1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2x+1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

b) $f(x)=x^3-x-8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

c) $f(x)=x^2+x+1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

d) $f(x)=x^9-6x^4+9$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

e) $f(x)=x^5-2x+6$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

f) $f(x)=(x-1)^3$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

g) $f(x)=\dfrac{1}{7-3x}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/7-3x=0\}=\Re-\left\{\dfrac{7}{3}\right\}$

$7-3x=0 \Rightarrow -3x=-7 \Rightarrow x=\dfrac{7}{3}$

h) $f(x)=\dfrac{1}{4x^2-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-1=0\}=\Re-\left\{-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right\}$

$4x^2-1=0 \Leftrightarrow 4x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{1}{4}} \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ ò $x=\dfrac{1}{2}$

i) $f(x)=\dfrac{x^7-2}{x^2-4x+3}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-4x+3=0\}=\Re-\{1,3\}$

$x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\dfrac{4\pm 2}{2}=\begin{cases} x=3 \\ x=1 \end{cases}$

j) $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3=0\}=\Re-\{0\}$

$x^3=0 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{0} \Leftrightarrow x=0$

k) $f(x)=\dfrac{7}{x^2-5}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-5=0\}=\Re-\{-\sqrt{5},\sqrt{5}\}$

$x^2-5=0 \Leftrightarrow x^2=5 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}$

l) $f(x)=\dfrac{1}{x^4-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^4-1=0\}=\Re-\{-1,1\}$

$x^4-1=0 \Leftrightarrow x^4=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x=\pm 1$

m) $f(x)=\dfrac{1}{x^3+1}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3+1=0\}=\Re-\{-1\}$

$x^3+1=0 \Leftrightarrow x^3=-1 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{-1} \Leftrightarrow x=-1$

n) $f(x)=\dfrac{7x+9}{x^3+8}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3+8=0\}=\Re-\{-2\}$

$x^3+8=0 \Leftrightarrow x^3=-8 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{-8} \Leftrightarrow x=-2$

o) $f(x)=\dfrac{3}{2-x^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/2-x^2=0\}=\Re-\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$

$2-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

p) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^4-3x^2-4}$ función racional $\to Dom(f)=\Re-\{x/x^4-3x^2-4=0\}$

- $x^4-3x^2-4=0$ ecuación bicuadrada
- Cambio de variable $\underline{x^2=t}$ $\Rightarrow t^2-3t-4=0$

$$t^2-3t-4=0 \Leftrightarrow t=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2}=\frac{3\pm5}{2}=\begin{cases} t=4\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm2 \\ x=-1\Rightarrow x^2=-1\Rightarrow \text{no tiene solución real}\end{cases}$$

- Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{x/x^4-3x^2-4=0\}=\Re-\{-2,2\}$

q) $f(x)=\dfrac{x}{x^6-7x^3-8}$ función racional $\to Dom(f)=\Re-\{x/x^6-7x^3-8=0\}$

- $x^6-7x^3-8=0$
- Cambio de variable $\underline{x^3=t}$ $\Rightarrow t^2-7t-8=0$

$$t^2-7t-8=0 \Leftrightarrow t=\frac{7\pm\sqrt{49+32}}{2}=\frac{7\pm9}{2}=\begin{cases} t=8\Rightarrow x^3=8\Rightarrow x=\sqrt[3]{8}=2\Rightarrow x=2 \\ x=-1\Rightarrow x^3=-1\Rightarrow x=\sqrt[3]{-1}\Rightarrow x=-1\end{cases}$$

- Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{x/x^6-7x^2-8=0\}=\Re-\{-1,2\}$

r) $f(x)=\dfrac{x^3-6x^2+4x+8}{x^3-x^2-9x+9}$ función racional $\to Dom(f)=\Re-\{x/x^3-x^2-9x+9=0\}$

- $x^3-x^2-9x+9=0$

	1	−1	−9	9
1		+1	0	−9
	1	0	−9	0

$$x^3-x^2-9x+9=0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot(x^2-9)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0\Rightarrow \underline{x=1} \\ x^2-9=0\Rightarrow \underline{x=\pm3}\end{cases}$$

- Por tanto, $\to Dom(f)=\Re-\{x/x^3-x^2-9x+9=0\}=\Re-\{-3,1,3\}$

s) $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^3-2x^2-x+2}$ función racional $\to Dom(f)=\Re-\{x/x^3-2x^2-x+2=0\}$

- $x^3-2x^2-x+2=0$

	1	−2	−1	+2
1		+1	−1	−2
	1	−1	−2	0

$$x^3-2x^2-x+2=0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot(x^2-x-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow \underline{x=1} \\ x^2-x-2=0 \Rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\dfrac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}\underline{x=2}\\ \underline{x=-1}\end{cases} \end{cases}$$

- Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{x/x^3-2x^2-x+2=0\}=\Re-\{-1,1,2\}$

t) $f(x)=\dfrac{x+13}{x^4+x^3-3x^2-3x}$ función racional $\to Dom(f)=\Re-\{x/x^4+x^3-3x^2-3x=0\}$

- $x^4+x^3-3x^2-3x=0 \Rightarrow x\cdot(x^3+x^2-3x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases}\underline{x=0}\\ x^3+x^2-3x-3=0\end{cases}$
- $x^3+x^2-3x-3=0$

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & +1 & -3 & -3 \\ -1 & & -1 & 0 & +3 \\ \hline & 1 & 0 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^3+x^2-3x-3=0 \Leftrightarrow (x+1)\cdot(x^2-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow \underline{x=-1} \\ x^2-3=0 \Rightarrow \underline{x=\pm\sqrt{3}} \end{cases}$$

- Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{x/x^4+x^3-3x^2-3x=0\}=\Re-\{0,-1,-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$

u) $f(x)=\dfrac{x^7-2}{x^2-3x+4}$ función racional $\to Dom(f)=\Re-\{x/x^2-3x+4=0\}$

$x^2-3x+4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-16}}{2}=$ no tiene solución real

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

v) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+4}$ función racional $\to Dom(f)=\Re-\{x/x^2+4=0\}$

$x^2+4=0 \Leftrightarrow x^2=-4 \Leftrightarrow x=\sqrt{-4} \Rightarrow$ no tiene solución real

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

w) $f(x)=\dfrac{7x+9}{81x^4-16}$ función racional $\to Dom(f)=\Re-\{x/81x^4-16=0\}$

$81x^4-16=0 \Leftrightarrow 81x^4=16 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}}=\pm\dfrac{2}{3}$

Por tanto, $Dom(f)=\Re-\left\{-\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3}\right\}$

x) $f(x)=\dfrac{7x+9}{x^4+16}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^4+16=0\}$

$x^4+16=0 \Leftrightarrow x^4=-16 \Leftrightarrow x=\sqrt[4]{-16} \Rightarrow$ no tiene solución real

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

y) $f(x)=\dfrac{2-x}{(x+1)^5}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/(x+1)^5=0\}=\Re-\{-1\}$

$(x+1)^5=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

z) $f(x)=\dfrac{5x^3-8}{1+x+x^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/1+x+x^2=0\}$

$1+x+x^2=0 \Leftrightarrow x^2+x+1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}=$ no tiene solución real

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=6x-2\sqrt{x}+8 \rightarrow Dom(f)=Dom(y=\sqrt{x})=[0,+\infty)$

b) $f(x)=\sqrt{2+x}-\sqrt{3-x}$

- $y=\sqrt{2+x} \rightarrow \text{Dominio}=\{x/2+x\geq 0\}=[-2,+\infty)$
- $y=\sqrt{3-x} \rightarrow \text{Dominio}=\{x/3-x\geq 0\}=(-\infty,3]$

Por tanto, $Dom(f)=[-2,+\infty)\cap(-\infty,3]=[-2,3]$

c) $f(x)=\sqrt{4-2x}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/4-2x\geq 0\}=(-\infty,2]$

$4-2x\geq 0 \Rightarrow -2x\geq -4 \Rightarrow x\leq \dfrac{-4}{-2} \Rightarrow x\leq 2$

d) $f(x)=\sqrt[3]{4-2x}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom(y=4-2x)=\Re$

e) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{4-2x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/4-2x>0\}=(-\infty,2)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

$4-2x>0 \Rightarrow -2x>-4 \Rightarrow x<\dfrac{-4}{-2} \Rightarrow x<2$

f) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{4-2x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{2\}$

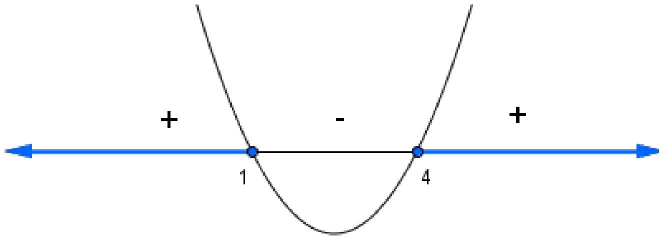
Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[3]{4-2x}\neq 0 \Leftrightarrow 4-2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 2$

g) $f(x)=\sqrt[4]{x^2-5x+4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/x^2-5x+4\geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-5x+4\geq 0$

<u>Ceros</u>

$$x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm 3}{2}=\begin{cases}x=4\\x=1\end{cases}$$



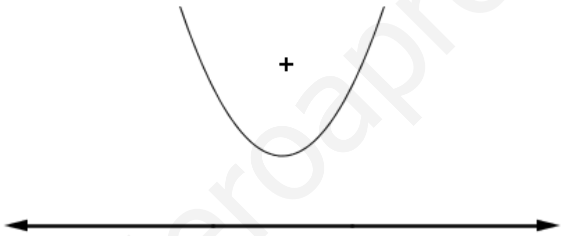
Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,1]\cup[4,+\infty)$

h) $f(x)=\sqrt{x^2-2x+3}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re / x^2-2x+3\geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-2x+3\geq 0$

<u>Ceros</u>

$x^2-2x+3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-12}}{2}\Rightarrow$ no tiene solución real



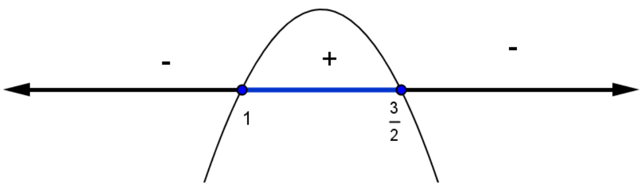
Por tanto, $Dom(f)=\Re$

i) $f(x)=\sqrt{-2x^2+5x-3}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re / -2x^2+5x-3\geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $-2x^2+5x-3\geq 0$

<u>Ceros</u>

$$-2x^2+5x-3=0\Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{25-24}}{-4}=\frac{-5\pm 1}{-4}=\begin{cases} x=1 \\ x=\dfrac{3}{2}\end{cases}$$



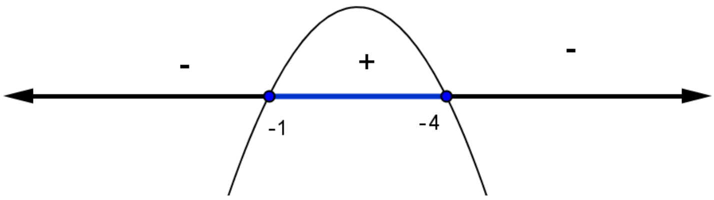
Por tanto, $Dom(f)=\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$

j) $f(x)=\sqrt{3x-x^2+4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re / 3x-x^2+4\geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $3x - x^2 + 4 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 3x + 4 \geq 0$

Ceros

$$-x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{-2} = \frac{-3 \pm 5}{-2} = \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$



Por tanto, $Dom(f) = [-1,4]$

k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x > 0\} = (0,+\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

l) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{0\}$

Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[3]{x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$

m) $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 1}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom(y = x^2 - 1) = \Re$

n) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2 - 1}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{-1,1\}$

Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[5]{x^2 - 1} \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

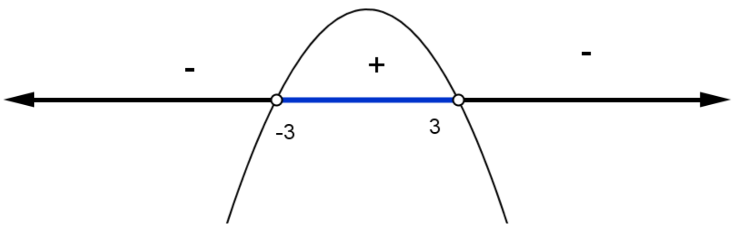
o) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[4]{9 - x^2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / 9 - x^2 > 0\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

- $9 - x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 + 9 > 0$

  Ceros

  $-x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$



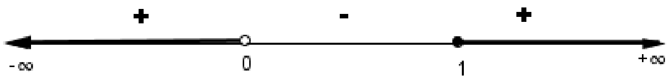
- Por tanto, $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / 9 - x^2 > 0\} = (-3,3)$

p) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \Re / \dfrac{x-1}{x} \geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación : $\dfrac{x-1}{x} \geq 0$

<u>Ceros</u>   <u>Polos</u>

$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ $x=0$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,0)\cup[1,+\infty)$

q) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{x-1}{x}\right)=\Re-\{0\}$

r) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re \,/\, \dfrac{x+3}{x-2}\geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación : $\dfrac{x+3}{x-2}\geq 0$

<u>Ceros</u>   <u>Polos</u>

$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

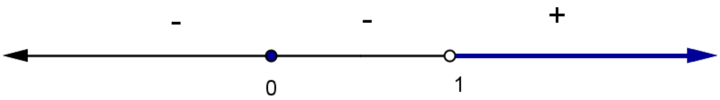
Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-3]\cup(2,+\infty)$

s) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2}{x-1}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re \,/\, \dfrac{x^2}{x-1}\geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x^2}{x-1}\geq 0$

<u>Ceros</u>   <u>Polos</u>

$x^2=0 \Leftrightarrow x=0$ $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$



Por tanto, $Dom(f)=\{0\}\cup(1,+\infty)$

t) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}\right)=\Re-\{1,2\}$

$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm 1}{2}=\begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

u) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re / \dfrac{x-2}{x^2-3x+2}\geq 0\right\}$

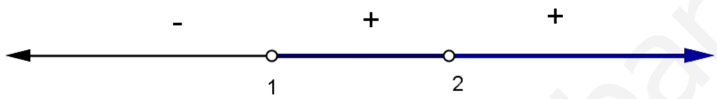
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{(x-2)}{(x-2)(x-1)}\geq 0$

<u>Ceros</u>

$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

<u>Polos</u>

$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$



Por tanto, $Dom(f)=(1,2)\cup(2,+\infty)$

v) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^3-5x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{1}{x^3-5x}\right)=$

$=\Re-\{x / x^3-5x=0\}=\Re-\{0,\pm\sqrt{5}\}$

$$x^3-5x=0 \Leftrightarrow x\cdot(x^2-5)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2-5=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5} \end{cases}$$

w) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}\right)=$

$=\Re-\{x / x^2-4x+4=0\}=\Re-\{2\}$

$$x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2}=\frac{4\pm 0}{2}=\begin{cases} x=2 \\ x=2 \end{cases}$$

x) $f(x)=\sqrt[4]{\dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re / \dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}\geq 0\right\}$

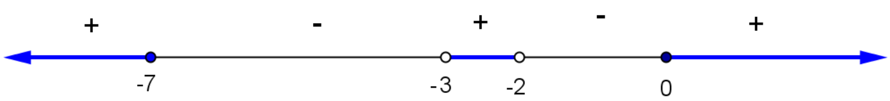
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}\geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x(x+7)}{(x+2)(x+3)}\geq 0$

<u>Ceros</u>

$x(x+7)=0 \Leftrightarrow x=0$ ò $x=-7$

<u>Polos</u>

$x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow x=-3$ ò $x=-2$



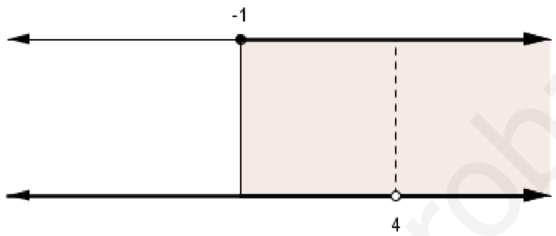
Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-7]\cup(-3,-2)\cup[0,+\infty)$

y) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}\Rightarrow Dom(f)=[Dom(g)\cap Dom(h)]-\{x\in Dom(h)/h(x)=0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x+1}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x+1\geq 0\}=[-1,+\infty)$
- $y=x-4\rightarrow \text{Dominio}=\Re$

  $x-4\neq 0\Leftrightarrow x\neq 4$



Por tanto, $Dom(f)=[-1,4)\cup(4,+\infty)$

z) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-2x}$

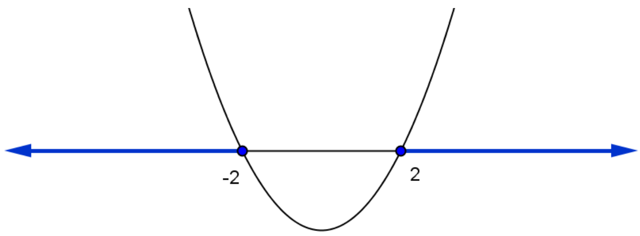
Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}\Rightarrow Dom(f)=[Dom(g)\cap Dom(h)]-\{x\in Dom(h)/h(x)=0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x^2-4}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x^2-4\geq 0\}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

  Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-4\geq 0$

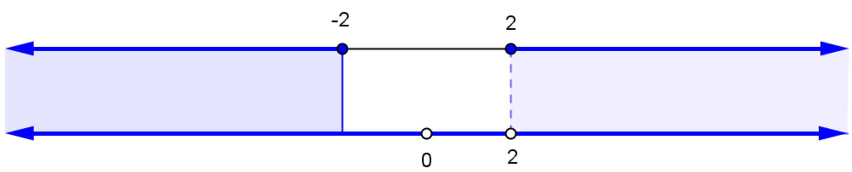
  Ceros

  $x^2-4=0\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2$



- $y=x^2-2x\rightarrow \text{Dominio}=\Re$

  $x^2-2x\neq 0\Leftrightarrow x(x-2)\neq 0\Leftrightarrow x\neq 0\quad \text{y}\quad x\neq 2$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-2]\cup(2,+\infty)$

aa) $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{\sqrt{x^4-1}}$

Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}\Rightarrow Dom(f)=[Dom(g)\cap Dom(h)]-\{x\in Dom(h)/h(x)=0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=x^2-5x+6 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=\sqrt{x^4-1}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x^4-1>0\}=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque el denominador no puede ser 0)

  $\text{Tenemos que resolver la inecuación}: x^4-1>0$

  Ceros

  $x^4-1=0\Leftrightarrow x^4=1\Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{1}\Leftrightarrow x=-1 \quad \text{ò} \quad x=1$

Por tanto, $Dom(f)=[\Re\cap(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)]=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

bb) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^3+27}$

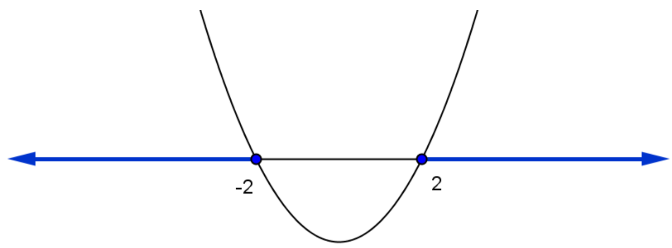
Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}\Rightarrow Dom(f)=[Dom(g)\cap Dom(h)]-\{x\in Dom(h)/h(x)=0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x^2-4}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x^2-4\geq 0\}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

  $\text{Tenemos que resolver la inecuación}: x^2-4\geq 0$

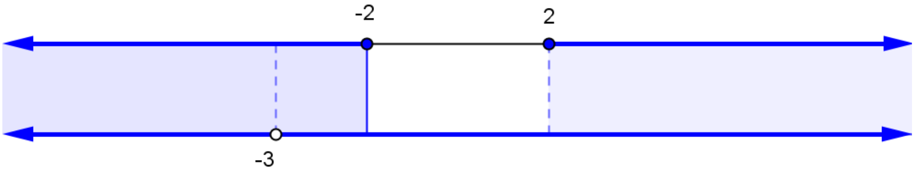
  Ceros

  $x^2-4=0\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2$



- $y=x^3+27\rightarrow \text{Dominio}=\Re$

  $x^3+27\neq 0\Leftrightarrow x^3\neq -27\Leftrightarrow x\neq\sqrt[3]{-27}\Leftrightarrow x\neq -3$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-3) \cup (-3,-2] \cup [2,+\infty)$

cc) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt[3]{x-6}}$

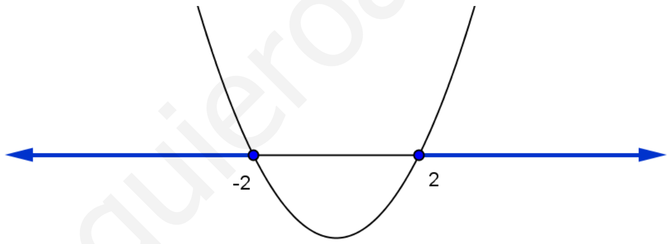
Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = \sqrt{x^2-4} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty,-2] \cup [2,+\infty)$

  Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 4 \geq 0$

  Ceros

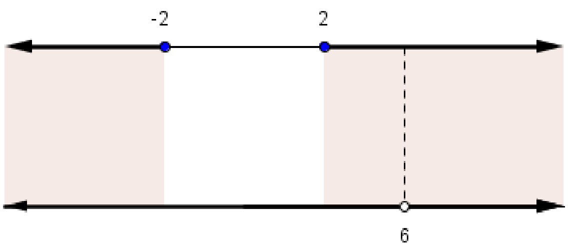
  $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2$ ò $x = 2$



- $y = \sqrt[3]{x-6} \rightarrow \text{Dominio} = \Re$

  $\sqrt[3]{x-6} \neq 0 \Leftrightarrow x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-2] \cup [2,6) \cup (6,+\infty)$



dd) $f(x) = \dfrac{2x+7}{\sqrt[3]{9-x}}$

Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = 2x + 7 \rightarrow$ Dominio $= \Re$
- $y = \sqrt[3]{9-x} \rightarrow$ Dominio $= \Re$

  $\sqrt[3]{9-x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 9 \rightarrow$ luego 9 no está en el dominio porque anula al denominador

Por tanto, $Dom(f) = \Re - \{9\}$

ee) $f(x) = \dfrac{2x+7}{\sqrt[6]{9-x}}$

Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = 2x + 7 \rightarrow$ Dominio $= \Re$
- $y = \sqrt[6]{9-x} \rightarrow$ Dominio $= \{x \in \Re / 9 - x > 0\} = (-\infty, 9)$ (mayor estricto porque el radical está en el denominador y, por tanto, no puede anularse)

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 9)$

3. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \ln(-3x+2) \rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / -3x + 2 > 0\} = \left(-\infty, \dfrac{2}{3}\right)$

$-3x + 2 > 0 \Leftrightarrow -3x > -2 \Leftrightarrow x < \dfrac{2}{3}$

b) $f(x) = \log\sqrt{-3x} \rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / \sqrt{-3x} > 0\} = (-\infty, 0)$

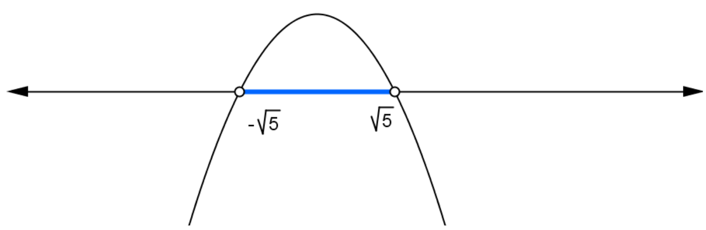
$\sqrt{-3x} > 0 \Leftrightarrow -3x > 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{0}{-3} \Leftrightarrow x < 0$

c) $f(x) = \ln(5 - x^2) \rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / 5 - x^2 > 0\} = (-\sqrt{5}, \sqrt{5})$

Tenemos que resolver la inecuación: $5 - x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 + 5 > 0$

<u>Ceros</u>

$-x^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$



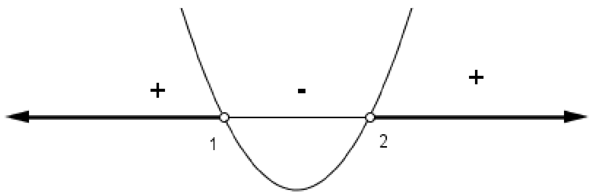
d) $f(x) = \ln\sqrt[3]{x-1} \rightarrow$ Dominio $= \{x \in \Re / \sqrt[3]{x-1} > 0\} = \{x \in \Re / x - 1 > 0\} = \{x \in \Re / x > 1\} = (1, +\infty)$

e) $f(x)=\ln(x^2-3x+2) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re / x^2-3x+2>0\}=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-3x+2>0$

<u>Ceros</u>

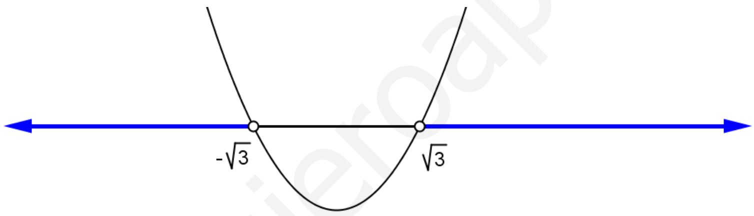
$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm1}{2}\begin{cases}x=2\\x=1\end{cases}$$



Por tanto $\quad Dom(f)=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

f) $f(x)=\log(x^2-3) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re / x^2-3>0\}=(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-3>0$



g) $f(x)=\log\left(\frac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15}\right) \rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re / \frac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15}>0\right\}$

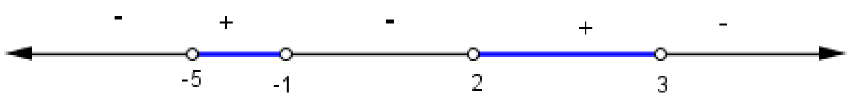
Tenemos que resolver la inecuación: $\frac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15}>0 \Leftrightarrow \frac{-(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+5)}>0$

<u>Ceros</u>

$-x^2+x+2=0 \Leftrightarrow x=-1 \quad \text{o} \quad x=2$

<u>Polos</u>

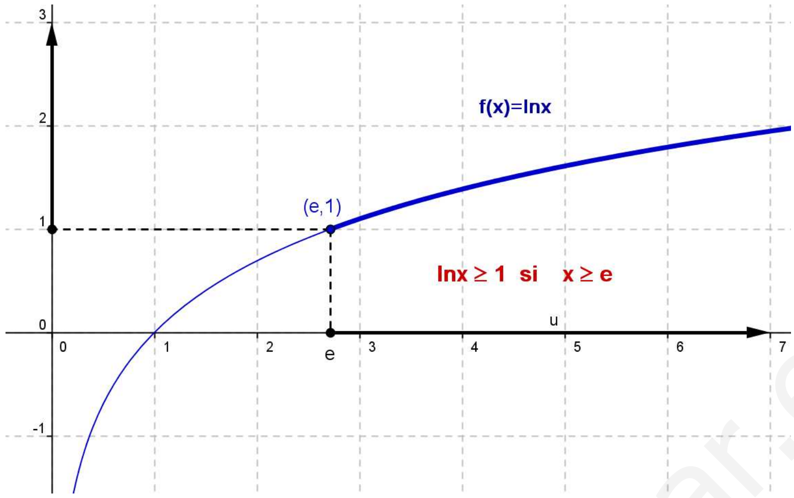
$x^2+2x-15=0 \Leftrightarrow x=3 \quad \text{o} \quad x=-5$



Por tanto, $Dom(f)=(-5,-1)\cup(2,3)$

h) $f(x)=\sqrt{\ln x-1} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re / \ln x-1\geq 0\}=\{x\in\Re / \ln x\geq 1\}=[e,+\infty)$

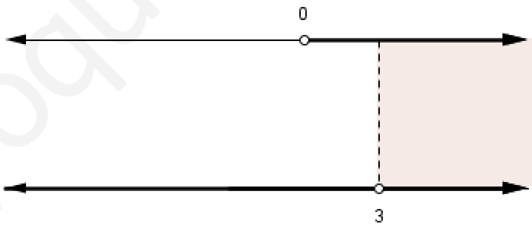
$\ln x\geq 1 \Leftrightarrow e^{\ln x}\geq e^1 \Leftrightarrow x\geq e \Leftrightarrow x\in[e,+\infty)$



i) $f(x)=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$

- $y=\ln x \rightarrow \text{Dominio}=(0,+\infty)$
- $y=\sqrt{x-3} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in \Re \,/\, x-3>0\}=(3,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque al estar el radical en el denominador no puede ser 0)

El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores,

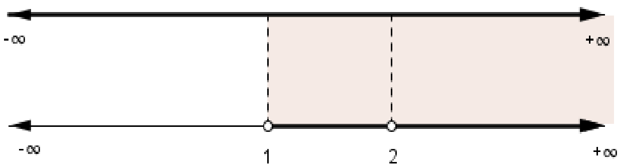


Por tanto, $Dom(f)=(3,+\infty)$

j) $f(x)=\dfrac{x}{\ln(x-1)}$

- $y=x \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=\ln(x-1) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in \Re \,/\, x-1>0\}=\{x\in \Re \,/\, x>1\}=(1,+\infty)$

  $\ln(x-1)\neq 0 \Leftrightarrow x-1\neq 1 \Leftrightarrow x\neq 2$



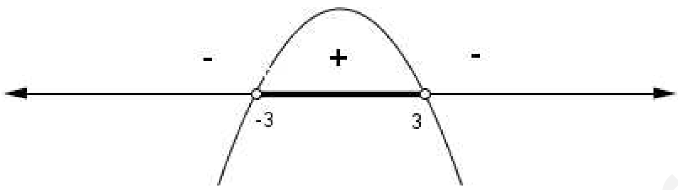
Por tanto, $Dom(f)=(1,2)\cup(2,+\infty)$

k) $f(x)=\log\sqrt{9-x^2} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/\sqrt{9-x^2}>0\}=\{x\in\Re/9-x^2>0\}=(-3,3)$

Tenemos que resolver la inecuación: $9-x^2>0$

<u>Ceros</u>

$9-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x=-3 \;\text{ ò }\; x=3$



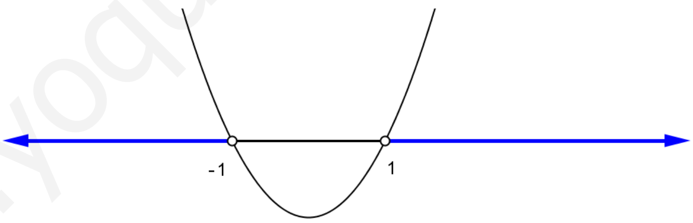
l) $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2-1}}$

- $y=\ln(x+3) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x+3>0\}=(-3,+\infty)$
- $y=\sqrt{x^2-1} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x^2-1>0\}=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque al estar el radical en el denominador no puede ser 0)

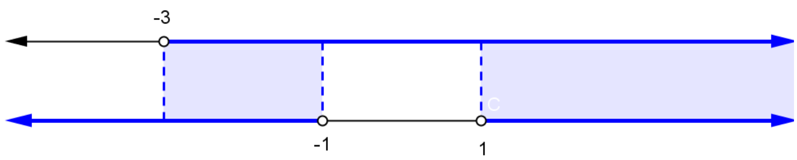
  Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-1>0$

  <u>Ceros</u>

  $x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x=-1 \;\text{ ò }\; x=1$



El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores, por tanto, $Dom(f)=(-3,-1)\cup(1,+\infty)$



m) $f(x)=\dfrac{\log(x+7)}{x}$

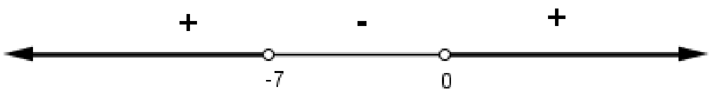
- $y=\log(x+7) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x+7>0\}=\{x\in\Re/x>-7\}=(-7,+\infty)$
- $y=x \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{0\}$ (eliminamos el 0 porque el denominador no puede anularse)

Por tanto, $Dom(f)=(-7,+\infty)\cap(\Re-\{0\})=(-7,0)\cup(0,+\infty)$

n) $f(x)=\log\left(\dfrac{x+7}{x}\right) \rightarrow \text{Dominio}=\left\{x\in\Re / \dfrac{x+7}{x}>0\right\}$

<u>Ceros</u> <u>Polos</u>

$x+7=0 \Rightarrow x=-7$ $x=0$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-7)\cup(0,+\infty)$

o) $f(x)=\dfrac{2x-9}{\log\sqrt{x+3}}$

- $y=2x-9 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=\log\sqrt{x+3} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re / x+3>0\}=(-3,+\infty)$

$\log\sqrt{x+3}\neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+3}\neq 1 \Leftrightarrow x+3\neq 1 \Leftrightarrow x\neq -2$

El dominio de la función es el conjunto de números reales que cumplen todas las condiciones anteriores, por tanto, $Dom(f)=[\Re\cap(-3,+\infty)]-\{-2\}=(-3,-2)\cup(-2,+\infty)$

p) $f(x)=5^{x-2} \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=x-2)=\Re$

q) $f(x)=5^{\sqrt{1-x}} \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\sqrt{1-x})=\{x\in\Re / 1-x\geq 0\}=\{x\in\Re / 1\geq x\}=$
$=\{x\in\Re / x\leq 1\}=(-\infty,1]$

r) $f(x)=2^{\sqrt{x}-2} \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\sqrt{x}-2)=Dom(y=\sqrt{x})=[0,+\infty)$

s) $f(x)=2^{\sqrt{x-2}} \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\sqrt{x-2})=\{x\in\Re / x-2\geq 0\}=\{x\in\Re / x\geq 2\}=[2,+\infty)$

t) $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1} \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=x^2-3x+1)=\Re$

u) $f(x)=(2x-5)^{9-x}$

- $2x-5>0 \Rightarrow 2x>5 \Rightarrow x>\dfrac{5}{2} \rightarrow x\in\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$
- $y=9-x \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

Por tanto, $Dom(f)=\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)\cap\Re=\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$

v) $f(x)=(3x-5)^{\sqrt{4-x^2}}$

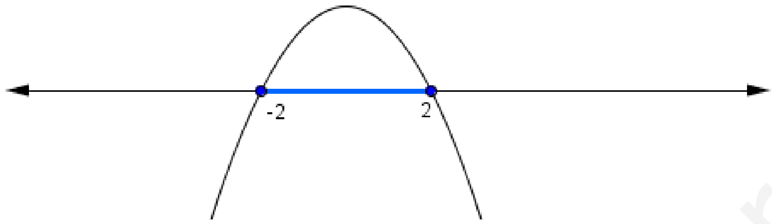
- $3x-5>0 \Rightarrow 3x>5 \Rightarrow x>\dfrac{5}{3} \rightarrow x\in\left(\dfrac{5}{3},+\infty\right)$

- $y=\sqrt{4-x^2} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in \Re / 4-x^2 \geq 0\}=[-2,2]$

Tenemos que resolver la inecuación: $4-x^2 \geq 0$

<u>Ceros</u>

$4-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x=-2 \;\text{ ò }\; x=2$



Por tanto, $Dom(f)=\left(\frac{5}{3},+\infty\right)\cap[-2,2]=\left(\frac{5}{3},2\right]$

w) $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$

- $y=e^x \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=e^x+1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

$e^x+1=0 \Rightarrow e^x=-1 \Rightarrow$ no tiene solución ($e^x>0$ para cualquier valor de x)

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

x) $f(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{e^x-2}$

- $y=e^{\sqrt{x}} \rightarrow \text{Dominio}=[0,+\infty)$
- $y=e^x-2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

$e^x-2=0 \Rightarrow e^x=2 \Rightarrow \ln e^x=\ln 2 \Rightarrow x=\ln 2$

Por tanto, $Dom(f)=\left([0,+\infty)\cap\Re\right)-\ln 2=[0,\ln 2)\cup(\ln 2,+\infty)$

y) $f(x)=\dfrac{2^x}{2^x-4}$

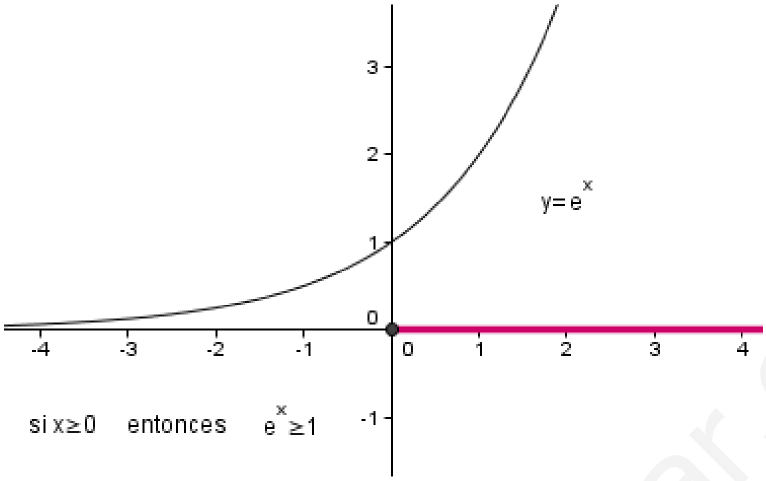
- $y=2^x \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=2^x-4 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

$2^x-4\neq 0 \Leftrightarrow 2^x\neq 4 \Leftrightarrow x\neq 2$

Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{2\}$

z) $f(x)=\sqrt{e^x-1}$ función radical con índice par $\rightarrow \text{Dominio}=\{x / e^x-1\geq 0\}=[0,+\infty)$

$e^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0,+\infty)$



aa) $f(x)=\sqrt[3]{e^x-1}$ función radical con índice impar $\rightarrow$ Dominio $= Dom(y=e^x-1)=\Re$

4. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2+|x-3| \rightarrow Dom(f)=\Re$

b) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x}{1-|x|}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{x}{1-|x|}\right)=\Re-\{-1,1\}$

$$Dom\left(y=\frac{x}{1-|x|}\right)=\Re-\{x/1-|x|=0\}=\Re-\{-1,1\}$$

$$1-|x|=0 \Leftrightarrow |x|=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$$

c) $f(x)=\left|\dfrac{2}{x-2}\right| \rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{2}{x-2}\right)=\Re-\{2\}$

d) $f(x)=\dfrac{2}{|x|-2} \rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/|x|-2=0\}=\Re-\{-2,2\}$

$$|x|-2=0 \Leftrightarrow |x|=2 \Leftrightarrow x=\pm 2$$

e) $f(x)=\dfrac{1-x}{x^2-|x|} \rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-|x|=0\}=\Re-\{-1,0,1\}$

$$x^2-|x|=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x=0 \quad \text{si} \quad x<0 \Rightarrow \cancel{x=0} \quad \text{o} \quad x=-1 \\ x^2-x=0 \quad \text{si} \quad x\geq 0 \Rightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=1 \end{cases}$$

f) $f(x)=\dfrac{1-x}{|4x|-x^2} \rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/|4x|-x^2=0\}=\Re-\{-4,0,4\}$

$$|4x|-x^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x-x^2=0 \quad \text{si} \quad 4x<0 \\ 4x-x^2=0 \quad \text{si} \quad 4x\geq 0 \end{cases} = \begin{cases} -4x-x^2=0 \quad \text{si} \quad x<0 \Rightarrow \cancel{x=0} \quad \text{o} \quad x=-4 \\ 4x-x^2=0 \quad \text{si} \quad x\geq 0 \Rightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=4 \end{cases}$$

g) $f(x)=\ln|x-1| \quad \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/|x-1|>0\}=\Re-\{1\}$

h) $f(x)=\dfrac{1}{\ln|x-1|} \quad \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/|x-1|>0\}-\{x/\ln|x-1|=0\}=\Re-\{1,0,2\}$

$|x-1|>0 \Leftrightarrow x\in\Re-\{1\}$

$\ln|x-1|=0 \Leftrightarrow |x-1|=1 \Leftrightarrow x=2 \quad \text{ò} \quad x=0$

i) $f(x)=\dfrac{1}{|\ln x-1|} \quad \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\ln x-1)-\{x/|\ln x-1|=0\}=(0,+\infty)-\{e\}=(0,e)\cup(e,+\infty)$

$|\ln x-1|=0 \Leftrightarrow \ln x-1=0 \Leftrightarrow \ln x=1 \Leftrightarrow x=e$

j) $f(x)=|\ln x-1| \quad \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\ln x-1)=(0,+\infty)$

k) $f(x)=sen(x+7) \quad \rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=x+7)=\Re$

l) $f(x)=\cos\left(\dfrac{2+7x^3}{x^2+9}\right) \quad \rightarrow \text{Dominio}=Dom\left(y=\dfrac{2+7x^3}{x^2+9}\right)=\Re$

$x^2+9=0 \Leftrightarrow x^2=-9 \Rightarrow \text{no tiene solución real}$

m) $f(x)=\cos\left(\dfrac{2}{x^2-2}\right) \quad \rightarrow \text{Dominio}=Dom\left(y=\dfrac{2}{x^2-2}\right)=\Re-\{\pm\sqrt{2}\}$

$x^2-2=0 \Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

n) $f(x)=\dfrac{2x-5}{senx} \quad \rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/senx=0\}=\Re-\{k\pi;\ k\in Z\}$

o) $f(x)=\cos\left(\dfrac{x}{x^3-x}\right) \quad \rightarrow \text{Dominio}=Dom\left(y=\dfrac{x}{x^3-x}\right)=\Re-\{x/x^3-x=0\}=\Re-\{-1,0,1\}$

$x^3-x=0 \Leftrightarrow x(x^2-1)=0 \Rightarrow x=0 \quad \text{ò} \quad x=\pm1$

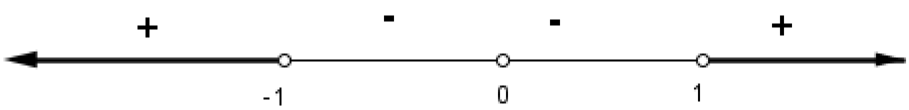
p) $f(x)=sen\sqrt{\dfrac{x}{x^3-x}} \quad \rightarrow \text{Dominio}=Dom\left(y=\sqrt{\dfrac{x}{x^3-x}}\right)=\left\{x\in\Re/\dfrac{x}{x^3-x}\geq 0\right\}$

<u>Ceros</u>

$x=0$

<u>Polos</u>

$x^3-x=0 \Leftrightarrow x(x^2-1)=0 \Rightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=\pm1$



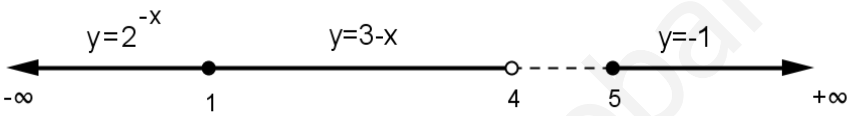
Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

5. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\begin{cases} 2^{-x} & si \quad x\le 1 \\ 3-x & si \quad 1<x<4 \\ -1 & si \quad x\ge 5 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=2^{-x} \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,1]\in Dom(f)$
- $y=3-x \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (1,4)\in Dom(f)$
- $y=x-1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow [5,+\infty)\in Dom(f)$

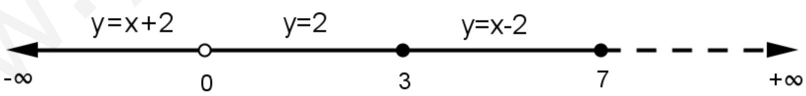


<u>Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,4)\cup[5,+\infty)$</u>

b) $f(x)=\begin{cases} x+2 & si \quad x<0 \\ 2 & si \quad 0<x\le 3 \\ x-2 & si \quad 3<x\le 7 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=x+2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,0)\in Dom(f)$
- $y=2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (0,3]\in Dom(f)$
- $y=x-2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (3,7]\in Dom(f)$

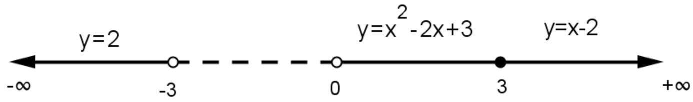


<u>Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f)=(-\infty,0)\cup(0,7]$</u>

c) $f(x)=\begin{cases} 2 & si \quad x<-3 \\ x^2-2x+3 & si \quad 0<x<3 \\ x-2 & si \quad x\ge 3 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,-3)\in Dom(f)$
- $y=x^2-2x+3 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (0,3)\in Dom(f)$
- $y=x-2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow [3,+\infty)\in Dom(f)$

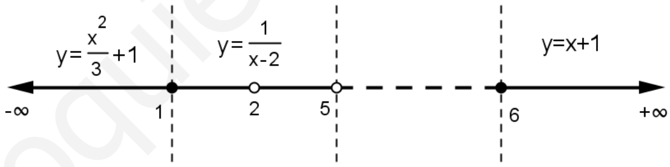


Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f) = (-\infty,-3) \cup (0,+\infty)$

d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{3}+1 & si \quad x \le 1 \\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad 1 < x < 5 \\ x+1 & si \quad x \ge 6 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y = \dfrac{x^2}{3}+1 \rightarrow \text{Dominio} = \Re \quad \Rightarrow (-\infty,1] \in Dom(f)$
- $y = \dfrac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{2\} \quad \Rightarrow (1,2) \cup (2,5) \in Dom(f)$
- $y = x+1 \rightarrow \text{Dominio} = \Re \quad \Rightarrow [6,+\infty) \in Dom(f)$

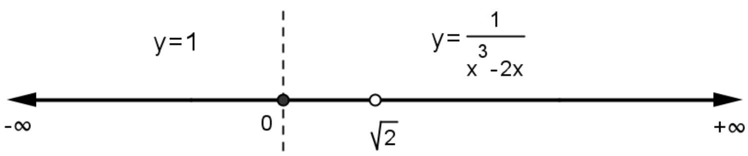


Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,2) \cup (2,5) \cup [6,+\infty)$

e) $f(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x \le 0 \\ \dfrac{1}{x^3-2x} & si \quad x > 0 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y = 1 \rightarrow \text{Dominio} = \Re \quad \Rightarrow (-\infty,0] \in Dom(f)$
- $y = \dfrac{1}{x^3-2x} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{0,\sqrt{2},-\sqrt{2}\} \quad \Rightarrow (0,\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2},+\infty) \in Dom(f)$

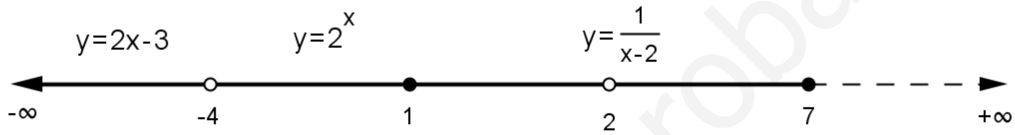


Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f) = \Re - \{\sqrt{2}\}$

f) $f(x)=\begin{cases} 2x-3 & si \quad x<-4 \\ 2^x & si \quad -4<x\le 1 \\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad 1<x\le 7 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=2x-3 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,-4)\in Dom(f)$
- $y=2^x \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-4,1]\in Dom(f)$
- $y=\dfrac{1}{x+2} \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{-2\} \quad \Rightarrow (1,2)\cup(2,7]\in Dom(f)$

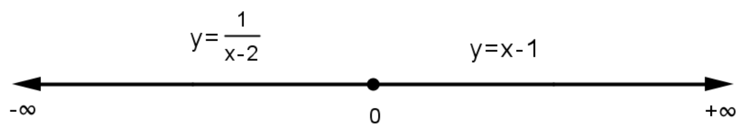


Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f)=(-\infty,-4)\cup(-4,2)\cup(2,7]$

g) $f(x)=\begin{cases} x-1 & si \quad x>0 \\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad x\le 0 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=x-1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (0,+\infty)\in Dom(f)$
- $y=\dfrac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{2\} \quad \Rightarrow (-\infty,0]\in Dom(f)$



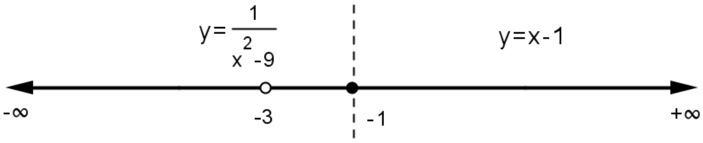
Por tanto, $Dom(f)=\Re$

h) $f(x)=\begin{cases} x-1 & si \quad x>-1 \\ \dfrac{1}{x^2-9} & si \quad x\le -1 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=x-1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-1,+\infty)\in Dom(f)$

- $y = \dfrac{1}{x^2 - 9} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{-3,3\} \quad \Rightarrow (-\infty,-3) \cup (-3,-1] \in Dom(f)$

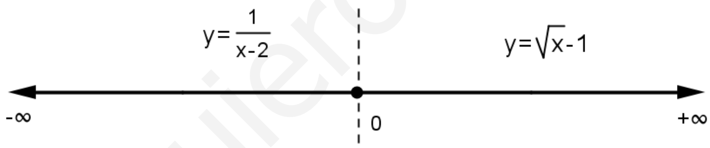


Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f) = \Re - \{-3\}$

i) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 & si \quad x > 0 \\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad x \le 0 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y = \sqrt{x} - 1 \rightarrow \text{Dominio} = [0,+\infty) \quad \Rightarrow (0,+\infty) \in Dom(f)$
- $y = \dfrac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{2\} \quad \Rightarrow (-\infty,0] \in Dom(f)$

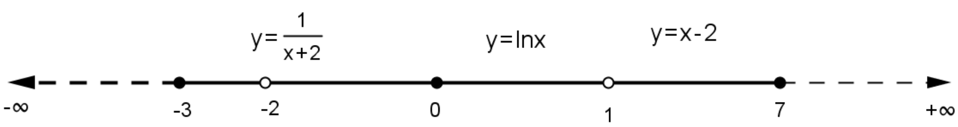


Por tanto, $Dom(f) = \Re$

j) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+2} & si \quad -3 \le x \le 0 \\ \ln x & si \quad 0 < x < 1 \\ x - 2 & si \quad 1 < x \le 7 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y = \dfrac{1}{x+2} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{-2\} \quad \Rightarrow [-3,-2) \cup (-2,0] \in Dom(f)$
- $y = \ln(x) \rightarrow \text{Dominio} = (0,+\infty) \Rightarrow (0,1) \in Dom(f)$
- $y = x - 2 \rightarrow \text{Dominio} = \Re \Rightarrow (1,7) \in Dom(f)$



Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f) = [-3,-2) \cup (-2,1) \cup (1,7]$

k) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2-2x} & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{1}{\ln(x-1)} & si \quad 1<x<6 \\ x-2 & si \quad 6<x \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

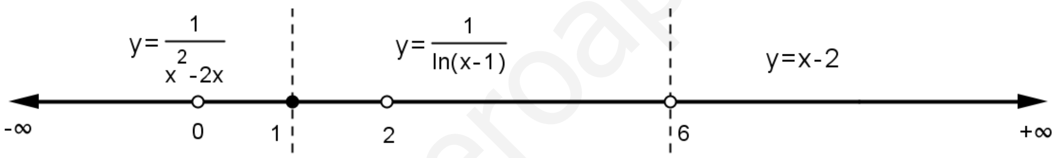
- $y=\dfrac{1}{x^2-2x} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{x\in\Re / x^2-2x=0\} = \Re-\{0,2\} \quad \Rightarrow (-\infty,0)\cup(0,1] \in Dom(f)$

  $x^2-2x=0 \Leftrightarrow x\cdot(x-2)=0 \Leftrightarrow x=0 \quad$ ò $\quad x=2$

- $y=\dfrac{1}{\ln(x-1)} \rightarrow \text{Dominio} = \{x\in\Re / x-1>0\} - \{x/\ln(x-1)=0\} = (1,+\infty)-\{2\} = (1,2)\cup(2,+\infty) \Rightarrow$

  $\Rightarrow (1,2)\cup(2,6)\in Dom(f)$

- $y=x-2 \rightarrow \text{Dominio} = \Re \quad \Rightarrow (6,+\infty)\in Dom(f)$



Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f)=\Re-\{0,2,6\}$