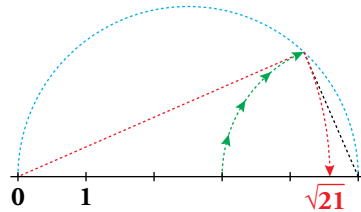


2 Números reales: la recta real

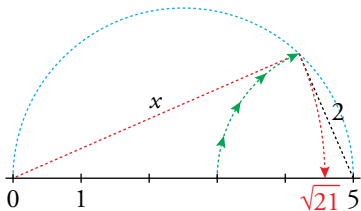
Página 41

1. a) Justifica que el punto representado es $\sqrt{21}$.



b) Representa $\sqrt{27}$ ($27 = 36 - 9$) y $\sqrt{40}$ ($40 = 36 + 4$).

a)

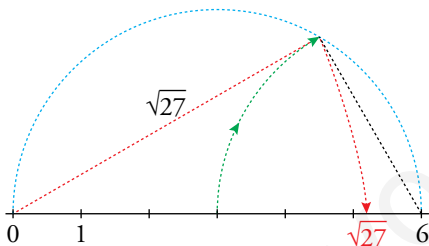


Aplicando Pitágoras:

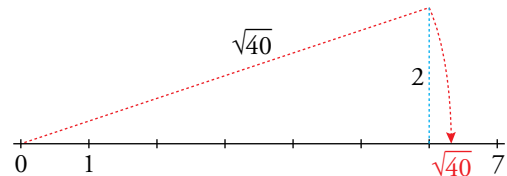
$$5^2 = x^2 + 2^2$$

$$25 = x^2 + 4 \rightarrow x^2 = 25 - 4 = 21 \rightarrow x = \sqrt{21}$$

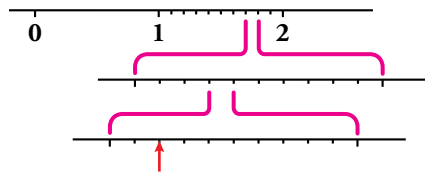
b)



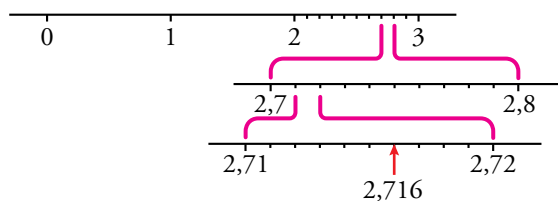
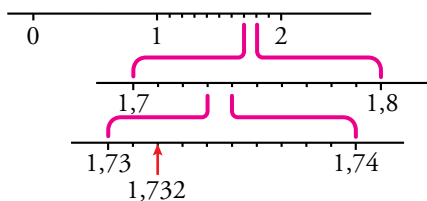
$$\sqrt{27} = \sqrt{6^2 - 3^2}$$



2. ¿Qué número es el que hemos señalado con una flecha?



Representa, del mismo modo, el 2,716.



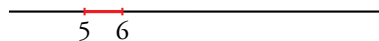
3 Tramos en la recta real: intervalos y semirrectas

Página 43

1. Escribe los conjuntos siguientes en forma de intervalo y representa los números que cumplen las condiciones indicadas en cada caso:

- a) Comprendidos entre 5 y 6, ambos incluidos.
- b) Mayores que 7.
- c) Menores o iguales que -5.

a) $[5, 6]$



b) $(7, +\infty)$



c) $(-\infty, -5]$



2. Escribe en forma de intervalo y representa:

a) $\{x / 3 \leq x < 5\}$

b) $\{x / x \geq 0\}$

c) $\{x / -3 < x < 1\}$

d) $\{x / x < 8\}$

a) $[3, 5)$



b) $[0, +\infty)$



c) $(-3, 1)$



d) $(-\infty, 8)$



3. Escribe en forma de desigualdad y representa:

a) $(-1, 4]$

b) $[0, 6]$

c) $(-\infty, -4)$

d) $[9, +\infty)$

a) $\{x / -1 < x \leq 4\}$



b) $\{x / 0 \leq x \leq 6\}$



c) $\{x / x < -4\}$



d) $\{x / x \geq 9\}$



4 Raíces y radicales

Página 44

Cálculo mental

1. Di el valor de k en cada caso:

a) $\sqrt[3]{k} = 2$ b) $\sqrt[k]{-243} = -3$ c) $\sqrt[4]{k} = \frac{2}{3}$ d) $\sqrt[k]{1024} = 2$

a) $\sqrt[3]{k} = 2 \rightarrow k = 2^3 = 8$

b) $\sqrt[k]{-243} = -3 \rightarrow -243 = (-3)^k \rightarrow (-3)^5 = (-3)^k \rightarrow k = 5$

c) $\sqrt[4]{k} = \frac{2}{3} \rightarrow k = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

d) $\sqrt[k]{1024} = 2 \rightarrow 1024 = 2^k \rightarrow 2^{10} = 2^k \rightarrow k = 10$

2. Calcula las raíces siguientes:

a) $\sqrt[3]{-8}$ b) $\sqrt[5]{32}$ c) $\sqrt[5]{-32}$

d) $\sqrt[8]{0}$ e) $\sqrt[4]{81}$ f) $\sqrt[3]{125}$

a) $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

b) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

c) $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$

d) $\sqrt[8]{0} = 0$

e) $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

f) $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

1. Expresa en forma exponencial cada una de las siguientes raíces:

a) $\sqrt[5]{x}$ b) $(\sqrt[3]{x^2})^5$ c) $\sqrt[15]{a^6}$

d) $\sqrt{\frac{a^{13}}{a^6}}$ e) $\sqrt[3]{\sqrt{x}}$ f) $\sqrt[n]{m\sqrt{a^k}}$

a) $\sqrt[5]{x} = x^{1/5}$

b) $(\sqrt[3]{x^2})^5 = (x^{2/3})^5 = x^{10/3}$

c) $\sqrt[15]{a^6} = a^{6/15} = a^{2/5}$

d) $\sqrt{\frac{a^{13}}{a^6}} = (a^7)^{1/2} = a^{7/2}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = (x^{1/2})^{1/3} = x^{1/6}$

f) $\sqrt[n]{m\sqrt{a^k}} = a^{kl(n \cdot m)}$

2. Calcula.

a) $4^{1/2}$ b) $125^{1/3}$ c) $625^{1/4}$

d) $8^{2/3}$ e) $64^{5/6}$ f) $36^{3/2}$

a) $4^{1/2} = (2^2)^{1/2} = 2$

b) $125^{1/3} = (5^3)^{1/3} = 5$

c) $625^{1/4} = (5^4)^{1/4} = 5$

d) $8^{2/3} = (2^3)^{2/3} = 2^2 = 4$

e) $64^{5/6} = (2^6)^{5/6} = 2^5 = 32$

f) $36^{3/2} = (6^2)^{3/2} = 6^3 = 216$

3. Expresa en forma radical.

a) $x^{7/9}$

b) $(m^5 \cdot n^5)^{1/3}$

c) $a^{1/2} \cdot b^{1/3}$

d) $[(x^2)^{1/3}]^{1/5}$

e) $[(x^{1/2})^5]^{1/3}$

f) $(y^3 \cdot z^2)^{2/3}$

a) $x^{7/9} = \sqrt[9]{x^7}$

b) $(m^5 \cdot n^5)^{1/3} = \sqrt[3]{(m \cdot n)^5}$

c) $a^{1/2} \cdot b^{1/3} = \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{b}$

d) $[(x^2)^{1/3}]^{1/5} = x^{2 \cdot 1/3 \cdot 1/5} = x^{2/15} = \sqrt[15]{x^2}$

e) $[(x^{1/2})^5]^{1/3} = x^{1/2 \cdot 5 \cdot 1/3} = x^{5/6} = \sqrt[6]{x^5}$

f) $(y^3 \cdot z^2)^{2/3} = \sqrt[3]{(y^3 \cdot z^2)^2} = \sqrt[3]{y^6 \cdot z^4}$

5 Operaciones con radicales

Página 46

1. Simplifica.

a) $12\sqrt{x^9}$

b) $12\sqrt{x^8}$

c) $5\sqrt{y^{10}}$

d) $6\sqrt{8}$

e) $9\sqrt{64}$

f) $8\sqrt{81}$

a) $4\sqrt{x^3}$

b) $3\sqrt{x^2}$

c) y^2

d) $6\sqrt{2^3} = \sqrt{2}$

e) $9\sqrt{2^6} = 3\sqrt{2^2} = 3\sqrt{4}$

f) $8\sqrt{81} = 8\sqrt{3^4} = \sqrt{3}$

2. Simplifica.

a) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}}$

b) $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{\sqrt[4]{a^3 b^5 c}}{\sqrt{ab^3 c^3}}$

d) $(\sqrt[3]{a^2})^6$

e) $(\sqrt{x})^3 \cdot (\sqrt[3]{x})$

f) $(\sqrt{\sqrt{2}})^8$

a) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[6]{\frac{9^3}{3^2}} = \sqrt[6]{\frac{3^6}{3^2}} = \sqrt[6]{3^4} = 3\sqrt[3]{3^2}$

b) $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}} = \sqrt[10]{\frac{(2^4)^2}{2^5}} = \sqrt[10]{\frac{2^8}{2^5}} = \sqrt[10]{2^3} = 10\sqrt[3]{2^2}$

c) $\frac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^5 \cdot c}}{\sqrt{ab^3 \cdot c^3}} = \sqrt[4]{\frac{a^3 \cdot b^5 \cdot c}{a^2 \cdot b^6 \cdot c^6}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b \cdot c^5}} = \frac{1}{c} \sqrt[4]{\frac{a}{b \cdot c}}$

d) $(\sqrt[3]{a^2})^6 = \sqrt[3]{a^{12}} = a^4$

e) $(\sqrt{x})^3 \cdot (\sqrt[3]{x}) = \sqrt[6]{x^9} \cdot \sqrt[6]{x^2} = \sqrt[6]{x^{11}} = x \sqrt[6]{x^5}$

f) $(\sqrt{\sqrt{2}})^8 = (\sqrt[8]{2})^8 = 2$

3. Reduce.

a) $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}$

b) $3\sqrt{6} \cdot 6\sqrt{3}$

c) $10\sqrt{a^4 b^6}$

a) $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 15\sqrt{2^5} = 15\sqrt{2^3} = 15\sqrt{2^8}$

b) $3\sqrt{6} \cdot 6\sqrt{3} = \sqrt[6]{6^2} \cdot \sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{6^2 \cdot 3} = \sqrt[6]{108}$

c) $10\sqrt{a^4 \cdot b^6} = 5\sqrt{a^2 \cdot b^3}$

4. Saca del radical los factores que sea posible.

a) $\sqrt[3]{32x^4}$

b) $\sqrt[3]{81a^3 b^5 c}$

c) $\sqrt[3]{64}$

a) $2x \sqrt[3]{2^2 \cdot x} = 2x \sqrt[3]{4x}$

b) $3ab \sqrt[3]{3b^2 \cdot c}$

c) 4

5. Efectúa.

a) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$

b) $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{80}$

a) $\sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{5^2 \cdot 2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^3} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

b) $\sqrt{2^2 \cdot 5} + \sqrt{3^2 \cdot 5} - \sqrt{2^4 \cdot 5} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = \sqrt{5}$

6. Suprime el radical del denominador.

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

c) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

d) $\frac{8}{\sqrt[3]{5^2}}$

e) $\frac{2}{\sqrt[5]{3^2}}$

f) $\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

c) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{25}}{5}$

d) $\frac{8}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{8 \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5}} = \frac{8 \cdot \sqrt[3]{5}}{5}$

e) $\frac{2}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = \frac{2 \sqrt[5]{27}}{\sqrt[5]{3^3}} = \frac{2 \cdot \sqrt[5]{27}}{3}$

f) $\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{1 \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{2}$

Ejercicios y problemas

Página 47

Practica

Números racionales e irracionales

1. a) ¿Cuáles de los siguientes números no pueden expresarse como cociente de dos enteros?

$$-2; 1,7; \sqrt{3}; 4,2; -3,75; 3\pi; -2\sqrt{5}$$

b) Expresa como fracción aquellos que sea posible.

c) ¿Cuáles son irracionales?

a) No pueden expresarse como cociente: $\sqrt{3}$; 3π y $-2\sqrt{5}$.

$$b) -2 = \frac{-4}{2}; 1,7 = \frac{17}{10}; 4,2 = \frac{42 - 4}{9} = \frac{38}{9}; -3,75 = -\frac{375 - 37}{90} = -\frac{338}{90} = -\frac{169}{45}$$

c) Son irracionales: $\sqrt{3}$, $-2\sqrt{5}$ y 3π .

2. a) Clasifica en racionales o irracionales.

$$\frac{\sqrt{3}}{2}; 0,87; -\sqrt{4}; -\frac{7}{3}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 2\pi$$

b) Ordénalos de menor a mayor.

c) ¿Cuáles son números reales?

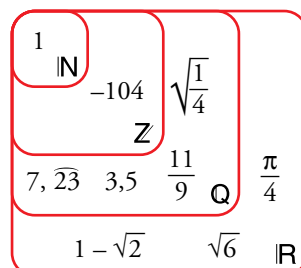
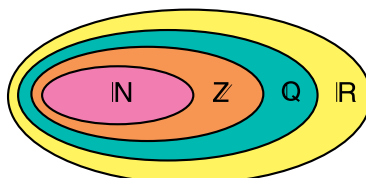
a) Racionales: $0,87$; $-\sqrt{4}$; $-\frac{7}{3}$ Irracionales: $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 2π

$$b) -\frac{7}{3} < -\sqrt{4} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{\sqrt{3}}{2} < 0,87 < 2\pi$$

c) Todos son números reales.

3. Sitúa los siguientes números en un diagrama como el adjunto:

$$1; 7,23; 1 - \sqrt{2}; 3,5; \frac{11}{9}; \sqrt{\frac{1}{4}}; \sqrt{6}; \frac{\pi}{4}; -104$$



Intervalos y semirrectas

4. Escribe los siguientes conjuntos de números en forma de intervalo o semirrecta:

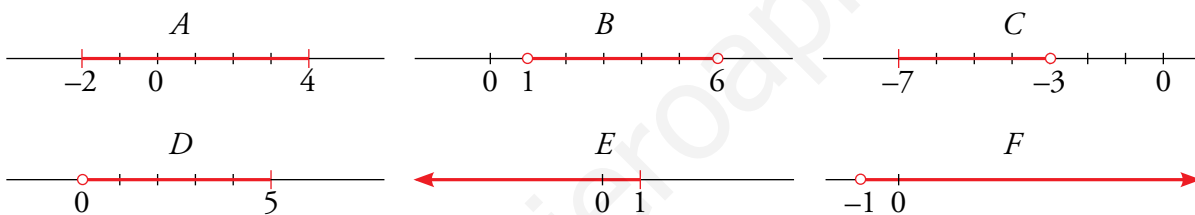
- a) Mayores que 2 y menores que 7.
- b) Comprendidos entre -1 y 3, ambos incluidos.
- c) Mayores o iguales que 5.
- d) Menores que 10.

- a) (2, 7)
- b) [-1, 3]
- c) [5, +∞)
- d) (-∞, 10)

5. Representa en la recta real cada uno de los siguientes intervalos y semirrectas:

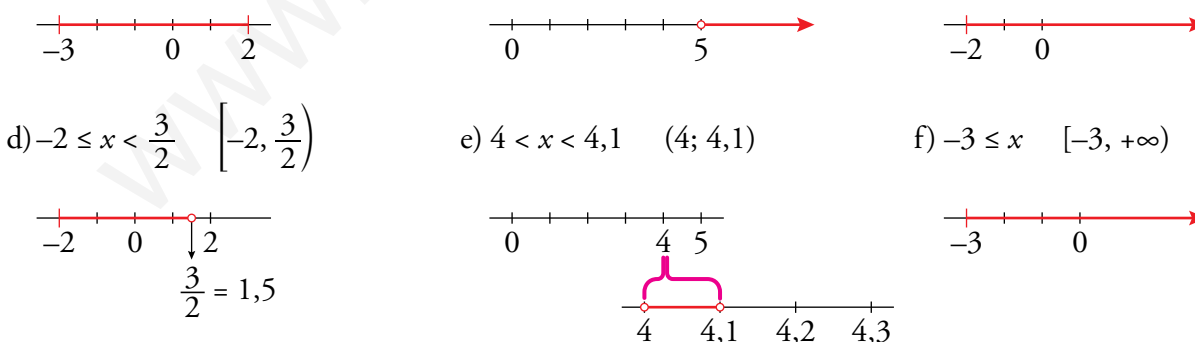
$$A = [-2, 4] \quad B = (1, 6) \quad C = [-7, -3)$$

$$D = (0, 5] \quad E = (-\infty, 1] \quad F = (-1, +\infty)$$



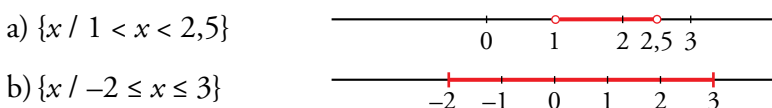
6. Representa gráficamente y expresa como intervalo o semirrecta estas desigualdades:

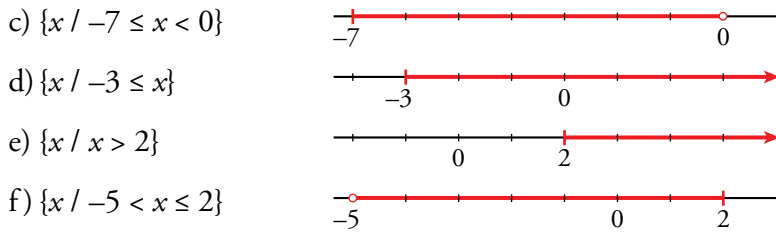
- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|
| a) $-3 \leq x \leq 2$ | b) $5 < x$ | c) $x \geq -2$ |
| d) $-2 \leq x < 3/2$ | e) $4 < x < 4,1$ | f) $-3 \leq x$ |
| a) $-3 \leq x \leq 2 \quad [-3, 2]$ | b) $5 < x \quad (5, +\infty)$ | c) $x \geq -2 \quad [-2, +\infty)$ |




7. Escribe en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:


- | | | |
|-------------|------------|------------|
| a) (1; 2,5) | b) [-2, 3] | c) [-7, 0) |
| d) [-3, +∞) | e) (2, +∞) | f) (-5, 2] |





8.  Expresa como intervalo o semirrecta y como una desigualdad cada uno de los conjuntos de números representados:



9.  a) Indica cuáles de los números siguientes están incluidos en $A = [-3, 7)$ o en $B = (5, +\infty)$:

$$-3; 10; 0,5; 7; -4; \sqrt{5}; 6,3; \pi; \frac{27}{5}; \sqrt{48}; 1 - \sqrt{2}$$

b) ¿Cuál de estos intervalos representa a los números incluidos en A y en B ?

$$(-3, 5) \quad [2, 7) \quad [5, 7] \quad (5, 7)$$

a) $A = [-3, 7) \quad B = (5, +\infty) \quad A \cup B = [-3, +\infty)$

Los números incluidos en A o en B son: $-3; 10; 0,5; 7; \sqrt{5}; 6,3; \pi; \frac{27}{5}; \sqrt{48}; 1 - \sqrt{2}$

Es decir, todos excepto -4 .

b) $A \cap B = (5, 7)$

Potencias y raíces

10.  Expresa en forma exponencial.

a) $\sqrt[5]{x^2}$	b) $\sqrt{2}$	c) $\sqrt[3]{10^6}$	d) $\sqrt[4]{20^2}$
e) $\sqrt[5]{(-3)^3}$	f) $\sqrt[4]{a}$	g) $(\sqrt[5]{x-2})^3$	h) $\sqrt[15]{a^5}$
a) $x^{2/5}$	b) $2^{1/2}$	c) 10^2	d) $20^{1/2}$
e) $(-3)^{3/5}$	f) $a^{1/4}$	g) $x^{-6/5}$	h) $a^{1/3}$

11.  Pon en forma de raíz.

a) $5^{1/2}$	b) $(-3)^{2/3}$	c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{1/3}$
d) $(a^3)^{1/4}$	e) $(a^{1/2})^{1/3}$	f) $(a^{-1})^{3/5}$
a) $\sqrt{5}$	b) $\sqrt[3]{(-3)^2}$	c) $\sqrt[3]{\frac{4}{3}}$
d) $\sqrt[4]{a^3}$	e) $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$	f) $\sqrt[5]{a^{-3}}$

12. Resuelve, sin utilizar la calculadora:

- | | | |
|-------------------|--------------------|----------------------|
| a) $\sqrt[5]{32}$ | b) $\sqrt[3]{343}$ | c) $\sqrt[4]{625}$ |
| d) $\sqrt{0,25}$ | e) $\sqrt[3]{8^4}$ | f) $\sqrt[3]{0,001}$ |
- a) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$
 b) $\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = 7$
 c) $\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5$
 d) $\sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
 e) $\sqrt[3]{8^4} = \sqrt[3]{(2^3)^4} = \sqrt[3]{2^{12}} = 2^4 = 16$
 f) $\sqrt[3]{0,001} = \sqrt[3]{10^{-3}} = 10^{-1} = 0,1$

13. Obtén con la calculadora.

- | | | |
|---------------------|-------------------------|--------------------------|
| a) $\sqrt[3]{-127}$ | b) $\sqrt[5]{0,2^{-3}}$ | c) $\sqrt[4]{1,5^3}$ |
| d) $12^{-2/3}$ | e) $\sqrt[6]{3^{-5}}$ | f) $\sqrt[5]{(-3)^{-2}}$ |
- a) $\sqrt[3]{-127} \approx -5,03$
 b) $\sqrt[5]{0,2^{-3}} \approx 2,63$
 c) $\sqrt[4]{1,5^3} \approx 1,36$
 d) $12^{-2/3} = \sqrt[3]{12^{-2}} \approx 0,19$
 e) $\sqrt[6]{3^{-5}} \approx 0,40$
 f) $\sqrt[5]{(-3)^{-2}} \approx 0,64$

14. Calcula.

- | | | | |
|---------------|---------------|----------------|---------------|
| a) $25^{1/2}$ | b) $27^{1/3}$ | c) $125^{2/3}$ | d) $81^{3/4}$ |
| e) $9^{5/2}$ | f) $16^{5/4}$ | g) $49^{3/2}$ | h) $8^{5/3}$ |
- a) $\sqrt{25} = 5$
 b) $\sqrt[3]{27} = 3$
 c) $(\sqrt[3]{125})^2 = 5^2 = 25$
 d) $(\sqrt[4]{81})^3 = 3^3 = 27$
 e) $(\sqrt{9})^5 = 3^5 = 243$
 f) $(\sqrt[4]{16})^5 = 2^5 = 32$
 g) $(\sqrt{49})^3 = 7^3 = 343$
 h) $(\sqrt[3]{8})^5 = 2^5 = 32$

15. Expresa los radicales como potencias de exponente fraccionario y efectúa como en el ejemplo resuelto:

• $\sqrt[4]{8} : \sqrt[3]{2} = 2^{3/4} : 2^{1/3} = 2^{3/4 - 1/3} = 2^{5/12}$

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}$ | b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{9}$ | c) $3\sqrt[3]{9}$ |
| d) $\sqrt{5} : \sqrt[4]{5}$ | e) $\sqrt[3]{16} : \sqrt[4]{4}$ | f) $\sqrt[3]{25} : \sqrt{5}$ |
- a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2} = 2^{1/2} \cdot 2^{2/3} = 2^{7/6}$
 b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3^2} = 3^{1/2} \cdot 3^{2/4} = 3$
 c) $3 \cdot \sqrt[3]{3^2} = 3 \cdot 3^{2/3} = 3^{5/3}$
 d) $5^{1/2} : 5^{1/4} = 5^{1/4}$
 e) $\sqrt[3]{2^4} : \sqrt[3]{2^2} = 2^{4/3} : 2^{2/3} = 2^{2/3}$
 f) $\sqrt[3]{5^2} : \sqrt{5} = 5^{2/3} : 5^{1/2} = 5^{1/6}$

Página 48

Radicales

16.  Simplifica.

a) $\sqrt[6]{9}$

b) $\sqrt{625}$

c) $\sqrt[15]{2^{12}}$

d) $\sqrt[4]{49}$

e) $\sqrt[6]{125}$

f) $\sqrt[5]{3^{15}}$

a) $\sqrt[6]{9} = \sqrt[6]{3^2} = 3^{2/6} = 3^{1/3} = \sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt{625} = \sqrt{25^2} = 25$

c) $\sqrt[15]{2^{12}} = 2^{12/15} = 2^{4/5} = \sqrt[5]{2^4} = \sqrt[5]{16}$

d) $\sqrt[4]{49} = \sqrt[4]{7^2} = 7^{2/4} = 7^{1/2} = \sqrt{7}$

e) $\sqrt[6]{125} = \sqrt[6]{5^3} = 5^{3/6} = 5^{1/2} = \sqrt{5}$

f) $\sqrt[5]{3^{15}} = 3^{15/5} = 3^3 = 27$

17.  Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[10]{a^8}$

b) $\sqrt[4]{a^{12}}$

c) $\sqrt[12]{a^3}$

d) $\sqrt[8]{a^2 b^2}$

e) $\sqrt[3]{a^6 b^6}$

f) $\sqrt[6]{a^2 b^4}$

a) $a^{8/10} = a^{4/5} = \sqrt[5]{a^4}$

b) $a^{12/4} = a^3$

c) $a^{3/12} = a^{1/4} = \sqrt[4]{a}$

d) $(ab)^{2/8} = (ab)^{1/4} = \sqrt[4]{ab}$

e) $(ab)^{6/3} = (ab)^2 = a^2 b^2$

f) $a^{2/6} \cdot b^{4/6} = a^{1/3} \cdot b^{2/3} = \sqrt[3]{ab^2}$

18.  Extrae todos los factores que puedas de los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{16}$

b) $\sqrt{28}$

c) $\sqrt[4]{2^{10}}$

d) $\sqrt{8}$

e) $\sqrt{200}$

f) $\sqrt{300}$

a) $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{28} = \sqrt{7 \cdot 2^2} = 2\sqrt{7}$

c) $\sqrt[4]{2^{10}} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^2} = 4\sqrt[4]{2}$

d) $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$

e) $\sqrt{200} = \sqrt{5^2 \cdot 2^3} = 5 \cdot 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

f) $\sqrt{300} = \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3} = 10\sqrt{3}$

19. Multiplica y simplifica el resultado.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}$

c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{8}$

d) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^3}$

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{a \cdot a^2} = \sqrt[3]{a^3} = a$

c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 8} = \sqrt{400} = 20$

d) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^3} = \sqrt{a \cdot a^3} = \sqrt{a^4} = a^2$

20. Divide y simplifica.

a) $\sqrt{7} : \sqrt{\frac{21}{5}}$

b) $\sqrt[4]{\frac{3}{5}} : \sqrt[4]{\frac{5}{3}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{5}{6}} : \sqrt[3]{\frac{45}{4}}$

a) $\sqrt{7} : \sqrt{\frac{21}{5}} = \sqrt{7 : \frac{21}{5}} = \sqrt{\frac{35}{21}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$

b) $\sqrt[4]{\frac{3}{5}} : \sqrt[4]{\frac{5}{3}} = \sqrt[4]{\frac{3}{5} : \frac{5}{3}} = \sqrt[4]{\frac{3^2}{5^2}} = \sqrt{\frac{3}{5}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{5}{6}} : \sqrt[3]{\frac{45}{4}} = \sqrt[3]{\frac{5}{2 \cdot 3} : \frac{3^2 \cdot 5}{2^2}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 2^2}{2 \cdot 3^3 \cdot 5}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3^3}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{3}$

21. Reduce a un solo radical.

a) $\sqrt{\sqrt{13}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$

c) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{15}}$

d) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^5}}$

e) $\sqrt{\sqrt[3]{3^3}}$

f) $\sqrt[5]{\sqrt{11}}$

a) $\sqrt[4]{13}$

b) $\sqrt[6]{2}$

c) $\sqrt[15]{15}$

d) $\sqrt[12]{2^5}$

e) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{3}}$

f) $\sqrt[10]{11}$

22. Calcula y simplifica si es posible.

a) $(\sqrt{2})^{10}$

b) $(\sqrt[3]{2})^4$

c) $(\sqrt[4]{3^2})^8$

d) $\sqrt[4]{\sqrt{8}}$

e) $(\sqrt{\sqrt{2}})^{10}$

f) $(\sqrt[3]{\sqrt{2}})^6$

a) $2^5 = 32$

b) $\sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt[4]{3^{16}} = 3^4 = 81$

d) $\sqrt[8]{8}$

e) $\sqrt[4]{\sqrt{2^{10}}} = \sqrt{2^5}$

f) $\sqrt[6]{2^6} = 2$

23. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

24. Efectúa.

a) $2\sqrt{8} + 4\sqrt{72} - 7\sqrt{18}$

b) $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{27}$

c) $\sqrt{32} + 3\sqrt{50} - 2\sqrt{8}$

d) $3\sqrt{2} + \sqrt{18} - 3\sqrt{8}$

a) $2\sqrt{2^3} + 4\sqrt{3^2 \cdot 2^3} - 7\sqrt{3^2 \cdot 2} = 2 \cdot 2\sqrt{2} + 4 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} - 7 \cdot 3\sqrt{2} =$
 $= 4\sqrt{2} + 24\sqrt{2} - 21\sqrt{2} = (4 + 24 - 21)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

b) $\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} - \sqrt{3^3} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (2 + 5 - 3)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

c) $\sqrt{2^5} + 3\sqrt{2 \cdot 5^2} - 2\sqrt{2^3} = 2^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 5\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

d) $3\sqrt{2} + \sqrt{3^2 \cdot 2} - 3\sqrt{2^3} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = (3 + 3 - 6)\sqrt{2} = 0$

25. Efectúa.

a) $\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{3}$

b) $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24}$

c) $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{63}$

d) $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2}$

a) $\sqrt{48} - \sqrt{12} + \sqrt{3} = \sqrt{2^4 \cdot 3} - \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3} = 2^2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = (4 - 2 + 1)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

b) $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} = (3 - 2)\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3}$

c) $\sqrt{28} - \sqrt{7} + \sqrt{63} = \sqrt{2^2 \cdot 7} - \sqrt{7} + \sqrt{3^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7} - \sqrt{7} + 3\sqrt{7} = (2 - 1 + 3)\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$

d) $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} + \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} = (3 + 1)\sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$

26. Racionaliza y simplifica.

a) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{3}{\sqrt{15}}$

d) $\frac{4}{\sqrt{12}}$

e) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$

f) $\frac{2}{\sqrt[3]{5}}$

a) $\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

b) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2^2}} = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$

c) $\frac{3}{\sqrt{15}} = \frac{3 \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{15} \cdot \sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

d) $\frac{4}{\sqrt{12}} = \frac{4 \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{12} \cdot \sqrt{12}} = \frac{4\sqrt{12}}{\sqrt{12^2}} = \frac{4\sqrt{12}}{12} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

e) $\frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{2 \cdot \sqrt{6^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2 \cdot 6} = \frac{3\sqrt{6}}{12} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

f) $\frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{2\sqrt[3]{25}}{5}$

27. Suprime el radical del denominador y simplifica.

a) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{4}{\sqrt{6}}$

c) $\frac{6}{\sqrt{12}}$

d) $\frac{3}{\sqrt{15}}$

a) $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

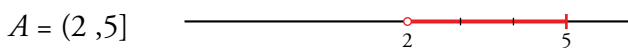
b) $\frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

c) $\frac{6}{\sqrt{12}} = \frac{6\sqrt{12}}{12} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

d) $\frac{3}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Aplica lo aprendido

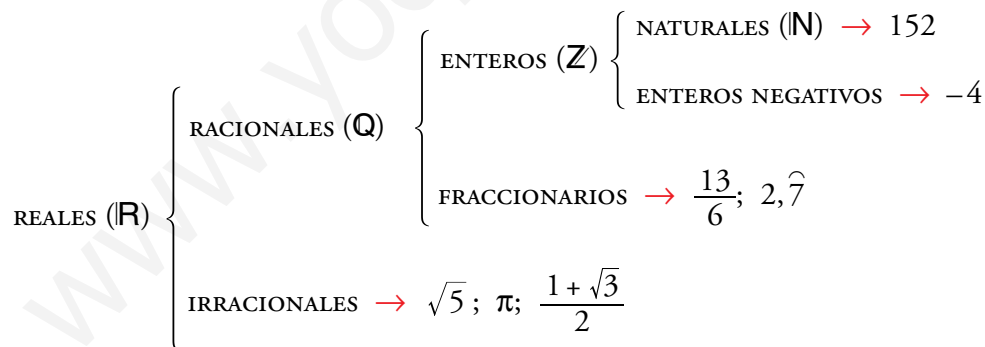
28. Representa los intervalos $A = (2, 5]$ y $B = [-1, 4)$ y di si tienen puntos en común. Si es un intervalo, di cuál es.



Los puntos comunes a A y B están entre 2 y 4 $\rightarrow (2, 4)$

29. Clasifica los siguientes números indicando a cuáles de los conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} o \mathbb{R} pertenecen:

$$-4; \frac{13}{6}; \sqrt{5}; 2, \hat{7}; 152; \pi; \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$



30. Extrae del radical los factores que sea posible.

a) $\sqrt[3]{16a^3}$

b) $\sqrt[4]{81a^5 b^3}$

c) $\sqrt{8a^5}$

d) $\sqrt[3]{\frac{24}{a^4}}$

e) $\sqrt{\frac{162}{75}}$

f) $\sqrt[5]{\frac{9}{32}}$

a) $2a\sqrt[3]{2}$

b) $3a\sqrt[4]{ab^3}$

c) $2a^2\sqrt{2a}$

d) $\frac{2}{a}\sqrt[3]{\frac{3}{a}}$

e) $\frac{9}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}$

f) $\frac{1}{2}\sqrt[5]{9}$

31. Efectúa.

a) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$

b) $(3\sqrt{2} + 2)^2$

c) $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 2\sqrt{3})$

d) $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

a) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = (2)^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

b) $(3\sqrt{2} + 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 2 + (2)^2 = 9 \cdot 2 + 12\sqrt{2} + 4 = 22 + 12\sqrt{2}$

c) $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 2\sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 5 - 4 \cdot 3 = 5 - 12 = -7$

d) $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = (2\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 5 - 4\sqrt{15} + 3 = 20 - 4\sqrt{15} + 3 = 23 - 4\sqrt{15}$

32. Di el valor de k en cada caso:

a) $\sqrt[k]{243} = 3$

b) $\sqrt[3]{k} = -2$

c) $\sqrt[4]{k} = \frac{3}{2}$

d) $\sqrt[k]{-125} = -5$

e) $\sqrt[3]{k} = -1$

f) $\sqrt[k]{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$

a) $\sqrt[k]{3^5} = 3 \rightarrow k = 5$

b) $k = (-2)^3 \rightarrow k = -8$

c) $k = \left(\frac{3}{2}\right)^4 \rightarrow k = \frac{81}{16}$

d) $\sqrt[k]{(-5)^3} = -5 \rightarrow k = 3$

e) $k = (-1)^3 \rightarrow k = -1$

f) $\sqrt[k]{\left(\frac{7}{8}\right)^2} = \frac{7}{8} \rightarrow k = 2$

33. Introduce dentro de la raíz y simplifica.

a) $5\sqrt{\frac{3}{5}}$

b) $\frac{\sqrt{18}}{3}$

c) $2^3\sqrt{\frac{7}{4}}$

d) $2^4\sqrt{\frac{5}{12}}$

e) $\frac{1}{2}\sqrt{12}$

f) $\frac{2}{3}^3\sqrt{\frac{9}{4}}$

a) $\sqrt{\frac{5^2 \cdot 3}{5}} = \sqrt{15}$

b) $\sqrt{\frac{18}{3^2}} = \sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{\frac{2^3 \cdot 7}{4}} = \sqrt[3]{14}$

d) $\sqrt[4]{\frac{2^4 \cdot 5}{12}} = \sqrt[4]{\frac{20}{3}}$

e) $\sqrt{\frac{12}{2^2}} = \sqrt{3}$

f) $\sqrt[3]{\frac{2^3 \cdot 9}{3^3 \cdot 4}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

34. Suprime el radical del denominador.

a) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[8]{a^5}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

d) $\frac{5}{\sqrt[4]{2}}$

a) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$

b) $\frac{1}{\sqrt[8]{a^5}} = \frac{\sqrt[8]{a^3}}{\sqrt[8]{a^5} \cdot \sqrt[8]{a^3}} = \frac{\sqrt[8]{a^3}}{\sqrt[8]{a^8}} = \frac{\sqrt[8]{a^3}}{a}$

c) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}$

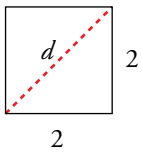
d) $\frac{5}{\sqrt[4]{2}} = \frac{5 \cdot \sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2^3}} = \frac{5\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{5\sqrt[4]{8}}{2}$

Resuelve problemas

35. Indica si el número que se obtiene en cada caso es racional o irracional:

- a) La diagonal de un cuadrado de lado 2 cm.
- b) El área de un círculo de radio 2 cm.
- c) El cateto de un triángulo rectángulo cuyos lados miden 24 cm y 25 cm.

a) La diagonal de un cuadrado de lado 2 cm. → Irracional



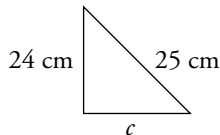
Por el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 2^2 + 2^2 \rightarrow d^2 = 8 \rightarrow d = \sqrt{8} \text{ cm}$$

b) El área de un círculo de radio 2 cm. → Irracional

$$\text{Área} = \pi \cdot r^2 \rightarrow \text{Área} = \pi \cdot 2^2 = 4\pi \text{ (n.º irracional)}$$

c) El cateto del triángulo rectángulo de lados 24 cm y 25 cm. → Racional



$$25^2 = 24^2 + c^2 \rightarrow 625 = 576 + c^2 \rightarrow c^2 = 49 \rightarrow c = 7$$

36. Averigua para qué valores de x se pueden calcular las siguientes raíces:

- a) $\sqrt{x-5}$
- b) $\sqrt{5-x}$
- c) $\sqrt{x^2+1}$
- d) $\sqrt{-x}$
- e) $\sqrt{(1+x)(2-x)}$
- f) $\sqrt{x(3-x)}$

En todos los apartados aplicaremos el siguiente resultado: \sqrt{A} se puede calcular si $A \geq 0$

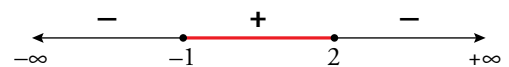
- a) $\sqrt{x-5}$ se puede calcular si $x-5 \geq 0 \rightarrow x \geq 5 \rightarrow x = [5, +\infty)$
- b) $\sqrt{5-x}$ se puede calcular si $5-x \geq 0 \rightarrow 5 \geq x \rightarrow x = (-\infty, 5]$
- c) $x^2 + 1 > 0$, para cualquier $x \in \mathbb{R} \rightarrow \sqrt{x^2+1}$ se puede calcular para cualquier $x \in \mathbb{R}$.
- d) $\sqrt{-x}$ se puede calcular si $-x \geq 0 \rightarrow x \leq 0 \rightarrow x \in (-\infty, 0]$
- e) $\sqrt{(1+x)(2-x)}$ se puede calcular si $(1+x) \cdot (2-x) \geq 0$

- Si $x = -1$ o $x = 2 \rightarrow (1+x) \cdot (2-x) = 0$

- Si $x < -1 \rightarrow \begin{cases} (1-x) < 0 \\ (2-x) > 0 \end{cases} \rightarrow (1+x) \cdot (2-x) < 0$

- Si $-1 < x < 2 \rightarrow \begin{cases} (1+x) > 0 \\ (2-x) > 0 \end{cases} \rightarrow (1+x) \cdot (2-x) > 0$

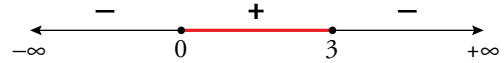
- Si $x > 2 \rightarrow \begin{cases} (1+x) > 0 \\ (x-2) < 0 \end{cases} \rightarrow (1+x) \cdot (2-x) < 0$



Por tanto, $\sqrt{(1+x)(2-x)}$ se puede calcular si $x \in [-1, 2]$.

f) $\sqrt{x \cdot (3-x)}$ se puede calcular si $x \cdot (3-x) \geq 0$.

- Si $x = 0$ o $x = 3 \rightarrow x \cdot (3-x) = 0$
- Si $x < 0 \rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ (3-x) > 0 \end{cases} \rightarrow x \cdot (3-x) < 0$
- Si $0 < x < 3 \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (3-x) > 0 \end{cases} \rightarrow x \cdot (3-x) > 0$
- Si $x > 3 \rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (3-x) < 0 \end{cases} \rightarrow x \cdot (3-x) < 0$



Por tanto, $\sqrt{x \cdot (3-x)}$ se puede calcular si $x \in [0, 3]$.

37. ¿Cuál de los números $1 - \sqrt{3}$ o $3 + \sqrt{2}$ es solución de la ecuación $x^2 - 6x + 7 = 0$?

• $(1 - \sqrt{3})^2 - 6 \cdot (1 - \sqrt{3}) + 7 = 1 + 3 - 2\sqrt{3} - 6 + 6\sqrt{3} + 7 = 5 + 4\sqrt{3} \neq 0$

El número $(1 - \sqrt{3})$ no es solución.

• $(3 + \sqrt{2})^2 - 6 \cdot (3 + \sqrt{2}) + 7 = 9 + 2 + 6\sqrt{2} - 18 - 6\sqrt{2} + 7 = 0$

El número $(3 + \sqrt{2})$ es solución.

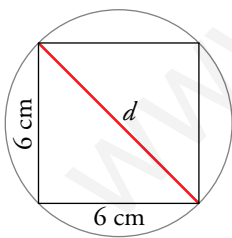
38. Un cuadrado de 6 cm de lado está inscrito en un círculo. Calcula:

- a) El radio del círculo y su área.
- b) El perímetro del triángulo ABC , del que AB es un lado del cuadrado y C es el punto medio del lado opuesto.

Expresa los resultados con radicales y π .

a) Sea d = diámetro del círculo.

Por el teorema de Pitágoras:

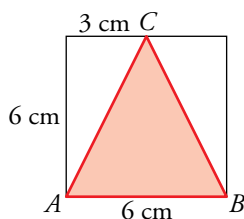


$$d^2 = 6^2 + 6^2 \rightarrow d^2 = 36 + 36 \rightarrow d^2 = 72 \rightarrow d = \sqrt{72} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

Si el diámetro del círculo mide $d = 6\sqrt{2}$ cm, entonces el radio es $r = 3\sqrt{2}$ cm.

$$\text{Área} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (3\sqrt{2})^2 = \pi \cdot 9 \cdot 2 = 18\pi \text{ cm}^2$$

b) Por el teorema de Pitágoras:



$$\overline{AC}^2 = 6^2 + 3^2 \rightarrow \overline{AC}^2 = 36 + 9 \rightarrow \overline{AC}^2 = 45 \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AC} = \sqrt{45} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

Como $\overline{BC} = \overline{AC} \rightarrow \text{Perímetro} = \overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC} = 6 + 2 \cdot (3\sqrt{5}) = 6 + 6\sqrt{5} \text{ cm}$

39.  El volumen de un cilindro de 5 cm de altura es $60 \pi \text{ cm}^3$.

a) ¿Cuánto mide su radio?


b) Calcula su área lateral. Da en ambos casos el valor exacto (utiliza radicales y π).

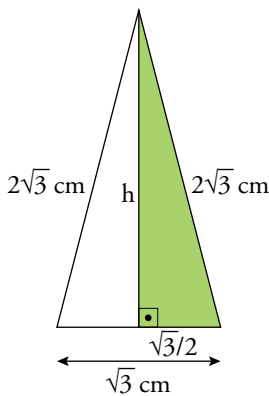
a) Volumen del cilindro = $\pi \cdot r^2 \cdot h$

$$60\pi = \pi \cdot r^2 \cdot 5 \rightarrow r^2 = \frac{60\pi}{5\pi} \rightarrow r^2 = 12 \rightarrow r = \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

b) Área lateral = $2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

$$A_{\text{LATERAL}} = 2 \cdot \pi \cdot 2\sqrt{3} \cdot 5 = 20\sqrt{3} \pi \text{ cm}^2$$

40.  Halla el área de un triángulo isósceles en el que los lados iguales miden el doble de la base cuya longitud es $\sqrt{3} \text{ cm}$. Expresa el resultado con radicales.




Por el teorema de Pitágoras:

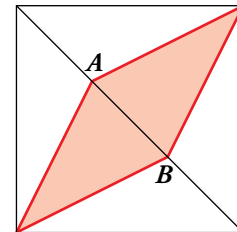
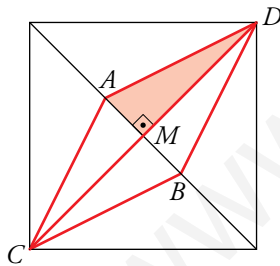
$$h^2 = (2\sqrt{3})^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 12 - \frac{3}{4} = \frac{45}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \sqrt{\frac{45}{4}} = \sqrt{\frac{3^2 \cdot 5}{2^2}} = \frac{3}{2} \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \frac{3}{2} \sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{15}}{4} \text{ cm}^2$$

41.  Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales.

Si el área del cuadrado es 36 cm^2 , ¿cuánto medirá el lado del rombo? Expresa el resultado con radicales

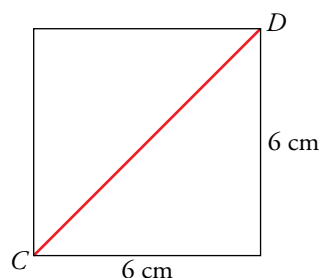


- Área del cuadrado = $36 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{lado} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$

- Diagonal mayor del rombo = diagonal del cuadrado = \overline{CD}

Por el teorema de Pitágoras:

$$\overline{CD}^2 = 6^2 + 6^2 = 72 \rightarrow \overline{CD} = \sqrt{72} = \sqrt{2^3 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$



- Diagonal menor = $\overline{AB} = \frac{\overline{CD}}{3} = \frac{6\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$ cm
- El lado del rombo es la hipotenusa del triángulo rectángulo \widehat{AMD} .

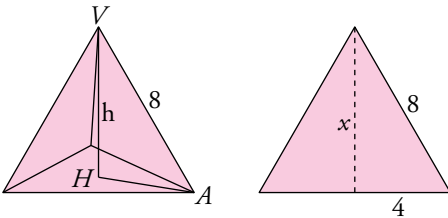
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AM} = \frac{\overline{AB}}{2} = \sqrt{2} \text{ cm} \\ \overline{MD} = \frac{\overline{CD}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm} \end{array} \right\} \overline{AD}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MD}^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AD}^2 = (\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 2 + 18 = 20$$

$$\rightarrow \overline{AD} = \sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

Por tanto, el lado del rombo mide $2\sqrt{5}$ cm.

- 42.**  **Calcula la altura de un tetraedro regular de 8 cm de arista. Expresa el resultado con radicales.**



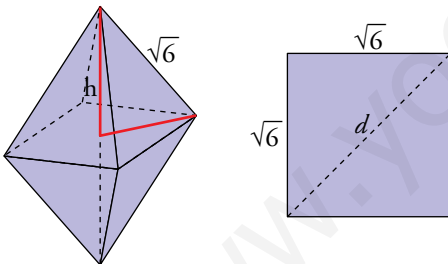
Altura de una cara:

$$x = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\overline{AH} = \frac{2}{3} \cdot 4\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

$$\text{Altura del tetraedro: } h = \sqrt{8^2 - \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{64 - \frac{192}{4}} = \sqrt{64 - 48} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

- 43.**  **Calcula el volumen de un octaedro regular cuya arista mide $\sqrt{6}$ cm. Expresa el resultado con radicales.**



$$d = \sqrt{6 + 6} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\frac{d}{2} = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{Altura de la pirámide} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{Volumen del octaedro} = 2 \left(\frac{1}{3} (\sqrt{6})^2 \sqrt{3} \right) = 4\sqrt{3} \text{ cm}^3$$