a) $\omega = 2500 \text{ rpm} = 2500 \frac{\text{vueltas}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 83{,}3\pi \text{ rad/s}$

$\vec{\omega} = 83{,}3\pi \vec{k} \ (\text{rad/s})$

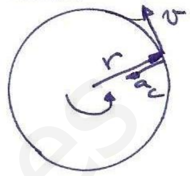
b) $|\vec{v}| = |\vec{\omega}||\vec{r}| = 83{,}3\pi \cdot 0{,}06 = 15{,}70 \text{ m/s}$

c) $\omega = 2\pi f$; $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{83{,}3\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} = 41{,}66 \text{ Hz}$

Teniendo en cuenta que la Tierra gira alrededor del Sol en 365.25 días y que el radio de giro medio es de 1.5 10^{11} m, calcula (suponiendo que se mueve en un movimiento circular uniforme):

a) El módulo de la velocidad angular en rad/día — Resultado: ω= 0.0172 rad/día
b) El módulo de la velocidad a que viaja alrededor del Sol — Resultado: v= 29861m/s
c) El ángulo que recorrerá en 30 días. — Resultado: θ = 0.516 rad = 29° 33'
d) El módulo de la aceleración centrípeta provocada por el Sol. — Resultado: a= 5.9 10^{-3} m/s^2

Esquema



Hipótesis y modelo

- suponemos órbitas circulares
- suponemos movimiento uniforme
- Consideramos objeto puntual

Funciones

$\theta = \omega t + \theta_0$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$

ω = constante $\quad r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m

$|\vec{a}_c| = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{r}|}$

cuestiones

a) $\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{365{,}25 \text{ días}} \quad \omega = 0{,}0172$ rad/día

b) $|\vec{v}| = |\vec{\omega}||\vec{r}| = 0{,}0172 \left(\frac{\text{rad}}{\text{día}}\right) \frac{1 \text{ (día)}}{86400 \text{ (s)}} 1{,}5 \cdot 10^{11} \text{ (m)} = 29861$ m/s

c) $\theta = \omega t + \theta_0 = 0{,}0172 \left(\frac{\text{rad}}{\text{día}}\right) \cdot 30 \text{(días)} = 0{,}516$ rad

$0{,}516 \text{(rad)} \cdot \frac{360°}{2\pi \text{(rad)}} = 29{,}56° = 29° 33'$

d) $|\vec{a}_c| = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{r}|} = \frac{(29861)^2}{1{,}5 \cdot 10^{11}} = 5{,}9 \cdot 10^{-3}$ m/s^2 ; $\vec{a}_c = -0{,}0059 \vec{u}_r$ (m/s^2)

Calcular cuánto tiempo pasa entre dos momentos en que Marte y Júpiter estén sobre el mismo radio de sus órbitas (suponiendo que ambos se mueven con un movimiento circular uniforme).

Periodos de sus órbitas alrededor del Sol: Marte: 687.0 días Júpiter: 11.86 año

Resultado: t= 816.6 días

Hipótesis y modelo

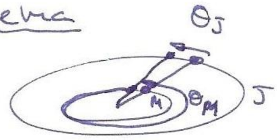
- trayectorias circulares
- movimiento uniforme.
- objetos puntuales.

Funciones

$$\Theta_{Jup} = \frac{2\pi}{11.86 \cdot 365} t$$

$$\Theta_{Mar} = \frac{2\pi}{687{,}0} t$$

Esquema



Cuestiones

En el tiempo que Júpiter recorre Θ_{Jup}, Marte recorre $2\pi + \Theta_{Jup}$

Por tanto $\Theta_{Mar} = 2\pi + \Theta_{Jup}$

$$\frac{\cancel{2\pi}}{687} t = \cancel{2\pi} + \frac{\cancel{2\pi}}{11.86 \cdot 365} t \quad ; \quad \frac{t}{687} = 1 + \frac{t}{11.86 \cdot 365}$$

$$4328{,}9\, t = 2973954.3 + 687\, t \quad ; \quad t = \frac{2973954{,}3}{3641{,}9} = 816{,}6 \text{ días}$$

Un piloto de avión bien entrenado aguanta aceleraciones de hasta 8 veces la de la gravedad, durante tiempos breves, sin perder el conocimiento.

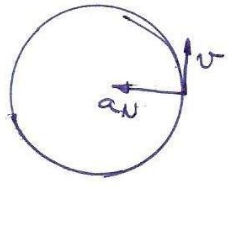
Para un avión que vuela a 2300 km/h, ¿cuál será el radio de giro mínimo que puede soportar?

Resultado: r= 5200 m

Hipótesis y modelo

- movimiento circular uniforme
- objeto puntual

Esquema



Funciones

- $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$|\vec{a}_N| = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{r}|}$$

Cuestiones

aceleración máxima soportada: $a_{max} = 8 \cdot g = 8 \cdot 9{,}81 (m/s^2) = 78{,}48\ m/s^2$

$$v = 2300 \frac{km}{h} \cdot \frac{1h}{3600 s} \cdot \frac{1000 m}{1 km} = 638{,}8\ m/s$$

$$|\vec{a}_N| = 78{,}48 = \frac{(638{,}8)^2}{r} \quad ; \quad r = \frac{(638{,}8)^2}{78{,}48} = 5200\ m$$

Tenemos un cubo con agua atado al final de una cuerda de 0.5 m y lo hacemos girar verticalmente. Calcular:

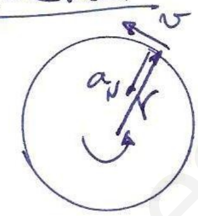
a) El módulo de la velocidad lineal que debe adquirir para que la aceleración centrípeta sea igual a 9.8 m/s^2. Resultado: v =2.21 m/s

b) El módulo de la velocidad angular que llevará en ese caso.
Resultado: ω = 4.42 rad/s = 0.70 vueltas/s

Hipótesis y modelo

- trayectoria circular
- objeto puntual
- movimiento uniforme

Esquema



Funciones

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$\vec{a}_N = -\frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{r}|}\vec{u}_r$

$r = 0,5 \text{ m}$

cuestiones

a) Para que $|\vec{a}_c|$ sea igual a $9,8 \text{ m/s}^2$

$|\vec{a}_c| = 9,8 \text{ m/s}^2 = \frac{|\vec{v}|^2}{0,5} \qquad |\vec{v}| = \sqrt{0,5 \cdot 9,8} = 2,21 \text{ m/s}$

b) Aplicando esa velocidad a la relación entre ω y r:

$|\vec{v}| = |\vec{\omega}| \cdot |\vec{r}|$

$2,21 = \omega \cdot 0,5 \; ; \; \omega = \frac{2,21}{0,5} = 4,42 \text{ rad/s} = 0,70 \frac{\text{vueltas}}{\text{s}}$

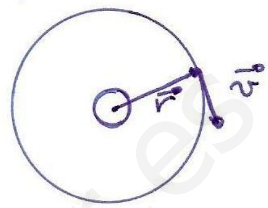
La Estación Espacial Internacional gira con velocidad angular constante alrededor de la Tierra cada 90 minutos en una órbita a 300 km de altura sobre la superficie terrestre (por tanto, el radio de la órbita es de 6670 km).

a) Calcular la velocidad angular $\vec{\omega}$ Resultado: ω = π/2700 rad/s
b) Calcular la velocidad lineal $\vec{v}$ Resultado: v =7760 m/s
c) ¿Tiéne aceleración? En caso afirmativo, indicar sus características y, en caso negativo, explicar las razones de que no exista.

Modelo e hipótesis

- Masa puntual.
- Movimiento sin rozamiento
- Movimiento circular uniforme

Esquema



Funciones

- $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

Cuestiones

a) Como conocemos el periodo $T = 90 \text{ min} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 5400 \text{ s}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5400} = \frac{\pi}{2700} \text{ rad/s} \qquad \vec{\omega} = \frac{\pi}{2700} \vec{k} \text{ rad/s}$$

b) Como $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$|\vec{v}| = |\vec{\omega}||\vec{r}| \cdot \text{sen } 90 = \frac{\pi}{2700} \cdot 6{,}670 \cdot 10^6 \cdot 1 = 7760 \text{ m/s}$$

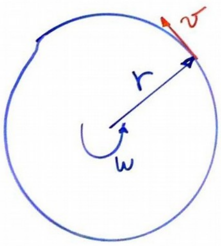
c) No tiene aceleración angular ni aceleración lineal (ya que es un movimiento circular uniforme) pero sí tendrá aceleración centrípeta.

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(7760)^2}{6{,}670 \cdot 10^6} = 9{,}03 \text{ m/s}^2$$

Esta aceleración es la gravedad provocada por el planeta en ese punto.

8) Una centrifugadora de 15 cm de radio gira a 700 r.p.m. calcula la velocidad a la que se desprenden de su borde las gotas de agua.

Resultado: v =11,0 m/s



Calculamos el valor de w en rad/s

$$w = 700 \frac{(\text{vueltas})}{(\text{min})} \cdot \frac{2\pi (\text{rad})}{1 (\text{vuelta})} \cdot \frac{1 (\text{min})}{60 (\text{s})} = \frac{700 \cdot 2\pi}{60} \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 23{,}3\pi \ \text{rad/s} = 73{,}3 \ \text{rad/s}$$

La velocidad lineal del borde será:

$$v = w \cdot r = 73{,}3 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot 0{,}15 (\text{m}) = 11{,}0 \ \text{m/s}$$

9) Un aerogenerador cuyas aspas tienen 10 m de radio gira dando una vuelta cada 3 segundos. Calcula:

a) Su velocidad angular.

b) Su frecuencia

c) La velocidad lineal del borde del aspa.

c) La aceleración centrípeta en el centro del aspa.

Resultado: $\omega = 2\pi/3$ rad/s ; f= ⅓ Hz ; v = 20,9 m/s ; a_c= 87,4 m/s^2

funciones

$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + w_0 t + \theta_0$

$w = \alpha t + w_0$

$a_c = \frac{v^2}{r}$ $w = \frac{2\pi}{T}$

parámetros

$r = 10$ m

$T = 3$ s

$\alpha = 0$

a) Tenemos el periodo (T) luego: $w = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$ rad/s

b) La frecuencia (f) es la inversa del periodo T: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3}$ Hz

c) $v = w r = \frac{2}{3}\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot 10 (\text{m}) = 20{,}9$ m/s

d) En el centro del aspa $r = 5$ m

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{20{,}9^2}{5} = 87{,}4 \ \text{m/s}^2$$

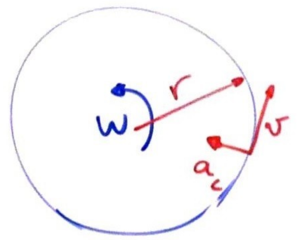
10) Un ventilador de 20 cm de diámetro gira a 120 r.p.m. Calcula:
a) Su velocidad angular en unidades S.I.
b) La aceleración centrípeta en el borde externo del aspa.

Resultado: $\omega = 4\pi$ rad/s ; $a_c = 15{,}8$ m/s^2

Hipótesis y modelo

Suponemos un movimiento circular uniforme

Esquema



Funciones y parámetros

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$\omega_0 = 120\,rpm$

$r = 0{,}1\ m$

a) $$\omega = \frac{120\ vueltas}{1 min} \cdot \frac{1 min}{60 s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{1\ vuelta} = 4\pi\ rad/s$$

b) $$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad ; \quad a_c = (4\pi)^2 \cdot 0{,}1 = 15{,}8\ m/s^2$$

otro método: $v = \omega r = 4\pi \cdot 0{,}1 (m) = 0{,}4\pi\ m/s$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(0{,}4\pi)^2}{0{,}1} = 15{,}8\ m/s^2$$