

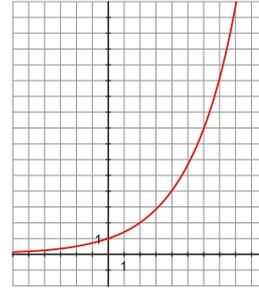
**EJERCICIO 27 : Representa las siguientes funciones haciendo en cada caso una tabla de valores:**

a)  $y = 2^{0.5x}$       b)  $y = -\log_6 x$

Solución:

a)  $y = 2^{0.5x}$  equivale a  $y = 2^{\frac{x}{2}}$

X	$-\infty$	-4	-2	0	2	4	$+\infty$
Y	0	1/4	1/2	1	2	4	$+\infty$

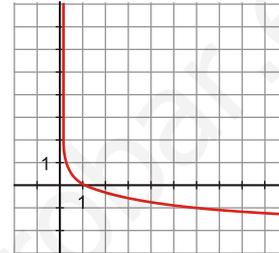


Se observa en la gráfica que es una función creciente, cosa que ya sabíamos puesto que

$$a = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} > 1.$$

b)

X	$6^{-\infty}$	$6^{-2}$	$6^{-1}$	$6^0$	$6^1$	$6^2$	$6^{+\infty}$
x	$0^+$	1/36	1/6	1	6	36	$+\infty$
y	$+\infty$	+2	1	0	-1	-2	$-\infty$



a) Pon en forma exponencial  $4^{0.5x}$  y representa la función  $y = 4^{0.5x}$ .

b) Comprueba si pertenecen a la gráfica de  $y = \log_5 x$  los puntos  $(-1, 2)$ ,  $(5, 1)$ ,  $(\frac{1}{5}, -1)$ ,  $(3, -2)$  y  $(25, 2)$

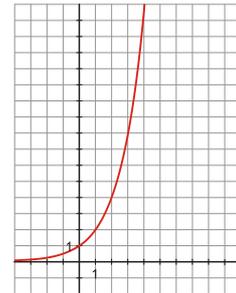
Solución:

a)  $4^{0.5x} = (4^{0.5})^x = \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^x = (\sqrt{4})^x = 2^x$

Representar la función  $y = 4^{0.5x}$  equivale a representar la función  $y = 2^x$ .

Hacemos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	0	1/4	1/2	1	2	4	$+\infty$



b) El dominio de definición de  $y = \log_5 x$  es  $(0, +\infty)$ , luego el punto  $(-1, 2)$  no pertenece al dominio por ser  $x = -1 < 0$ . El resto de puntos tienen abscisa positiva, luego pueden pertenecer a la gráfica de la función:

$$\left. \begin{aligned} (5, 1) &\rightarrow 1 = \log_5 5 \rightarrow 5^1 = 5 \\ \left(\frac{1}{5}, -1\right) &\rightarrow -1 = \log_5 \frac{1}{5} \rightarrow 5^{-1} = \frac{1}{5} \end{aligned} \right\} \text{Pertenecen a la gráfica.}$$

$$(3, -2) \rightarrow -2 = \log_5 3 \rightarrow 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} \neq 3 \quad \text{No pertenece a la gráfica.}$$

$$(25, 2) \rightarrow 2 = \log_5 25 \rightarrow 5^2 = 25 \rightarrow \text{Pertenece a la gráfica.}$$

Los puntos que pertenecen a la gráfica son:  $(5, 1)$ ,  $(\frac{1}{5}, -1)$  y  $(25, 2)$

a) Halla el valor de  $k$  y  $a$  para que la gráfica de  $y = ka^x$  pase por los puntos  $(-1, 6)$  y  $(2, \frac{3}{4})$ .

Indica razonadamente si la función obtenida será creciente o decreciente, sin representarla.

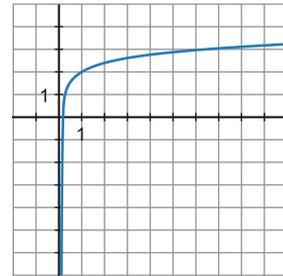
b) Representa la función  $y = 2 + \log_7 x$ .

Solución:

a)  $y = ka^x$  pasa por los puntos  $(-1, 6)$  y  $(2, \frac{3}{4})$ :

$$\begin{cases} 6 = ka^{-1} \\ \frac{3}{4} = ka^2 \end{cases} \rightarrow \frac{ka^2}{ka^{-1}} = \frac{\frac{3}{4}}{6} \rightarrow a^3 = \frac{3}{24} \rightarrow a^3 = \frac{1}{8} \rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow 6 = k \cdot \frac{1}{a} \rightarrow k = 6a \rightarrow k = 6 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow k = 3$$

La función es  $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$ , función decreciente por ser  $a = \frac{1}{2} < 1$ .



b)

X	$7^{-\infty}$	$7^{-2}$	$7^{-1}$	$7^0$	$7^1$	$7^2$	$7^{+\infty}$
x	0	1/49	1/7	1	7	49	$+\infty$
y	$-\infty$	0	1	2	3	4	$+\infty$

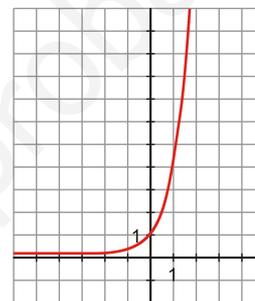
**EJERCICIO 30** : Escribe el dominio de la función  $y = 4^x$  y represéntala gráficamente. Escribe la expresión analítica y representa la función inversa de  $y = 4^x$ .

Solución:

- $y = 4^x$  es una función exponencial  $\rightarrow$  su dominio son todos los números reales.

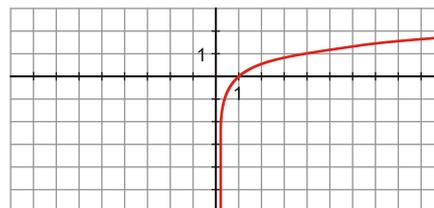
Hagamos una tabla de valores para representarla:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	0	1/16	1/4	1	4	16	$+\infty$



- La expresión analítica de la función inversa de  $y = 4^x$  es  $y = \log_4 x$ , cuya tabla de valores será:

X	0	1/16	1/4	1	4	16	$+\infty$
Y	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$



**EJERCICIO 31**

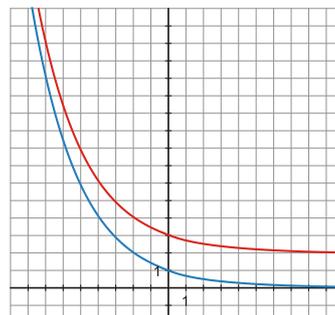
- Construye la gráfica de  $y = 0,7^x$  y, a partir de ella, representa la función  $y = 0,7^x + 2$ .
- Indica cuál es el dominio de la función  $y = \log x$  y escribe tres puntos que pertenezcan a la gráfica.

Solución:

- $y = 0,7^x$ : función exponencial de base  $a = 0,7 < 1$ , luego decrece en su dominio, que es  $\mathbb{R}$ .

- Hagamos una tabla de valores:

X	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
Y	$+\infty$	2,0	1,43	1	0,7	0,49	0



La función  $y = 0,7^x + 2$  se obtiene desplazando dos unidades hacia arriba la gráfica anterior, o lo que es igual, sumando 2 unidades a los valores obtenidos anteriormente para  $y$ .

b)  $y = \log_{10} x \rightarrow$  dominio de definición:  $(0, +\infty)$   
 $(10, 1) \rightarrow 1 = \log_{10} 10$   
 $(100, 2) \rightarrow 2 = \log_{10} 100 \rightarrow 10^2 = 100$   
 $\left(\frac{1}{10}, -1\right) \rightarrow -1 = \log_{10} \frac{1}{10} \rightarrow 10^{-1} = \frac{1}{10}$

**EJERCICIO 32 :** Calcula, usando la definición de logaritmo, y sin calculadora:

a)  $\log_3 \sqrt[5]{81}$    b)  $\log 0,001$    c)  $\log_4 \frac{1}{64}$    d)  $\log_5 \frac{1}{25}$    e)  $\log_5 \sqrt[4]{5}$    f)  $\log_5 25$   
g)  $\log_7 \sqrt[3]{49}$    h)  $\log_2 512$    i)  $\log_5 0,008$    j)  $\log_2 \sqrt[4]{4}$    k)  $\log_2 0,5$    l)  $\log_2 256$   
m)  $\log \sqrt{0,01}$    n)  $\log_6 \frac{5}{30}$    ñ)  $\log_3 243$

Solución:

a)  $\log_3 \sqrt[5]{81} = \log_3 \sqrt[5]{3^4} = \log_3 3^{\frac{4}{5}} = \frac{4}{5} \log_3 3 = \frac{4}{5}$       b)  $\log 0,001 = \log 10^{-3} = -3 \log 10 = -3$   
c)  $\log_4 \frac{1}{64} = \log_4 1 - \log_4 64 = -\log_4 4^3 = -3 \log_4 4 = -3$   
d) a)  $\log_5 \frac{1}{25} = \log_5 1 - \log_5 25 = -\log_5 5^2 = -2 \log_5 5 = -2$   
e) b)  $\log_5 \sqrt[4]{5} = \log_5 5^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_5 5 = \frac{1}{4}$       f)  $\log_5 125 = \log_5 5^3 = 3 \log_5 5 = 3$   
g) a)  $\log_7 \sqrt[3]{49} = \log_7 \sqrt[3]{7^2} = \log_7 7^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_7 7 = \frac{2}{3}$       h) b)  $\log_2 512 = \log_2 2^9 = 9 \cdot \log_2 2 = 9$   
i) c)  $\log_5 0,008 = \log_5 \frac{8}{1000} = \log_5 \frac{1}{125} = \log_5 5^{-3} = -3 \log_5 5 = -3$   
j) a)  $\log_2 \sqrt[4]{4} = \log_2 \sqrt[4]{2^2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_2 2 = \frac{1}{2}$   
k) b)  $\log_2 0,5 = \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1 \log_2 2 = -1$       l) c)  $\log_2 256 = \log_2 2^8 = 8 \log_2 2 = 8$   
m) a)  $\log \sqrt{0,01} = \log \left(\frac{1}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log 10^{-2} = -\frac{2}{2} \log 10 = -1$   
n) b)  $\log_6 \frac{5}{30} = \log_6 \frac{1}{6} = \log_6 6^{-1} = -1 \log_6 6 = -1$       ñ) c)  $\log_3 243 = \log_3 3^5 = 5 \cdot \log_3 3 = 5$

**EJERCICIO 33 :** Resuelve estas ecuaciones:

a)  $5^{2x^2+1} = 125$       b)  $\log_3 (5x - 3) = 3$       c)  $2^{2x-6} = 0,25^{x-1}$       d)  $\log_5 (2x^2 - x) = 0$   
e)  $\sqrt[5]{49} = 7^{x^2+\frac{6}{25}}$       f)  $\log_2 (x - 1) = 2$       g)  $3^{3x-1} = 9^{x+6}$       h)  $\log_2 (x^2 - 5x + 8) = 2$   
i)  $4^{x^2-8x} = 1$       j)  $\log (11x - 1) = -1$

Solución:

a) Expresamos como potencia de 5 el segundo miembro e igualamos los exponentes:

$$5^{2x^2+1} = 125 \rightarrow 5^{2x^2+1} = 5^3 \rightarrow 2x^2+1=3 \rightarrow 2x^2=2 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm 1$$

b) Aplicamos la definición de logaritmo:

$$\log_3 (5x - 3) = 3 \rightarrow 5x - 3 = 3^3 \rightarrow 5x - 3 = 27 \rightarrow 5x = 30 \rightarrow x = 6$$

Comprobación de la solución  $\log_3 (5 \cdot 6 - 3) = \log_3 27 = \log_3 3^3 = 3 \cdot \log_3 3 = 3 \rightarrow$  Solución válida

c) Expresamos el segundo miembro como potencia de 2. A continuación, igualamos exponentes:

$$2^{2x-6} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$$

$$2^{2x-6} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{x-1} \rightarrow 2^{2x-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2} \rightarrow 2^{2x-6} = (2^{-1})^{2x-2} \rightarrow 2^{2x-6} = 2^{-2x+2} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x-6 = -2x+2 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$$

d)  $\log_5(2x^2 - x) = 0$ , aplicando la definición de logaritmo, equivale a  $2x^2 - x = 5^0 \rightarrow$

$$\rightarrow 2x^2 - x = 1 \rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} \begin{array}{l} / \\ \backslash \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ -2 \\ 4 \end{array} = \frac{-1}{2}$$

Comprobación de las soluciones

Si  $x = 1 \rightarrow \log_5(2 - 1) = \log_5 1 = 0 \rightarrow x = 1$  es solución.

Si  $x = \frac{-1}{2} \rightarrow \log_5\left(2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = \log_5\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = \log_5 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1}{2}$  también es solución.

e) Expresamos el primer miembro como potencia de 7 e igualamos exponentes:

$$\sqrt[5]{49} = 7^{x^2 + \frac{6}{25}} \rightarrow \sqrt[5]{7^2} = 7^{x^2 + \frac{6}{25}} \rightarrow 7^{\frac{2}{5}} = 7^{x^2 + \frac{6}{25}} \rightarrow \frac{2}{5} = x^2 + \frac{6}{25} \rightarrow x^2 = \frac{2}{5} - \frac{6}{25} \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 = \frac{4}{25} \rightarrow x = \pm \frac{2}{5}$$

f) Aplicando la definición de logaritmo, se obtiene:

$$\log_2(x-1) = -2 \rightarrow x-1 = 2^{-2} \rightarrow x-1 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{4} + 1 \rightarrow x = \frac{5}{4}$$

Comprobación de la solución:  $\log_2\left(\frac{5}{4} - 1\right) = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2 \log_2 2 = -2 \rightarrow$  válida

La solución es:  $x = \frac{5}{4}$

g) Expresamos como potencia de 3 el segundo miembro e igualamos exponentes:

$$3^{3x-1} = 9^{x+5} \rightarrow 3^{3x-1} = (3^2)^{x+5} \rightarrow 3^{3x-1} = 3^{2x+10} \rightarrow 3x-1 = 2x+10 \rightarrow x = 11$$

h)  $\log_2(x^2 - 5x + 8) = 2 \rightarrow x^2 - 5x + 8 = 2^2$  (hemos aplicado la definición de logaritmo)  $\rightarrow$

$$\rightarrow x^2 - 5x + 8 = 4 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{array}{l} / \\ \backslash \end{array} \begin{array}{l} 4 \\ 1 \end{array}$$

Comprobación de las soluciones

Si  $x = 4 \rightarrow \log_2(16 - 20 + 8) = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2 \rightarrow x = 4$  es solución.

Si  $x = 1 \rightarrow \log_2(1 - 5 + 8) = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2 \rightarrow x = 1$  es solución.

i) a)  $4^{x^2-3x} = 1$  equivale a  $4^{x^2-3x} = 4^0$

Igualando exponentes:  $x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x-3) = 0$

Luego  $x = 0$  y  $x = 3$  son las soluciones.

j)  $\log(11x - 1) = -1$  equivale a  $11x - 1 = 10^{-1}$  (hemos aplicado la definición de logaritmo)

$$11x - 1 = \frac{1}{10} \rightarrow 11x = \frac{1}{10} + 1 \rightarrow 11x = \frac{11}{10} \rightarrow x = \frac{1}{10}$$

$$\log\left(\frac{11}{10} - 1\right) = \log \frac{1}{10} = \log 10^{-1} = -1 \log 10 = -1$$

Comprobación de la solución

La solución  $x = \frac{1}{10}$  es válida.