

# Vectores y cinemática

Unidad

# 3







### > PARA COMENZAR...

La piscina olímpica de la fotografía tiene una extensión de 50 metros de largo. La competencia es observada por una persona desde el pasillo al costado de la piscina. El fotógrafo se ubica frente a las pistas y el competidor del centro de la imagen lleva en su gorro una cámara que le permite grabar la carrera bajo el agua. De acuerdo con lo anterior y lo observado en la imagen, responde:

1. ¿Cuál es el marco de referencia de la persona al costado de la piscina, del fotógrafo y del nadador?, ¿cuáles son las características de cada marco de referencia?
2. ¿Cómo describirían el movimiento de los competidores los diferentes observadores?
3. ¿Qué observador tiene una visión más completa del desarrollo de la carrera?, ¿por qué?
4. ¿Cómo calcularías la velocidad de los competidores en el instante en que se tomó la fotografía?
5. Si la carrera consiste en realizar cuatro piques, ¿cuál es la distancia recorrida por los competidores?, ¿cuál es su desplazamiento?

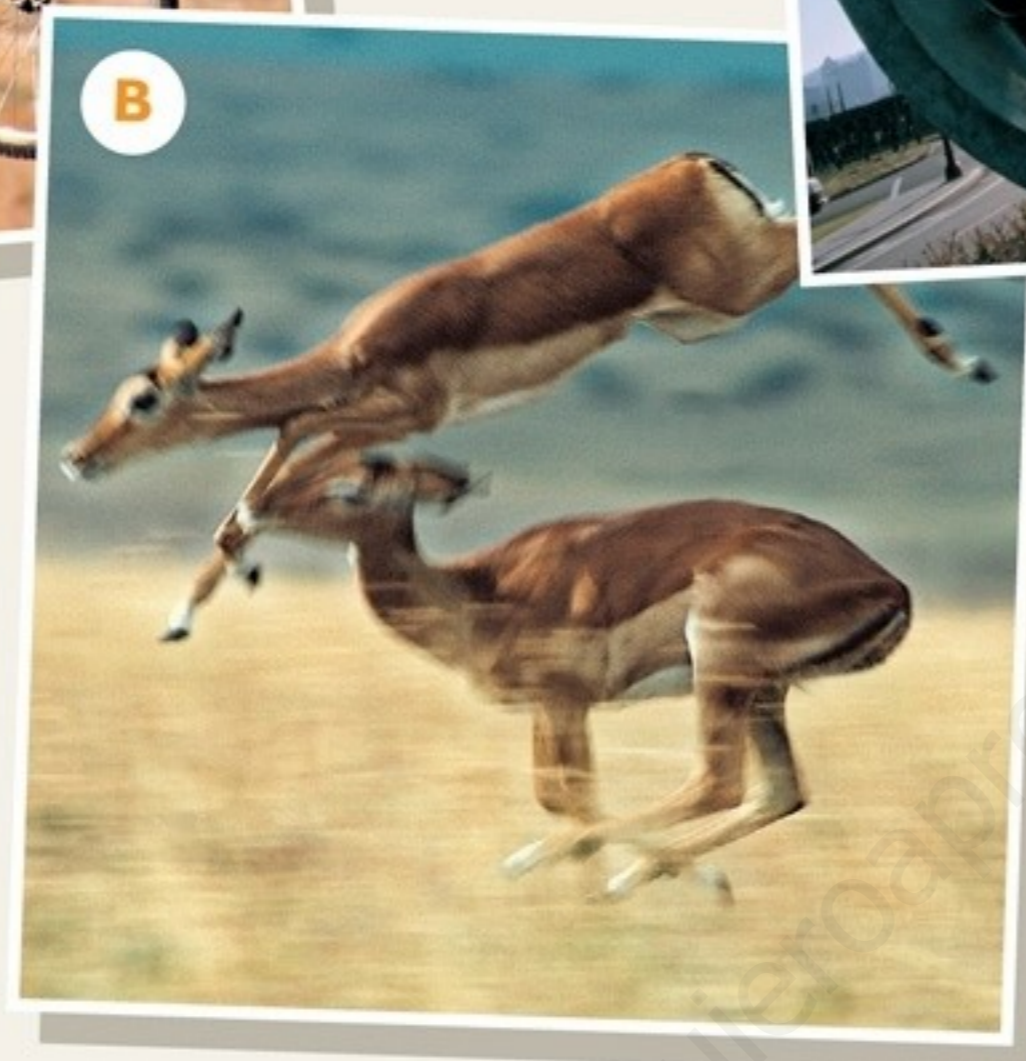
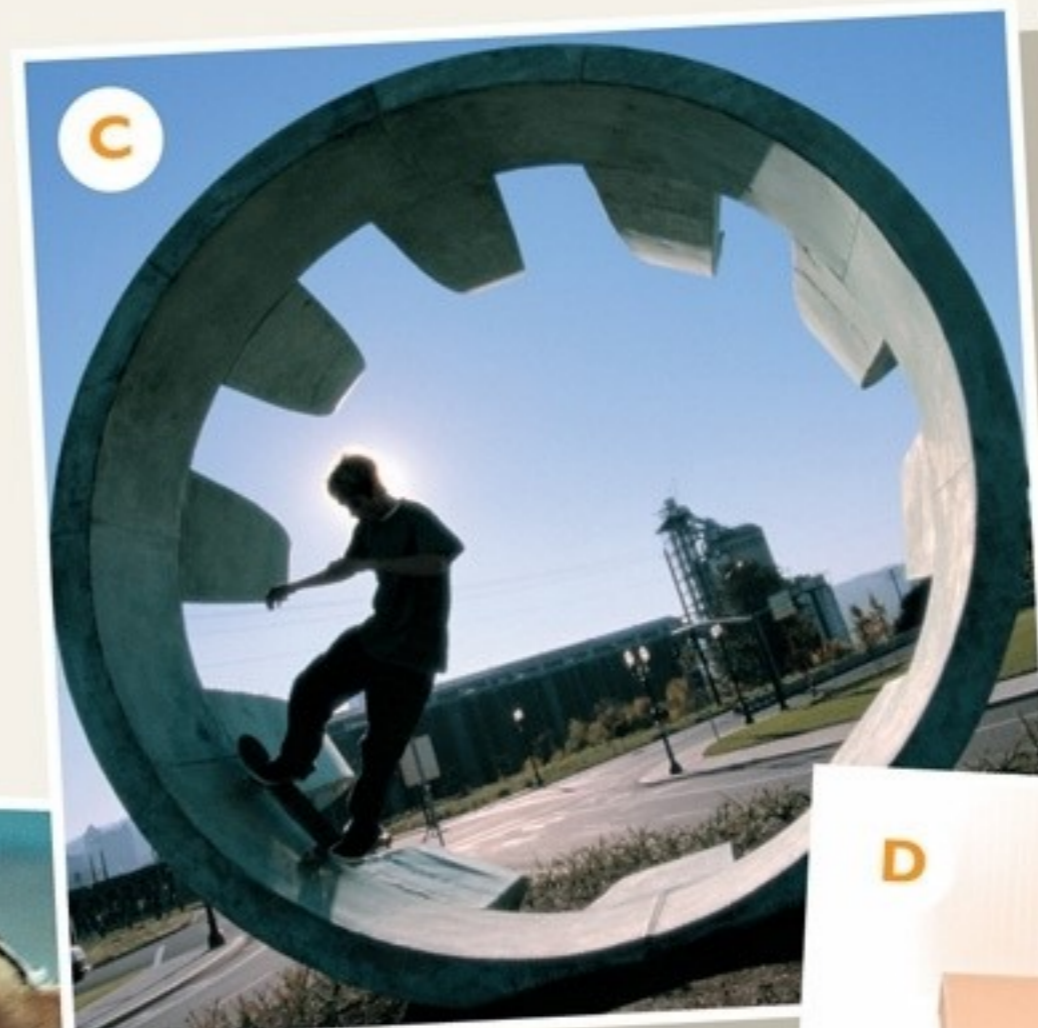
### > EN ESTA UNIDAD:

- **Conocerás y comprenderás:**
  - el uso de vectores;
  - la diferencia entre marco de referencia y sistema de coordenadas;
  - el vector de posición, el vector de desplazamiento y el vector velocidad;
  - el movimiento relativo en una dimensión.
- **Desarrollarás habilidades para:**
  - identificar y resolver problemas relacionados con el movimiento;
  - interpretar datos experimentales describiendo un movimiento desde distintos marcos de referencia.
- **Desarrollarás actitudes para:**
  - reconocer la importancia de la prevención y responsabilidad al conducir o viajar en automóvil.

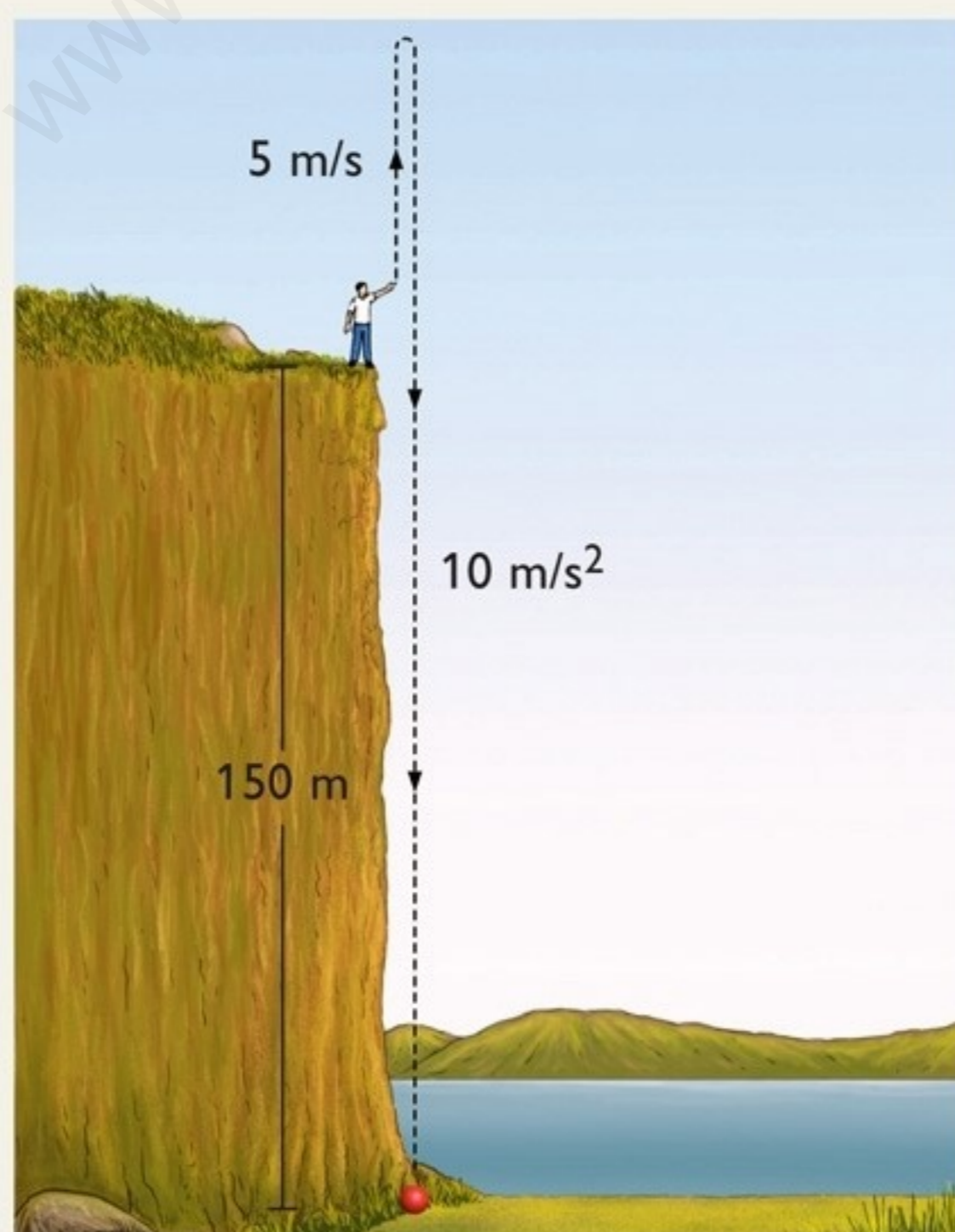


# Evaluación diagnóstica

1 Identifica el tipo de movimiento que se muestra en cada caso, de acuerdo a su trayectoria.



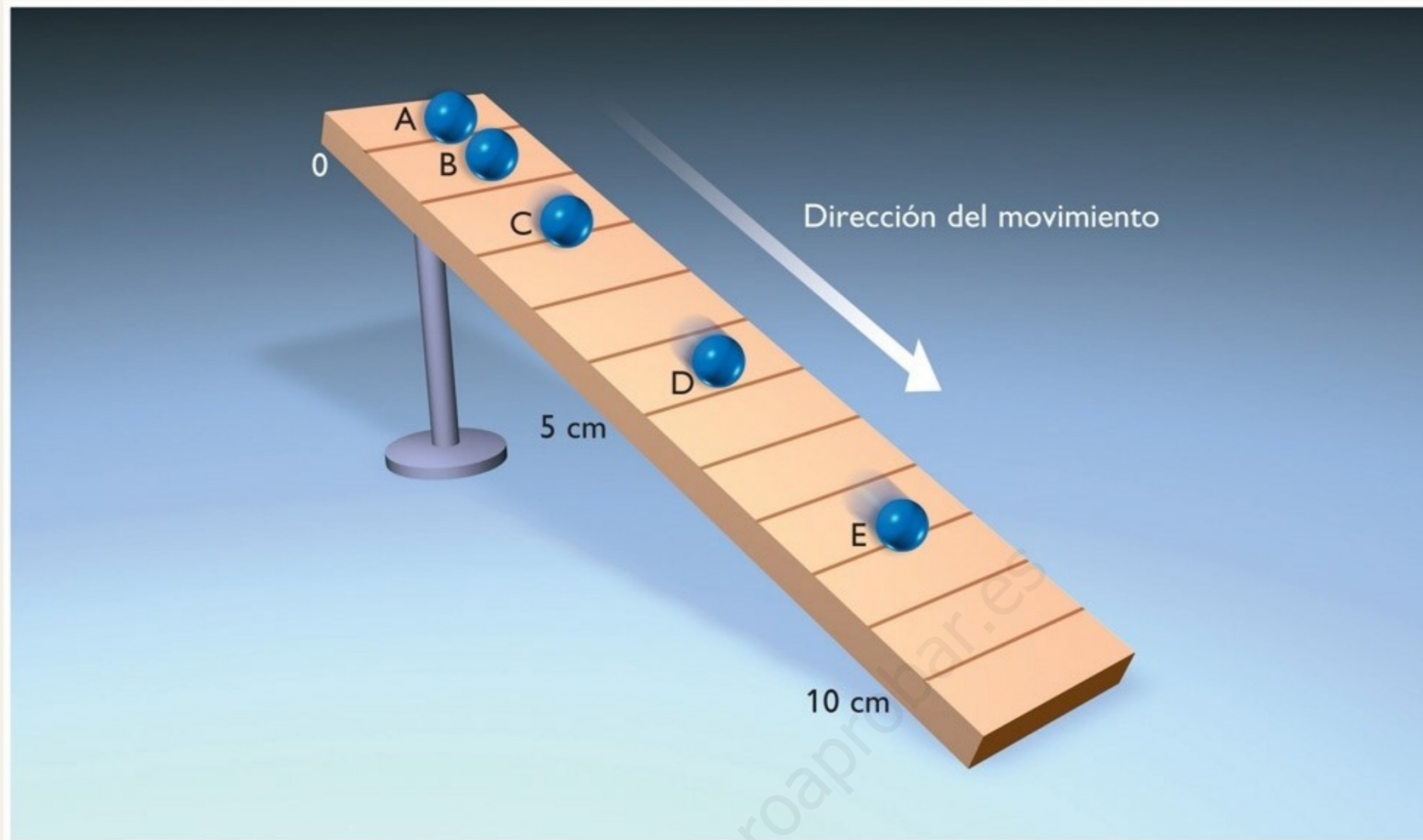
2 Observa la figura e indica a qué magnitud física: distancia, rapidez o aceleración, corresponde cada valor.



3 Indica tres ejemplos que describan magnitudes físicas escalares y vectoriales.



- 4 En el siguiente esquema se representa el movimiento de una esfera que se desplaza por un plano inclinado. La esfera demora 0,5 segundos en rodar de una posición a la siguiente, es decir, de A a B demora 0,5 s; de B a C 0,5 s, y así sucesivamente. Observa que entre cada división del plano inclinado hay 1 cm.



Responde:

- ¿Qué distancia recorre la esfera desde el punto A hasta el punto E?
- ¿Cuánto tiempo tarda la esfera en recorrer el tramo AE?
- ¿Qué inferes acerca de la rapidez de la esfera: aumenta, disminuye o permanece constante?
- ¿Qué característica tiene el movimiento de la esfera?

## Revisio

- Revisa el **Solucionario** y completa tu puntaje en el cuadro.

| DESCRIPTOR   | PREGUNTA | PUNTAJE |
|--|----------|---------|
| Distinguir entre distintos tipos de movimiento según su trayectoria. | 1        |         |
| Reconocer distintas magnitudes físicas.                              | 2        |         |
| Clasificar magnitudes físicas en cantidades escalares y vectoriales. | 3        |         |
| Obtener información a partir del análisis de una situación física.   | 4        |         |



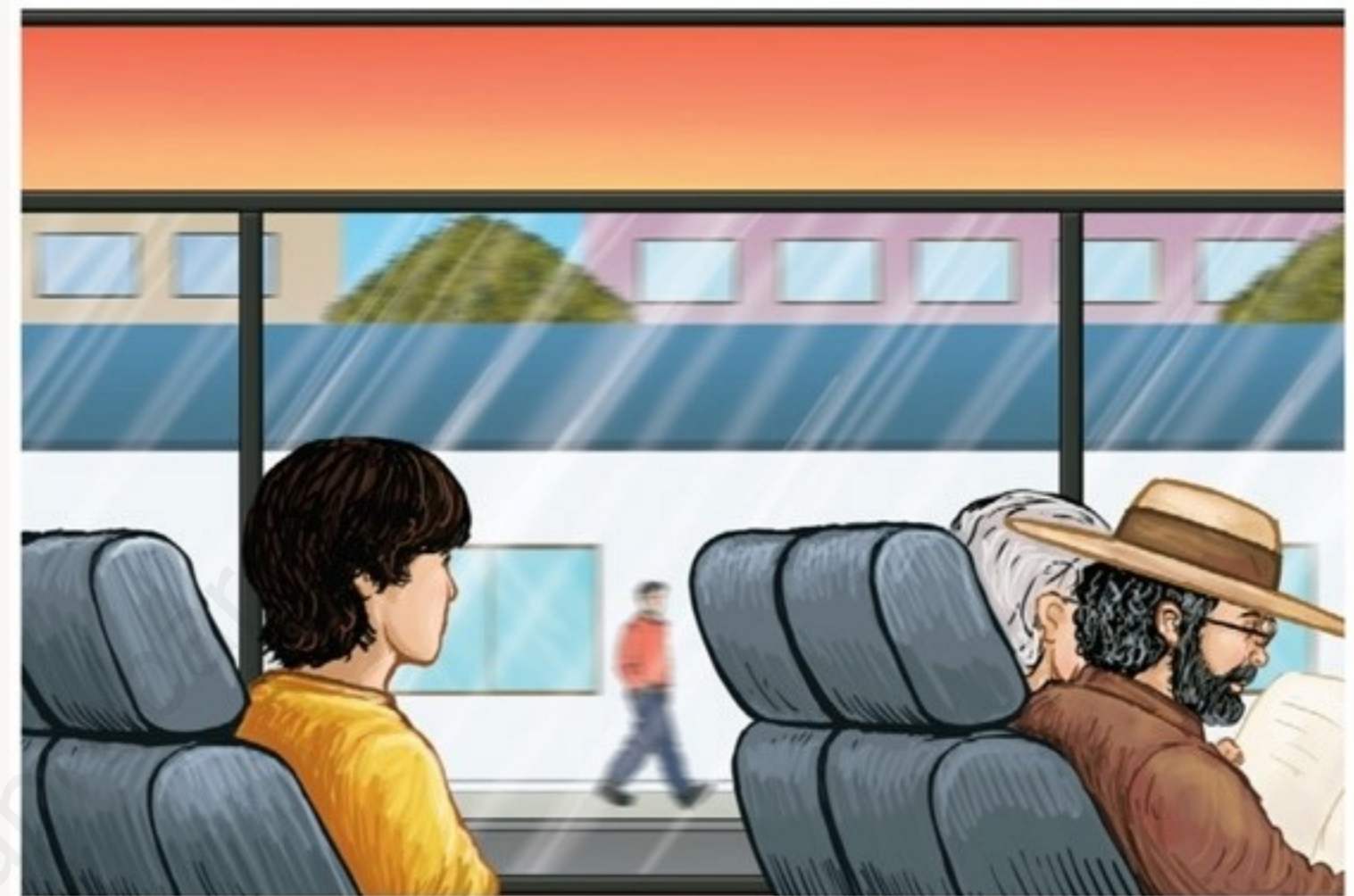
# 1. Sistemas de referencia

## Marco de referencia

Si a medida que pasa el tiempo un cuerpo cambia de posición, decimos que se está moviendo. La observación del movimiento de los cuerpos es algo cotidiano; sin embargo, el estudio del movimiento o cinemática es un poco más complejo. Comencemos nuestro estudio con el siguiente ejemplo:



*Estás en la calle en el paradero de buses y ves que un bus se aproxima: puedes observar que este va pasando por delante de las distintas casas hasta que llega donde tú estás.*



*Subes al bus, te sientas cerca de la ventana, y este parte. Aparentemente no te mueves del asiento. Sin embargo, a través de la ventana puedes ver que las casas y edificios de la calle cambian continuamente.*

Para una persona que observa la situación en el paradero; ¿qué se mueve, el bus o las personas dentro de él? Ahora, para una persona que se encuentra sentada dentro del bus en marcha: ¿qué o quiénes se mueven?

Un cuerpo se mueve cuando **cambia de posición** respecto a un punto fijo a medida que pasa el tiempo. En el ejemplo, cuando estás sentado dentro del bus en marcha te mueves respecto a un observador que tiene como referencia la calle, pero no te mueves respecto a otro observador que se encuentra en el bus. Entonces, el **movimiento es relativo**, ya que depende del marco de referencia. Así, las observaciones que realizamos estarán siempre referidas al marco de referencia elegido. Tanto la calle como el bus son marcos de referencia para los distintos observadores.

Cualquier sistema sirve de marco de referencia; por ejemplo un árbol, una casa, un cerro, e incluso nosotros mismos. Generalmente, los marcos de referencia elegidos para estudiar el movimiento de los cuerpos están fijos a un sistema en reposo o bien a un sistema en movimiento con **velocidad constante**, como por ejemplo la Tierra. Entonces, todo marco de referencia fijo en la Tierra se considera en reposo respecto a esta; sin embargo, sabemos que la Tierra se mueve respecto a su eje de rotación, al Sol, al Sistema Solar y a la galaxia.



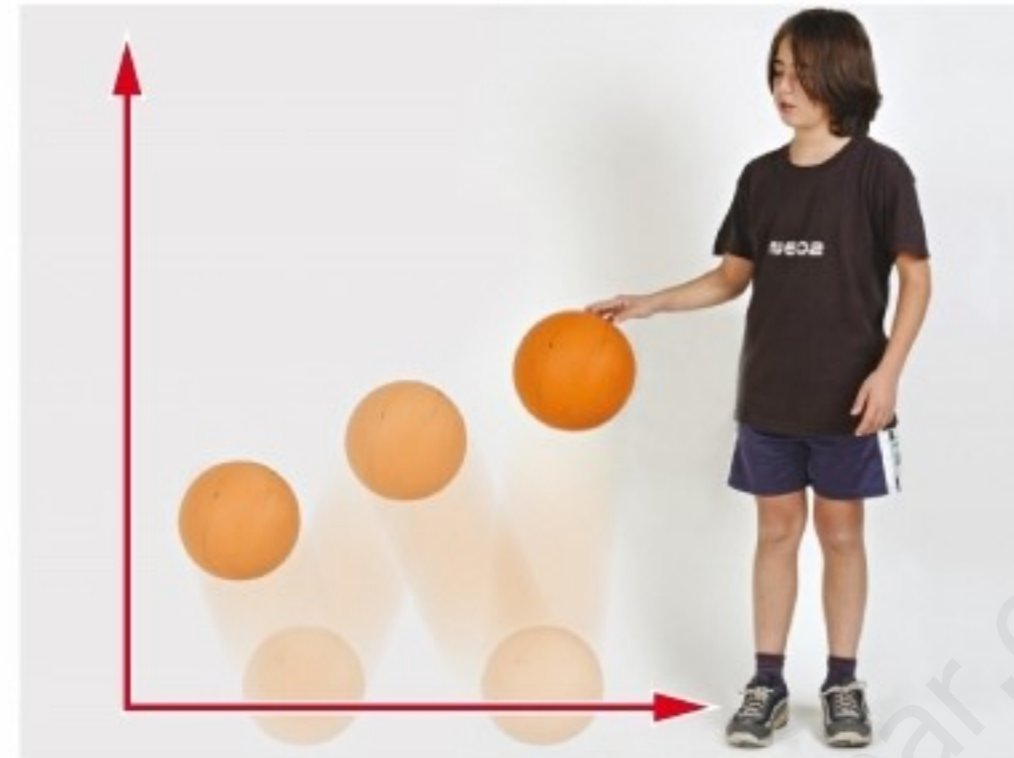
## Sistema de coordenadas

Cuando se estudia el movimiento de un cuerpo, es usual asociar al marco de referencia un sistema numérico que permita describir la posición del cuerpo; a este sistema se le conoce como **sistema de coordenadas**.

Todo sistema de coordenadas tiene un **origen**, que usualmente corresponde al punto donde se ubica el observador. En el origen se intersecan los **ejes de coordenadas**, que definen direcciones espaciales específicas. De acuerdo con la cantidad de dimensiones necesarias para describir el movimiento del cuerpo, se define la cantidad de ejes que tendrá el sistema de coordenadas, que puede ser de una, dos o tres dimensiones.



Sistema unidimensional

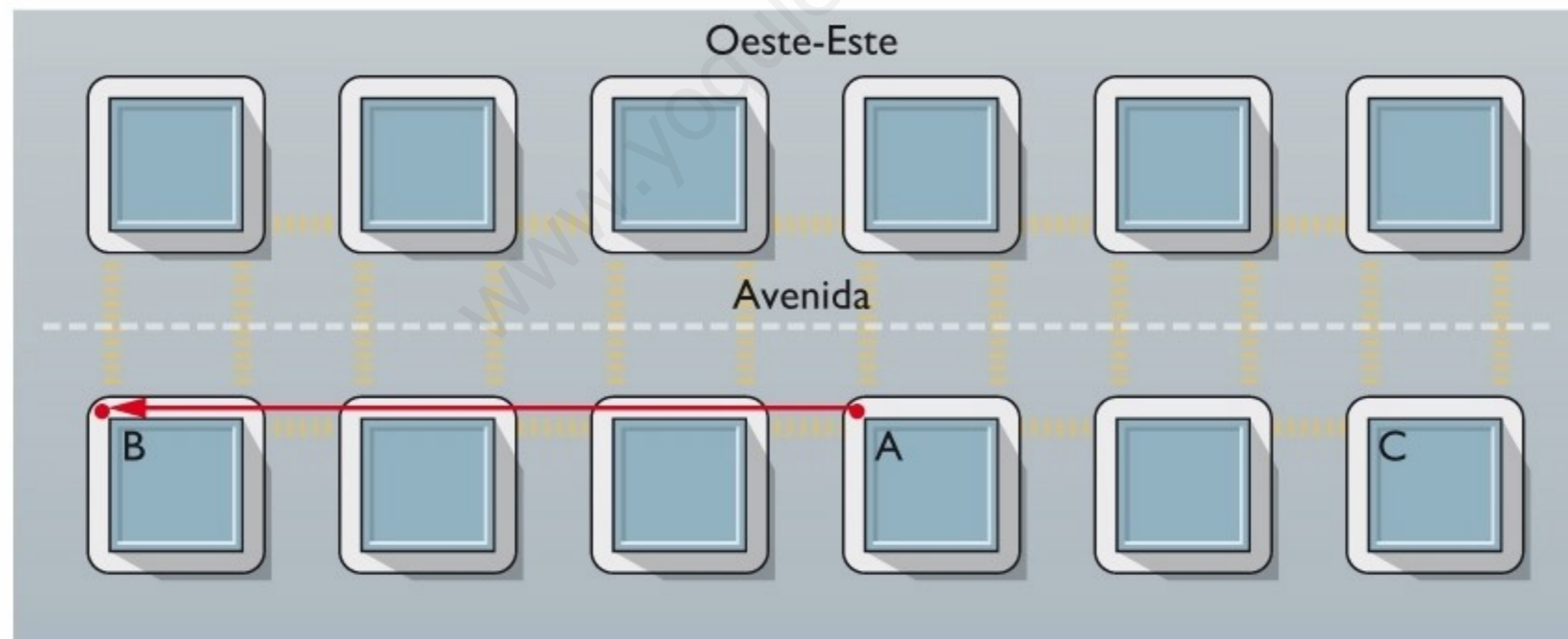


Sistema bidimensional



Sistema tridimensional

Imagina que estás ubicado en la esquina A de una avenida y deseas desplazarte hasta la esquina B sobre la misma avenida. Puedes caminar en línea recta, tres cuadras hacia el oeste. ¿Qué indicación darías a una persona que desea ir de A a C?



En el ejemplo, si consideramos como marco de referencia la avenida, basta con definir un sistema de coordenadas que coincida con esta; en este caso, el eje horizontal define un sistema de coordenadas unidimensional cuyo origen se ubica en el punto A.

La distancia recorrida por el peatón será la longitud del **desplazamiento** de A hasta B. Si en este sistema de coordenadas la unidad de medida es la cuadra, el peatón recorre una distancia de tres cuadras y el sentido de su recorrido es hacia el oeste.

Ahora, el mismo peatón ubicado en el punto A quiere llegar hasta el punto B; sin embargo, no puede realizar un camino recto, porque la avenida se encuentra bloqueada.

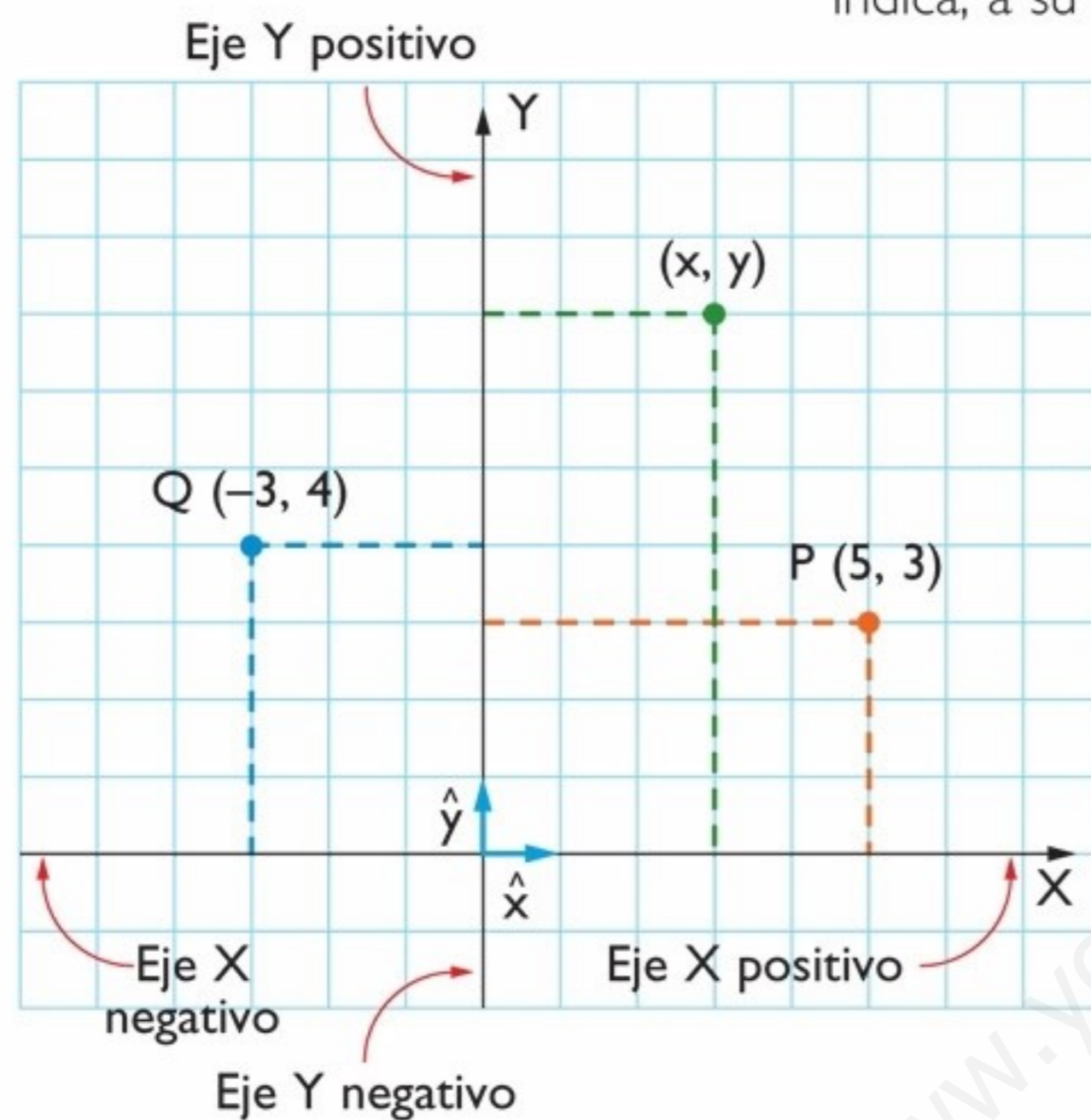
En el sistema de coordenadas unidimensional no es posible describir el movimiento del peatón, debido a que el recorrido no se realiza en una dirección. Entonces, es necesario definir un segundo eje de coordenadas para describir el movimiento en dos dimensiones: ¿dónde se ubicaría el origen de este sistema de coordenadas?



## El plano cartesiano

El **plano cartesiano** corresponde a un sistema de coordenadas que permite describir la posición de puntos en el plano y con ello el movimiento de un cuerpo en dos dimensiones. El plano cartesiano está formado por dos rectas perpendiculares entre sí, llamadas **ejes coordenados**, que se intersecan en un punto llamado origen: el eje horizontal corresponde al **eje X** o **de las abscisas**, y el eje vertical al **eje Y** o **de las ordenadas**.

Cada eje define una dirección específica en el plano. Es usual utilizar **vectores unitarios** que representan la dirección de cada eje coordenado. El vector unitario  $\hat{x}$  es paralelo al eje X, está fijo en el origen y tiene magnitud 1, como su nombre lo indica; a su vez, el vector unitario  $\hat{y}$  es paralelo al eje Y.

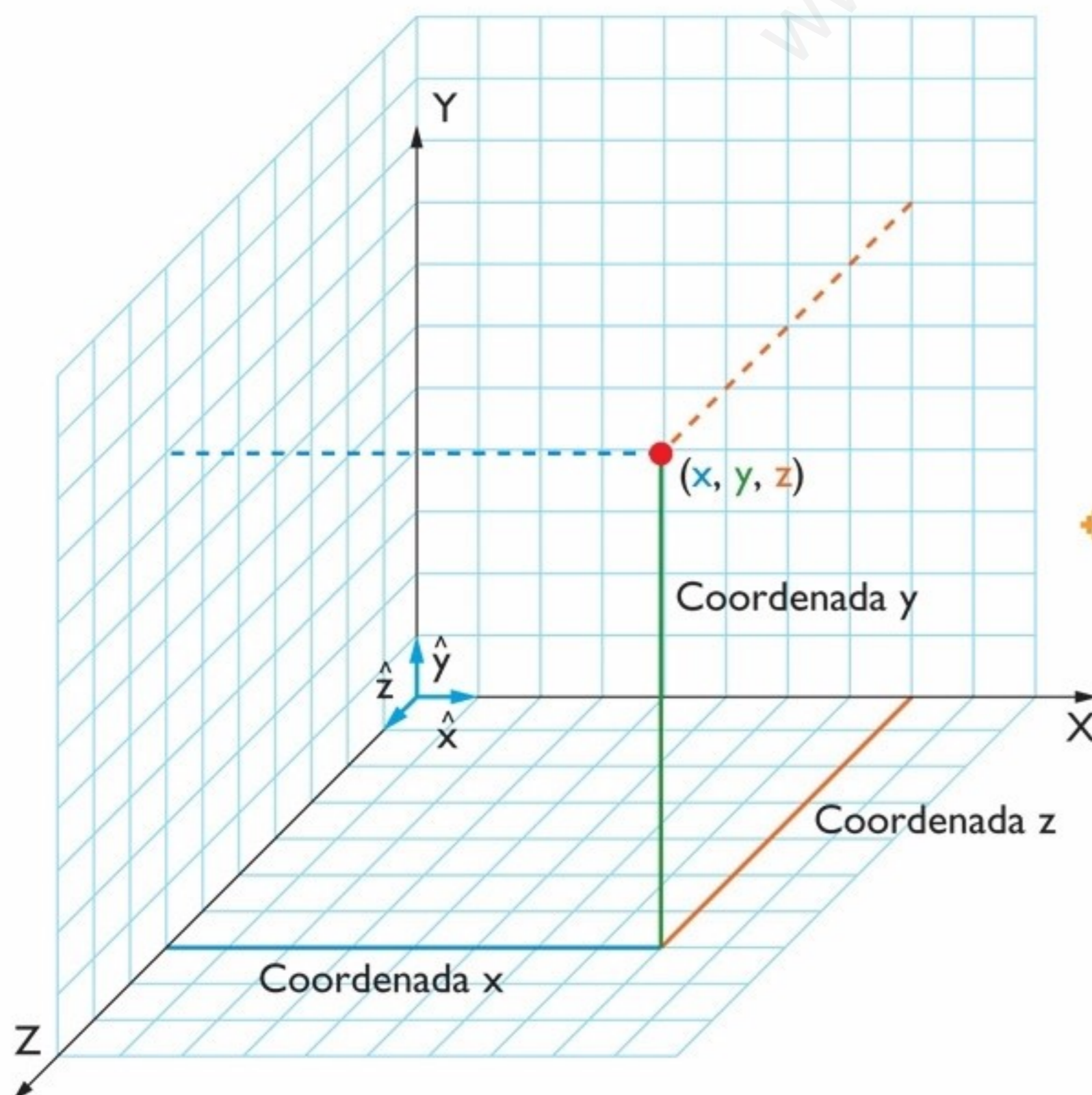


← Posición de tres puntos en el plano.

Para un punto ubicado en el plano cartesiano, sus coordenadas dependerán de la ubicación respecto al origen, y para representarlas es usual escribirlas en paréntesis y separadas por comas. En este ejemplo, el punto  $(x, y)$  representa las coordenadas  $(3, 7)$  y los puntos P y Q tienen coordenadas  $(5, 3)$  y  $(-3, 4)$ , respectivamente.

En algunos casos, la descripción del movimiento requiere de tres coordenadas espaciales; entonces, se definen tres ejes coordenados perpendiculares entre sí. A los ejes X e Y del plano se agrega un tercer eje, perpendicular a ellos, llamado **eje Z**. Paralelo al eje Z se define el vector unitario  $\hat{z}$ , el cual nos permitirá representar su dirección.

La posición de un punto dentro del **sistema tridimensional de coordenadas** debe ser descrito por tres coordenadas espaciales; por ejemplo, el punto P tiene coordenadas  $(x, y, z)$  respecto al origen del sistema.



← Posición de un punto en el espacio.

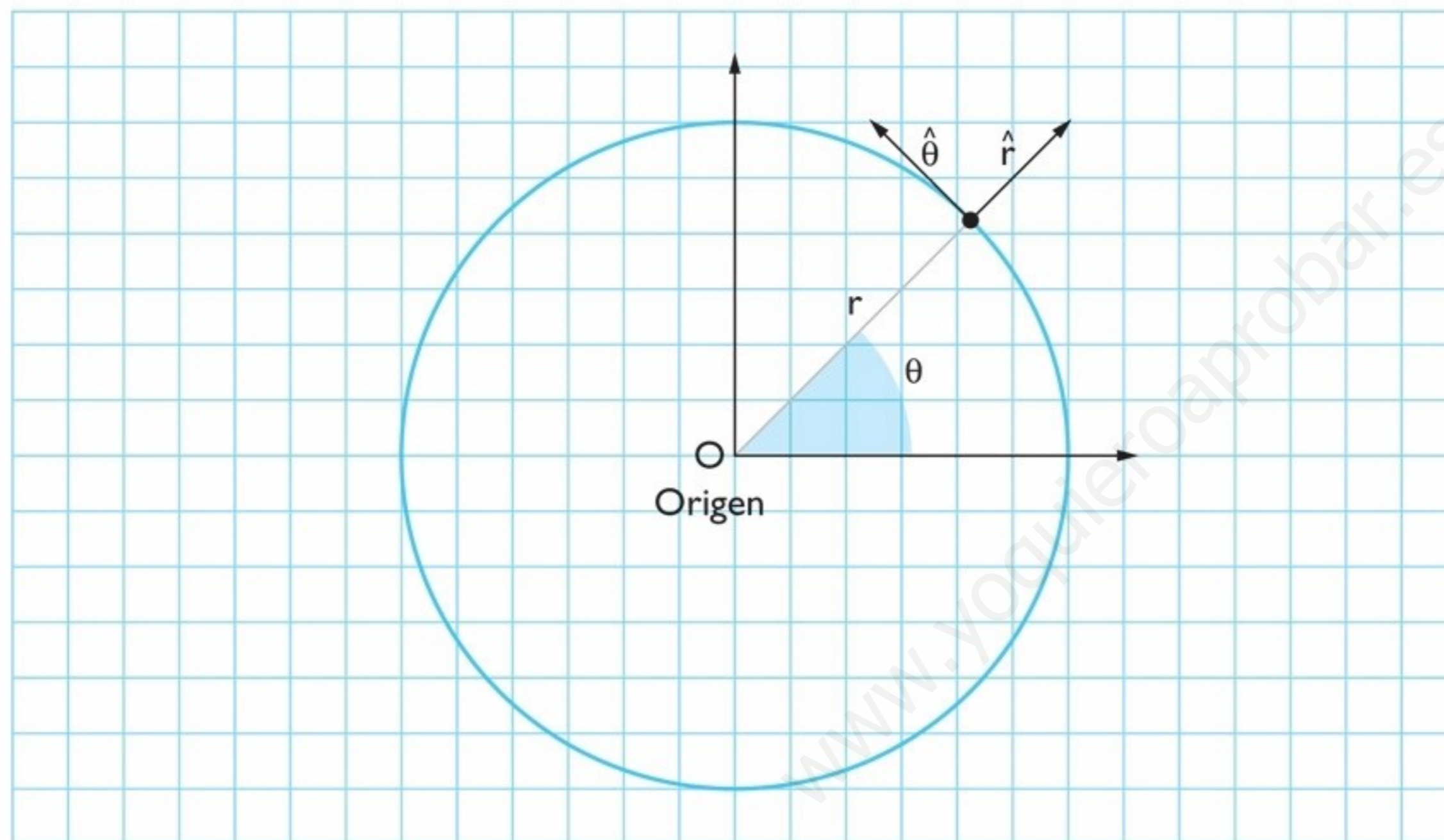
Hasta ahora, hemos descrito las coordenadas de un punto en una, dos o tres dimensiones, desde un punto de vista geométrico. La descripción de la posición de un cuerpo en un sistema de coordenadas siempre está ligado a una o más direcciones; debido a esto, siempre será necesario especificar la magnitud y la dirección de las cantidades físicas que describen el movimiento.



## El plano polar

Cuando los cuerpos en estudio se mueven en trayectorias circulares sobre un plano, el sistema cartesiano de coordenadas no es el más indicado para describir el movimiento. En la mayoría de los movimientos de rotación en torno a un punto, o bien de traslación en una órbita circular o semicircular, es usual utilizar el **sistema polar de coordenadas**. En estos sistemas, la posición de un punto se describe según la distancia al origen del sistema y un ángulo que marque su posición a lo largo de la órbita. Las coordenadas polares  $(r, \theta)$  permiten describir de esta forma las coordenadas de un punto.

Las coordenadas polares representan dos direcciones específicas: la radial  $\hat{r}$  y la angular  $\hat{\theta}$ .



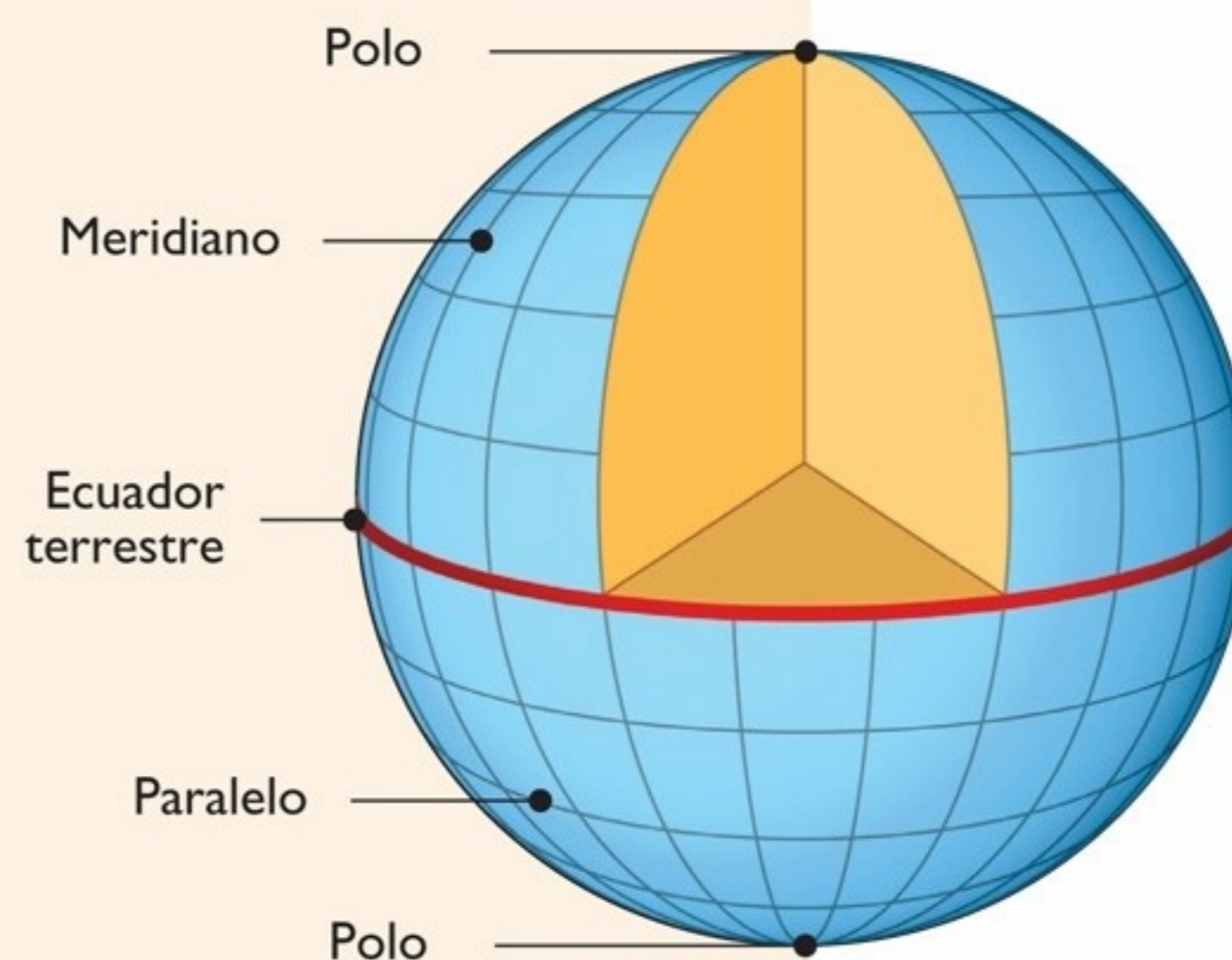
### REFLEXIONA

En la vida cotidiana, las personas tenemos distintos puntos de vista respecto de una misma situación, lo que muchas veces genera discusión. ¿Podríamos decir que esto es debido a que usamos distintos marcos de referencia para entenderla? ¿Altera esto la situación en sí o solo la percepción que tenemos de ella? Piensa en algunos ejemplos donde esto ocurra.

← Posición de un punto en coordenadas polares. O es el origen de las coordenadas.

### DATO

En la Tierra, para ubicar un punto cualquiera en su superficie, se utiliza el sistema de coordenadas geográficas, basado en paralelos y meridianos. Los paralelos miden la latitud de una coordenada geográfica y son circunferencias definidas en planos paralelos al del **ecuador terrestre**. Los meridianos son circunferencias que recorren la esfera terrestre y miden la longitud de una coordenada geográfica, respecto al meridiano  $0^\circ$  o meridiano de Greenwich.





## 2. Vectores

En general, la descripción de las propiedades de un cuerpo se realiza a través de valores numéricos y unidades de medida, por ejemplo: la altura de un edificio, la masa de un auto, la longitud de una calle, etc. Toda magnitud física que solo necesita un valor numérico y su unidad de medida para ser descrita es una **magnitud escalar**. Otros ejemplos de estas magnitudes son la temperatura, la rapidez y la energía.

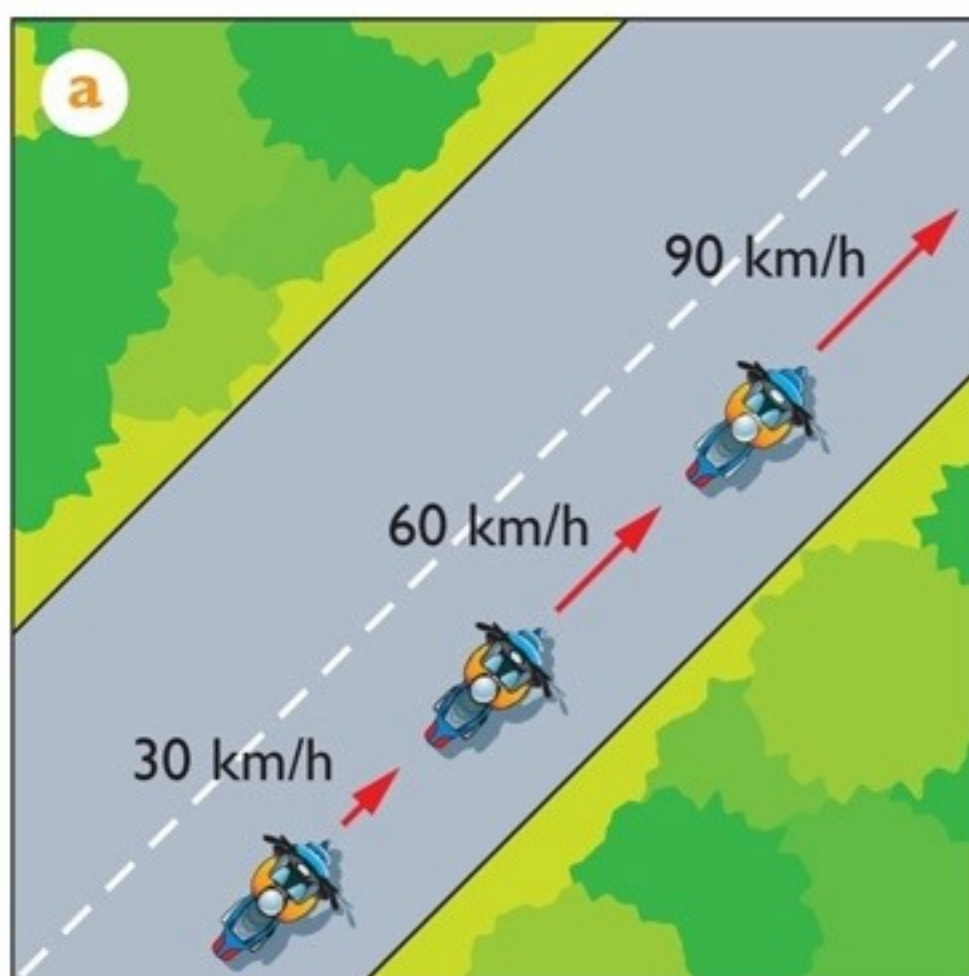
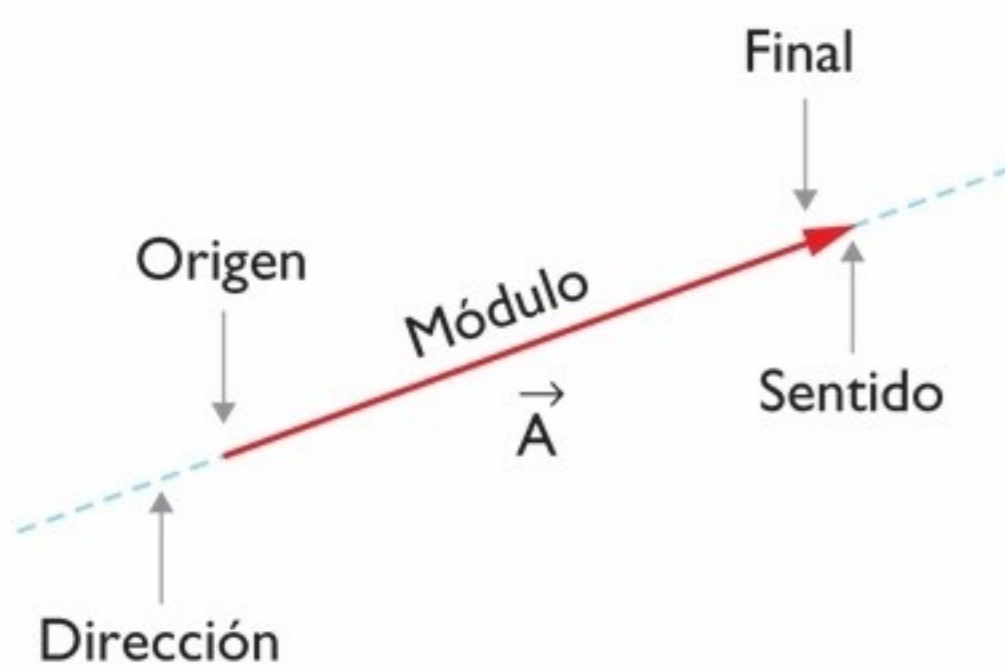
Sin embargo, para describir algunas magnitudes físicas es necesario especificar su valor numérico y una dirección respecto a un sistema de coordenadas. Como estudiamos anteriormente, la posición de un cuerpo no solo describe una magnitud, sino que especifica un lugar determinado en el espacio. Toda magnitud física que para ser descrita debe especificar un valor numérico y una dirección es una **magnitud vectorial**. Ejemplos son el desplazamiento, la velocidad, la aceleración, la fuerza, entre otras.

Es usual llamar **vector** a toda magnitud vectorial, y para diferenciarlo de las cantidades escalares, se representa por una letra en negrita, o bien por una letra con una flecha sobre esta, es decir, tanto **A** como  $\vec{A}$  representan correctamente a un vector.

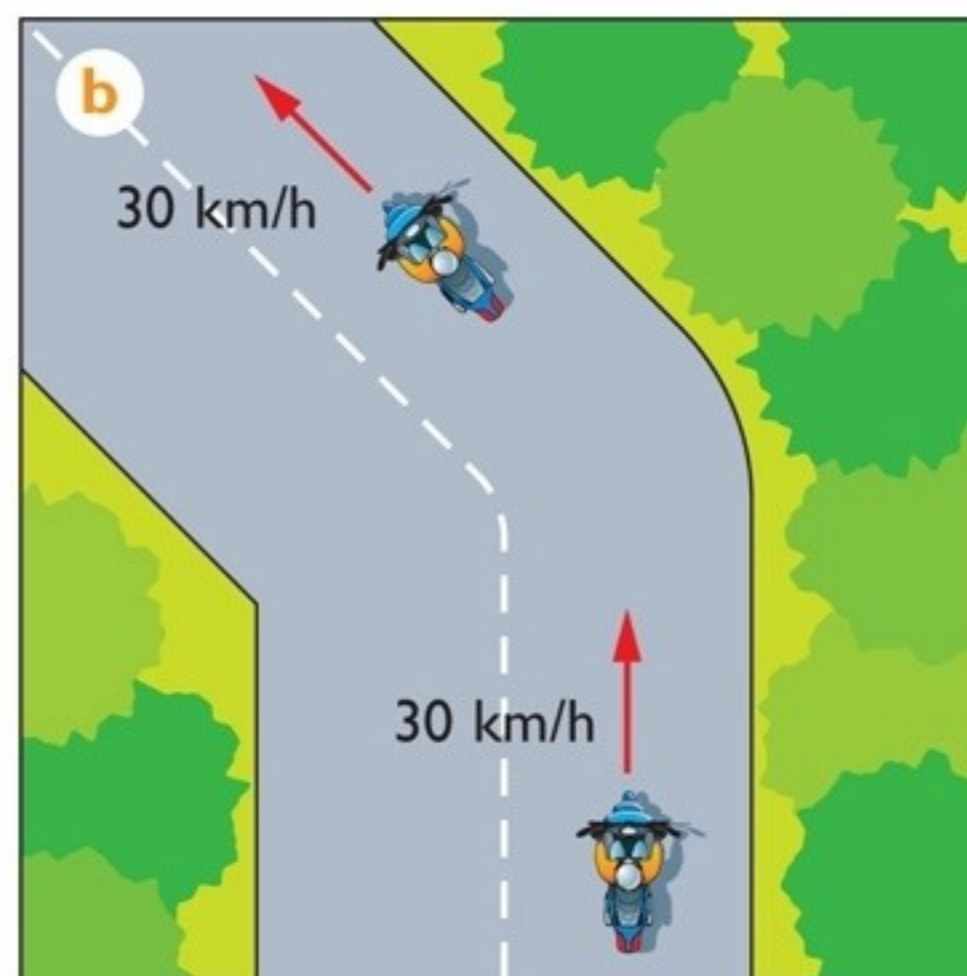
### Características de un vector

Los vectores son herramientas muy útiles para analizar diversas situaciones de la Física. En general, se representan por flechas cuya longitud corresponde al **módulo** o valor numérico del vector. La **dirección** del vector se indica a través de la línea sobre la cual se dibuja la flecha, y el **sentido** del vector especifica la orientación respecto a la dirección del mismo.

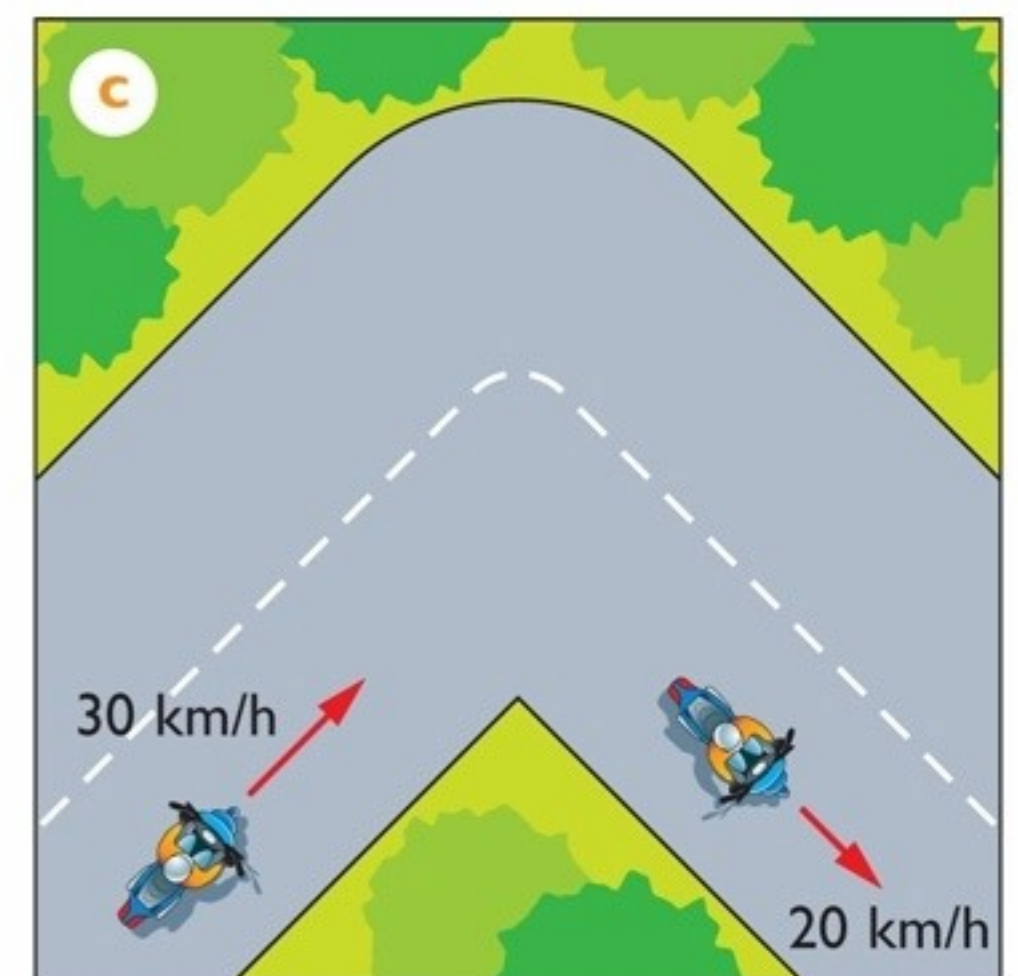
Los vectores pueden representar cantidades físicas que varían en el tiempo, es decir, que presentan variaciones tanto en magnitud, dirección y sentido. Tomemos como ejemplo el vector velocidad en tres situaciones distintas:



En **a**, el **móvil** se desplaza sin cambiar la dirección y sentido del movimiento. Sin embargo, la magnitud de la velocidad aumenta.



En **b**, la magnitud de la velocidad del móvil se mantiene constante y el sentido de desplazamiento se mantiene hacia adelante. Sin embargo, la dirección del vector cambia.



En **c**, el **móvil** experimenta variación de magnitud y dirección de la velocidad.



### Componentes de un vector

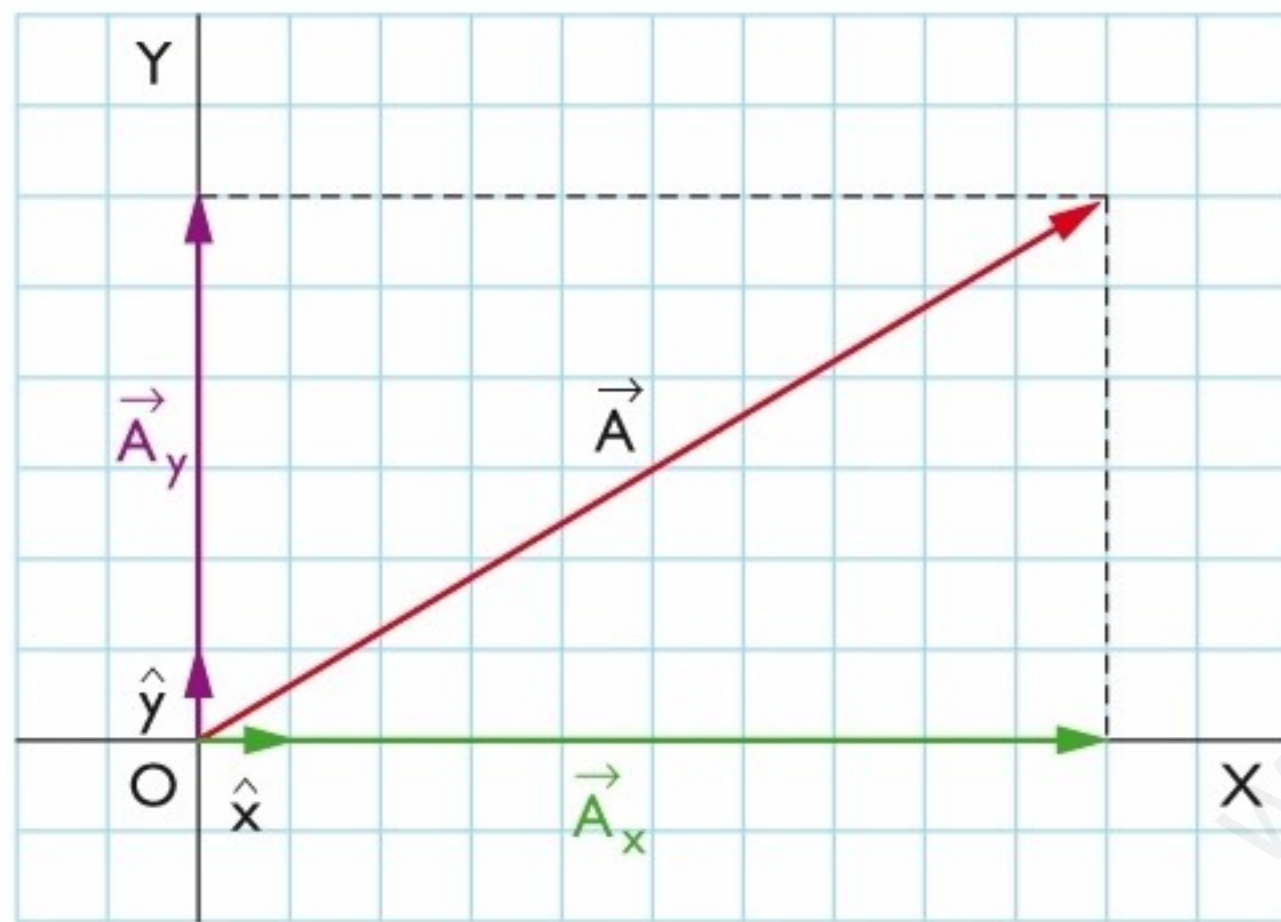
Se llaman **componentes de un vector** a sus proyecciones a lo largo de los ejes coordenados. Por ejemplo, el vector  $\vec{A}$  que está en el plano XY se puede expresar a través de sus proyecciones  $\vec{A}_x$  y  $\vec{A}_y$ . La componente  $\vec{A}_x$  representa la proyección de  $\vec{A}$  a lo largo del eje X y la componente  $\vec{A}_y$  representa la proyección de  $\vec{A}$  a lo largo del eje Y. Los componentes de un vector sumados forman  $\vec{A}$ , es decir:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

Cada componente del vector tiene una dirección específica y se describe de acuerdo a los **vectores unitarios** en cada eje del plano:

$$\begin{aligned}\vec{A}_x &= A_x \hat{x} \\ \vec{A}_y &= A_y \hat{y}\end{aligned}$$

Donde  $A_x$  y  $A_y$  representan las magnitudes de los vectores  $\vec{A}_x$  y  $\vec{A}_y$ , respectivamente; y  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  son los vectores unitarios en la dirección horizontal y vertical, respectivamente.



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y = A_x \hat{x} + A_y \hat{y}$$

### Módulo de un vector

La magnitud o módulo de un vector se calcula a través del **teorema de Pitágoras** a partir de sus componentes. Veámoslo en el ejemplo del vector  $\vec{A}$ :

$$|\vec{A}| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$

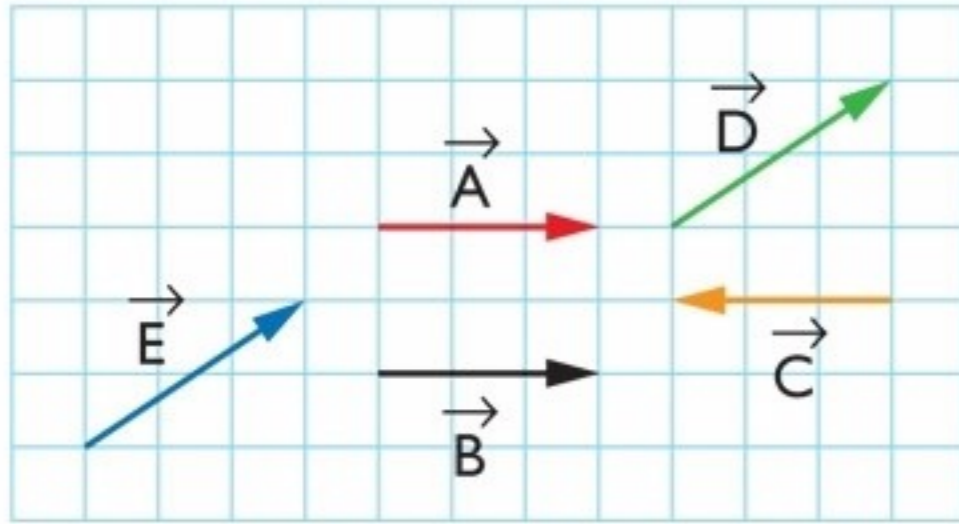
### > APLICA

- Los vectores  $\vec{P}$  y  $\vec{Q}$  unen el origen del plano cartesiano con los puntos P y Q de coordenadas (6, 8) y (-3, 4), respectivamente.
  - Dibuja los vectores en el plano cartesiano.
  - Escribe los vectores  $\vec{P}$  y  $\vec{Q}$  en función de los vectores unitarios.
  - Calcula el módulo de cada vector.



### 3. Propiedades de los vectores

#### Igualdad de vectores

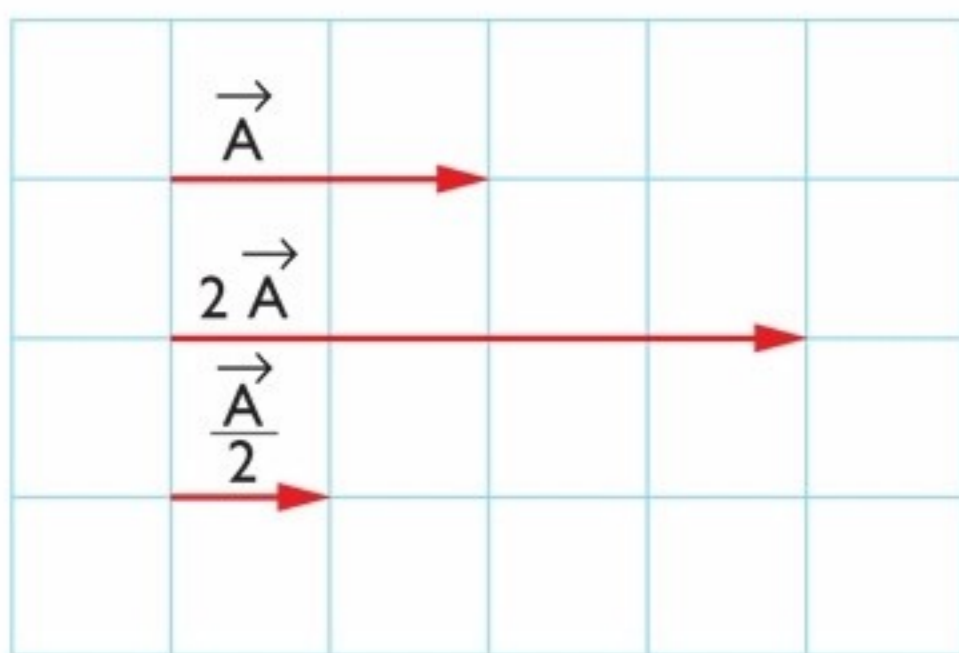


Dos vectores son equivalentes si tienen igual magnitud, dirección y sentido. Esta propiedad permite que podamos trasladar un vector en una dirección cualquiera, sin alterar sus características. Por ejemplo, los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  son equivalentes, así como los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{D}$ .

#### Negativo de un vector o vector opuesto

El negativo de un vector corresponde a otro vector de igual magnitud y dirección; pero de sentido opuesto. Por ejemplo, el vector  $\vec{C}$  es opuesto al vector  $\vec{A}$ .

#### Multiplicación y división de un vector por un escalar



La multiplicación y la división de un vector por una cantidad escalar  $n$  da como resultado un vector de la misma dirección y sentido pero módulo distinto. Si el vector  $\vec{A}$  se multiplica por  $n$ , el resultado será el vector  $n\vec{A}$ .

Ahora, si el vector  $\vec{A}$  se divide por  $n$ , el resultado será el vector  $\frac{\vec{A}}{n}$ .

#### Suma y resta de vectores

La primera condición para sumar o restar vectores es que estos representen la misma cantidad física y tengan iguales unidades de medida.

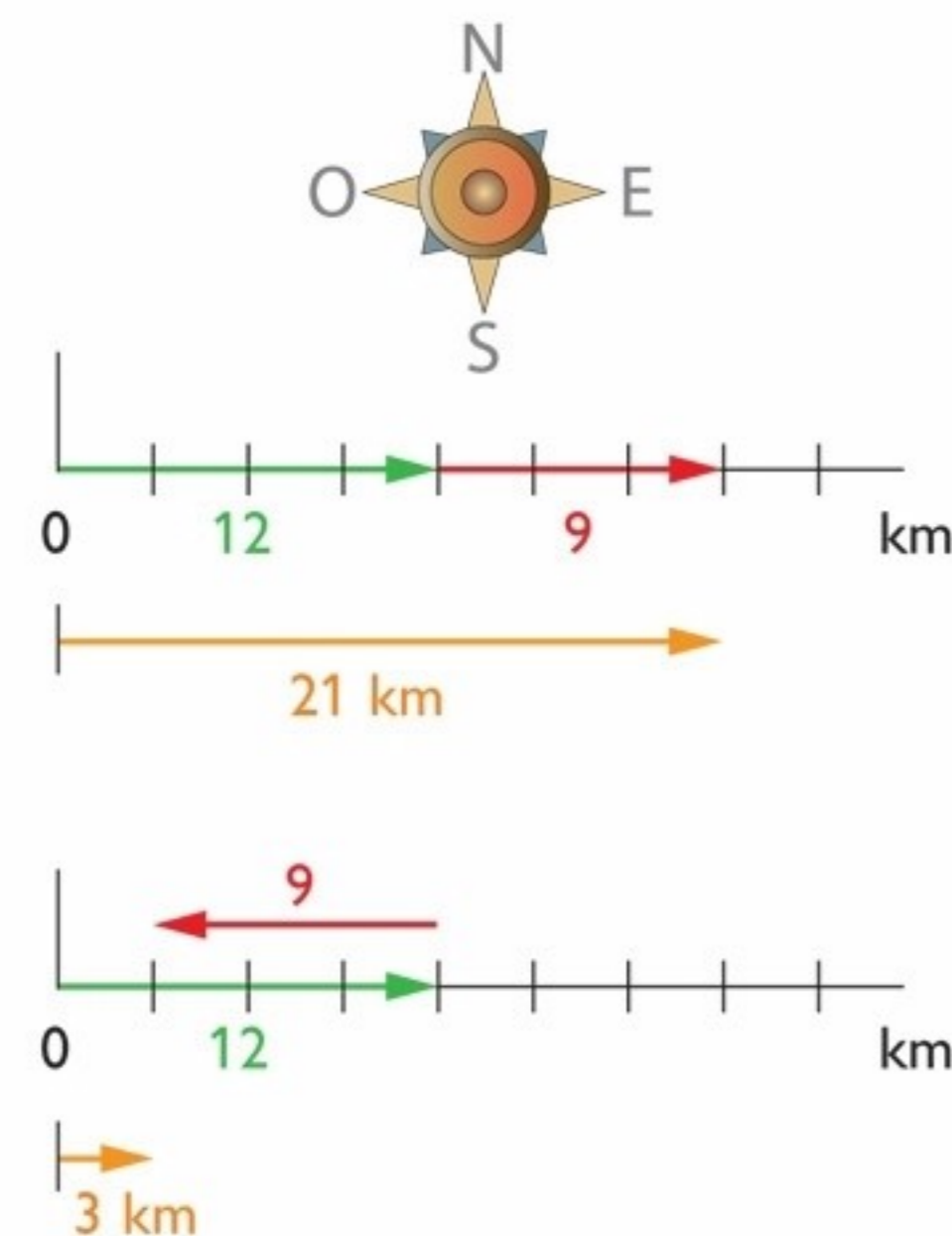
Para sumar o restar **vectores que están en la misma dirección**, se utiliza la aritmética común y se conserva la dirección del vector. Por ejemplo, un vehículo avanza 12 km al este, se detiene y continúa su viaje al este por otros 9 km. Al final de su recorrido, el vehículo se encuentra 21 km al este del punto de origen, ya que  $12 \text{ km} + 9 \text{ km} = 21 \text{ km}$ .

La resta de dos o más vectores es equivalente a la suma. Veamos un ejemplo: un vehículo avanza 12 km al este, se detiene, y luego se devuelve 9 km al oeste. El vehículo al final del recorrido se encuentra a 3 km al este del punto de origen, ya que  $12 \text{ km} - 9 \text{ km} = 3 \text{ km}$ .

En este caso, es necesario considerar que aquellos vectores que se restan son equivalentes a la suma de sus vectores negativos, es decir:

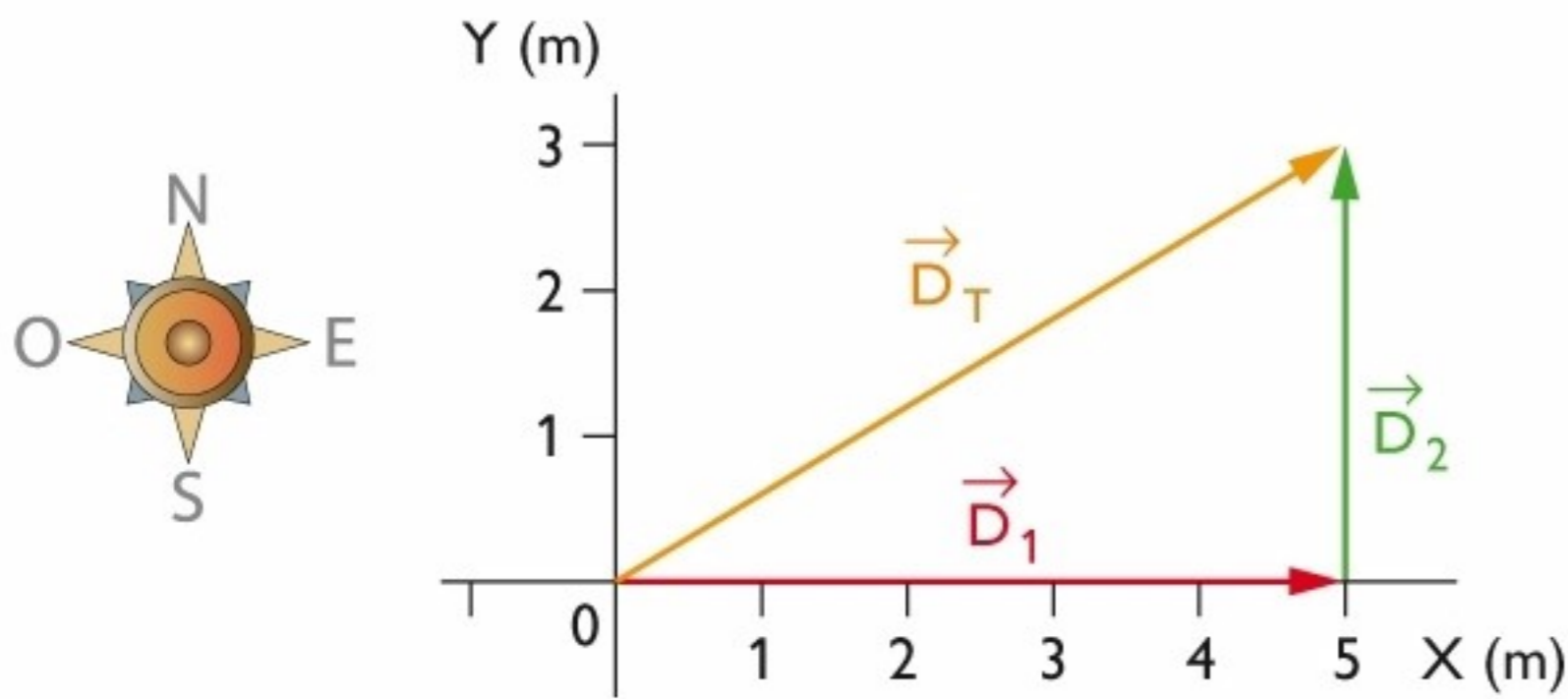
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

El vector  $-\vec{B}$  tiene la misma magnitud que  $\vec{B}$ , pero sentido opuesto.





Cuando se desea sumar o restar **vectores que no tienen la misma dirección**, no es posible aplicar aritmética simple; en estos casos, es necesario trabajar con los componentes de los vectores. Veamos un ejemplo: una tortuga camina 5 m al este, se detiene y luego avanza 3 m al norte. La representación del recorrido se dibuja en el plano cartesiano. Entonces, para determinar el desplazamiento total, es necesario sumar los vectores  $\vec{D}_1$  y  $\vec{D}_2$ , que representan el desplazamiento de la tortuga.



$$\vec{D}_1 = 5 \hat{x} \text{ m} \quad \vec{D}_2 = 3 \hat{y} \text{ m, entonces}$$

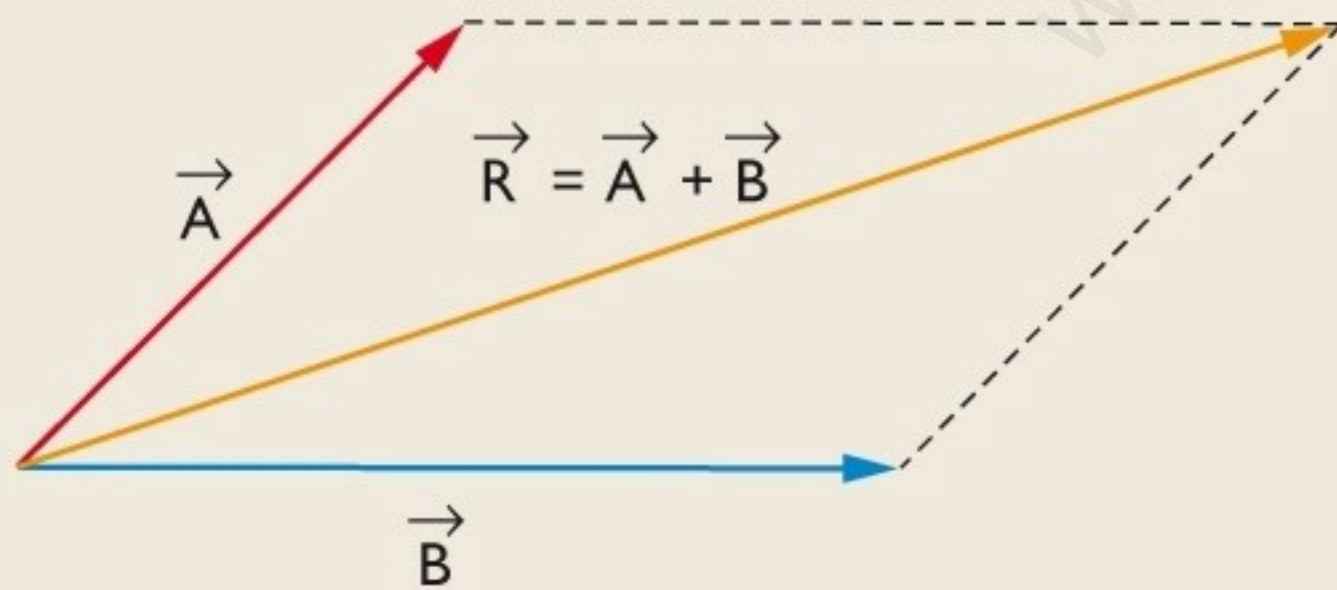
$$\vec{D}_T = (5 \hat{x} + 3 \hat{y}) \text{ m}$$

El módulo del desplazamiento resultante  $D_T$  se puede obtener utilizando el teorema de Pitágoras:

$$D_T = \sqrt{D_1^2 + D_2^2} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34} = 5,83 \text{ m}$$

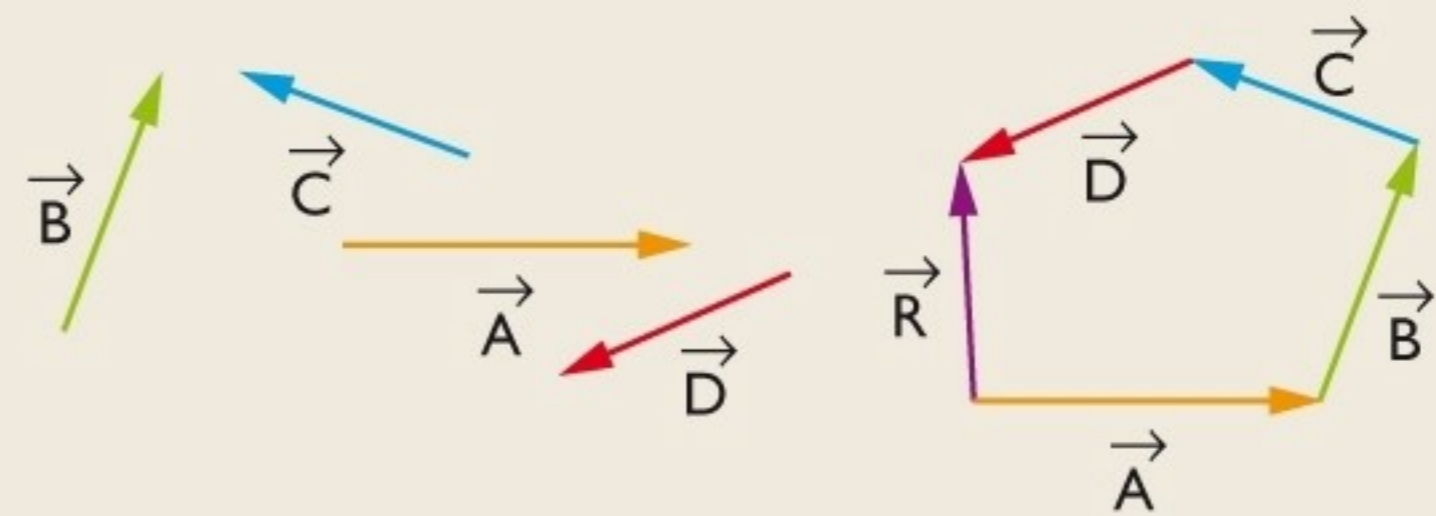
#### Método del paralelogramo

Se construye un paralelogramo uniendo los orígenes de cada vector en el origen del sistema de coordenadas y se cierra con los paralelos de cada uno. La diagonal del paralelogramo  $\vec{R}$  representa el vector suma.



#### Método del polígono

Se dibuja el primer vector  $\vec{A}$  en el origen de un sistema de coordenadas. En su extremo final, se traza el inicio del segundo vector  $\vec{B}$ , y así sucesivamente. Si existen "n" vectores, siempre se van dibujando en el extremo final del último vector, respetando el módulo, la dirección y sentido de cada uno de ellos. El vector resultante  $\vec{R}$  tiene su inicio en el origen del sistema de coordenadas y finaliza en el extremo final del último vector.



### > APLICA Y CALCULA

1. Un camión de carga se desplaza 10 km al este, luego 8 km al norte y finalmente 12 km al oeste. ¿Cuál es su desplazamiento total? ¿Cuál es su desplazamiento si, en vez de recorrer 8 km hacia el norte, lo hace hacia el sur?

### > EN LA RED

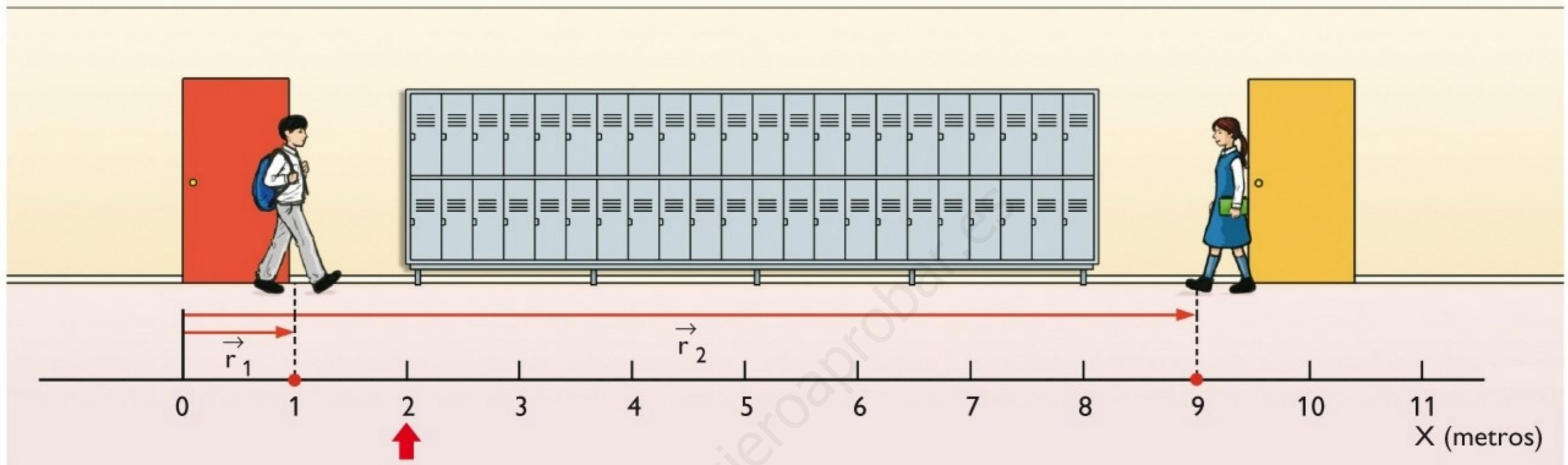
Ingresa los códigos MF115A y MF115B, donde podrás practicar la suma de vectores.



## 4. El vector de posición

La posición de un cuerpo se describe a través del **vector de posición**  $\vec{r}$ . La flecha que lo representa parte en el origen del sistema de coordenadas y termina en el punto donde se ubica el cuerpo en un instante específico.

Veamos un ejemplo: dos estudiantes caminan por un pasillo en sentidos opuestos. El origen del sistema de coordenadas unidimensional se fija en la puerta roja. La posición del joven se representa por el vector  $\vec{r}_1 = +1 \hat{x} \text{ m}$ , en tanto la posición de la niña es  $\vec{r}_2 = +9 \hat{x} \text{ m}$ .



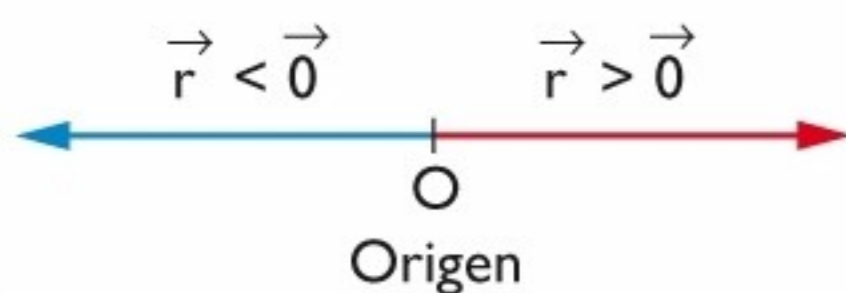
Ahora, consideremos el origen del sistema de coordenadas en la flecha roja. En este caso, la posición del joven es negativa y se representa por el vector  $\vec{r}_1 = -1 \hat{x} \text{ m}$ ; mientras que la posición de la niña es positiva y se representa por  $\vec{r}_2 = +7 \hat{x} \text{ m}$ . Por lo tanto, **el vector posición puede ser positivo o negativo**, de acuerdo con la ubicación del cuerpo respecto al origen y orientación del sistema de coordenadas unidimensional.

Si el desplazamiento de un cuerpo se realiza en dos dimensiones, el vector de posición  $\vec{r}$  se puede representar mediante la suma de sus componentes perpendiculares:

$$\vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y = r_x \hat{x} + r_y \hat{y}$$

La **distancia r** es una cantidad escalar que representa **el valor numérico o módulo del vector de posición**, es decir, la longitud de los segmentos. La distancia se calcula por el teorema de Pitágoras y es siempre una cantidad positiva.

$$|\vec{r}| = \sqrt{(r_x)^2 + (r_y)^2}$$



Sistema de coordenadas unidimensional.



### EN LA RED

Ingresando el código MF1116 encontrarás una simulación sobre cambio de posición y desplazamiento.

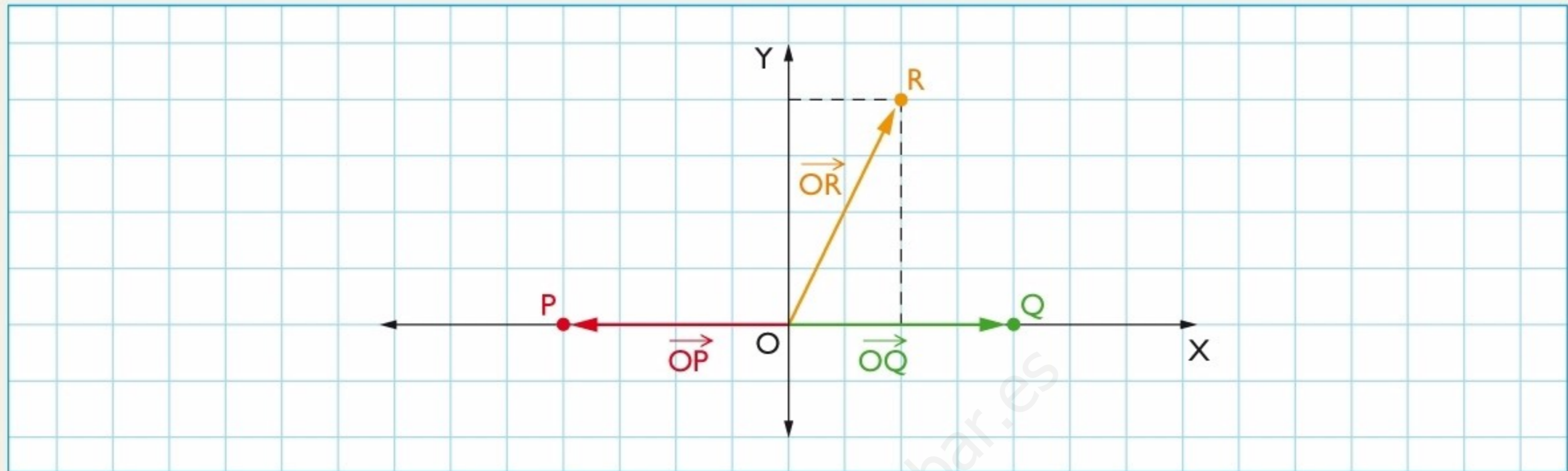


### EJERCICIO RESUELTO

Dibuja en el plano cartesiano los vectores de posición de los puntos: P (-4, 0) m, Q (4, 0) m y R (2,4) m.

- Representalos en función de sus vectores unitarios.
- Calcula sus módulos y explica cuál es el sentido físico de esta cantidad.

Dibujamos los vectores en el plano cartesiano:



- Expresar los vectores en función de sus vectores unitarios. Hay que considerar que cuando los vectores unitarios están en el sentido negativo del eje de coordenadas, se antepone el signo negativo.

$$\vec{OP} = -4 \hat{x}$$

$$\vec{OQ} = 4 \hat{x}$$

$$\vec{OR} = 2 \hat{x} + 4 \hat{y}$$

- Calcular el módulo para cada vector. Se calcula a partir de los componentes del vector, aplicando el teorema de Pitágoras.

$$|\vec{OP}| = \sqrt{(-4)^2 + 0^2} = 4 \text{ m}$$

$$|\vec{OQ}| = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4 \text{ m}$$

$$|\vec{OR}| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} \text{ m} = 4,47 \text{ m}$$

El módulo de un vector representa el valor numérico de su magnitud. En este caso, corresponde a la distancia entre el origen y P; el origen y Q; y el origen y R.

### INTERPRETA, GRAFICA Y CALCULA

- Una pelota de fútbol se desplaza desde el punto 1, cuyo vector posición es  $\vec{r}_1 = (2 \hat{x} - 4 \hat{y}) \text{ m}$  hasta el punto 2, cuyo vector posición es  $\vec{r}_2 = (-\hat{x} + 3 \hat{y}) \text{ m}$ . Representa los vectores de posición en el plano cartesiano y calcula la distancia de cada punto al origen.

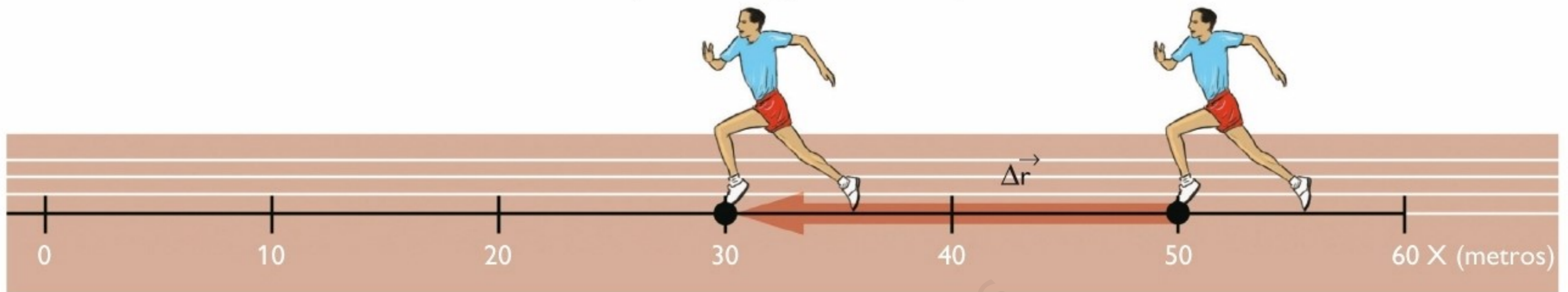


## 5. El vector desplazamiento

El **desplazamiento**  $\Delta\vec{r}$  es una magnitud vectorial y corresponde a la diferencia entre el vector de posición final  $\vec{r}_f$  y el vector de posición inicial  $\vec{r}_i$ , en el movimiento de un cuerpo.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$

Por ejemplo, la posición inicial del corredor de la figura es  $\vec{r}_i = +50 \hat{x} \text{ m}$  y la posición final es  $\vec{r}_f = +30 \hat{x} \text{ m}$ ; ¿cuál es su desplazamiento?



### > DATO

Comúnmente utilizamos distancia recorrida y desplazamiento como sinónimos, pero no lo son. Solo en el caso de trayectorias rectilíneas, que se recorren sin cambios de dirección, el desplazamiento y la distancia recorrida coinciden. Imagina una trayectoria circular, en esta el vector posición final coincide con el vector posición inicial, el desplazamiento es cero, pero la distancia recorrida no lo es.

El desplazamiento es igual a la diferencia entre los vectores posición final y posición inicial:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = 30 \hat{x} \text{ m} - 50 \hat{x} \text{ m} = (30 - 50) \hat{x} \text{ m} = -20 \hat{x} \text{ m}$$

El signo del vector desplazamiento indica el sentido del movimiento. En este caso, el desplazamiento se realiza en la dirección horizontal  $\hat{x}$  y el signo negativo indica su sentido opuesto a la orientación del sistema de coordenadas.

En un movimiento en una dimensión, como en el ejemplo anterior, la distancia recorrida coincide con el valor o magnitud del desplazamiento, solo si la trayectoria entre dos puntos es rectilínea y ocurre sin cambios de sentido. Cuando el desplazamiento de un cuerpo se estudia en dos dimensiones, es necesario analizar los componentes de los vectores posición inicial y final, para obtener el cambio horizontal y vertical de la posición.

### ✓ EJERCICIO RESUELTO

- > 1. Los vectores de posición de un automóvil en los instantes de tiempo  $t_i$  y  $t_f$  son  $\vec{r}_i = (3 \hat{x} + 6 \hat{y}) \text{ m}$  y  $\vec{r}_f = (6 \hat{x} + 7 \hat{y}) \text{ m}$ , respectivamente. Calcula el vector desplazamiento.

Para calcular el desplazamiento, sabemos que  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$ , es una resta de vectores.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = (6 \hat{x} \text{ m} + 7 \hat{y} \text{ m}) - (3 \hat{x} \text{ m} + 6 \hat{y} \text{ m}) = (6 \hat{x} \text{ m} - 3 \hat{x} \text{ m}) + (7 \hat{y} \text{ m} - 6 \hat{y} \text{ m}) = (3 \hat{x} + \hat{y}) \text{ m}$$

Entonces, el desplazamiento es  $\Delta\vec{r} = (3 \hat{x} + \hat{y}) \text{ m}$

Su módulo o la distancia recorrida entre ambos puntos es  $|\Delta\vec{r}| = \Delta r = \sqrt{3^2 + 1^2} \text{ m} = \sqrt{10} \text{ m} = 3,16 \text{ m}$



## ACTIVIDAD PRÁCTICA N° 3

## Posición y marco de referencia

**Objetivo**

Comparar la posición de un móvil en el tiempo usando distintos marcos de referencia.

**Problema de investigación**

¿Cambia la medida del desplazamiento de un móvil si el marco de referencia respecto al que se mide varía su posición?

Consigue los siguientes materiales:

- Un carro o auto pequeño.
- Mesón liso horizontal.
- Dos cintas métricas.
- Un cronómetro.
- Una polea.
- Un tornillo doble o prensa.
- Hilo firme o cuerda delgada.
- Contrapeso (masa para colgar).
- Papel blanco.

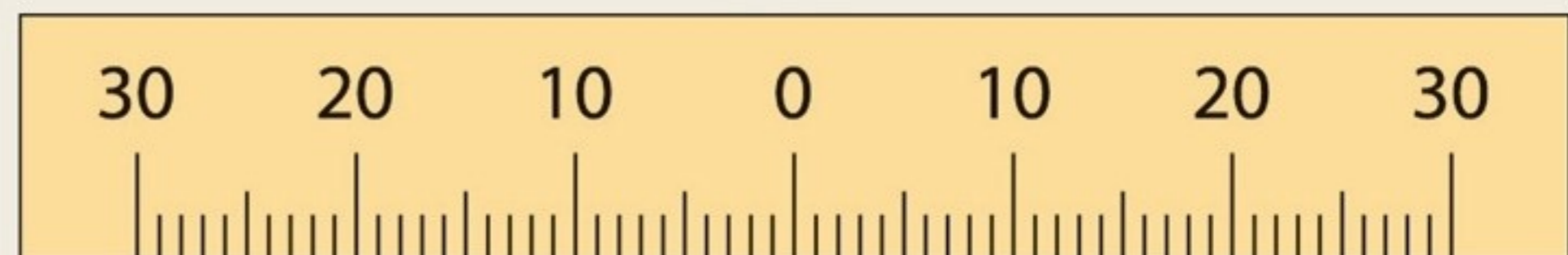


Figura 1

1. Coloca el carro sobre el mesón y utiliza un contrapeso pequeño para poner en movimiento el carro y cronometrar su desplazamiento. Fija una cinta métrica en el mesón haciendo coincidir el cero con el inicio del movimiento.
2. Realiza ocho marcas equidistantes sobre la cinta. ¿Cómo considerarías estas medidas, positivas o negativas?, ¿por qué?
3. Suelta el carro y mide el tiempo al pasar por las marcas dibujadas sobre la cinta. Ordena los datos en una tabla de valores posición-tiempo.

4. Ahora, ubica la otra cinta métrica sobre el mesón, con el cero en el centro del recorrido del carro. Como muestra la figura 2.

Figura 2



5. Suelta el carro de un extremo y toma los datos de posición y tiempo. ¿Cómo considerarías estas medidas, positivas o negativas?, ¿por qué? Elabora una nueva tabla de valores posición-tiempo.

**Análisis y conclusión**

1. Compara las tablas calculando en cada caso el desplazamiento del carro. ¿El desplazamiento del carrito depende del marco de referencia?, ¿por qué?
2. Realiza un gráfico posición-tiempo para cada tabla de datos. ¿Qué diferencias o similitudes se observan?, ¿qué puedes concluir al respecto?

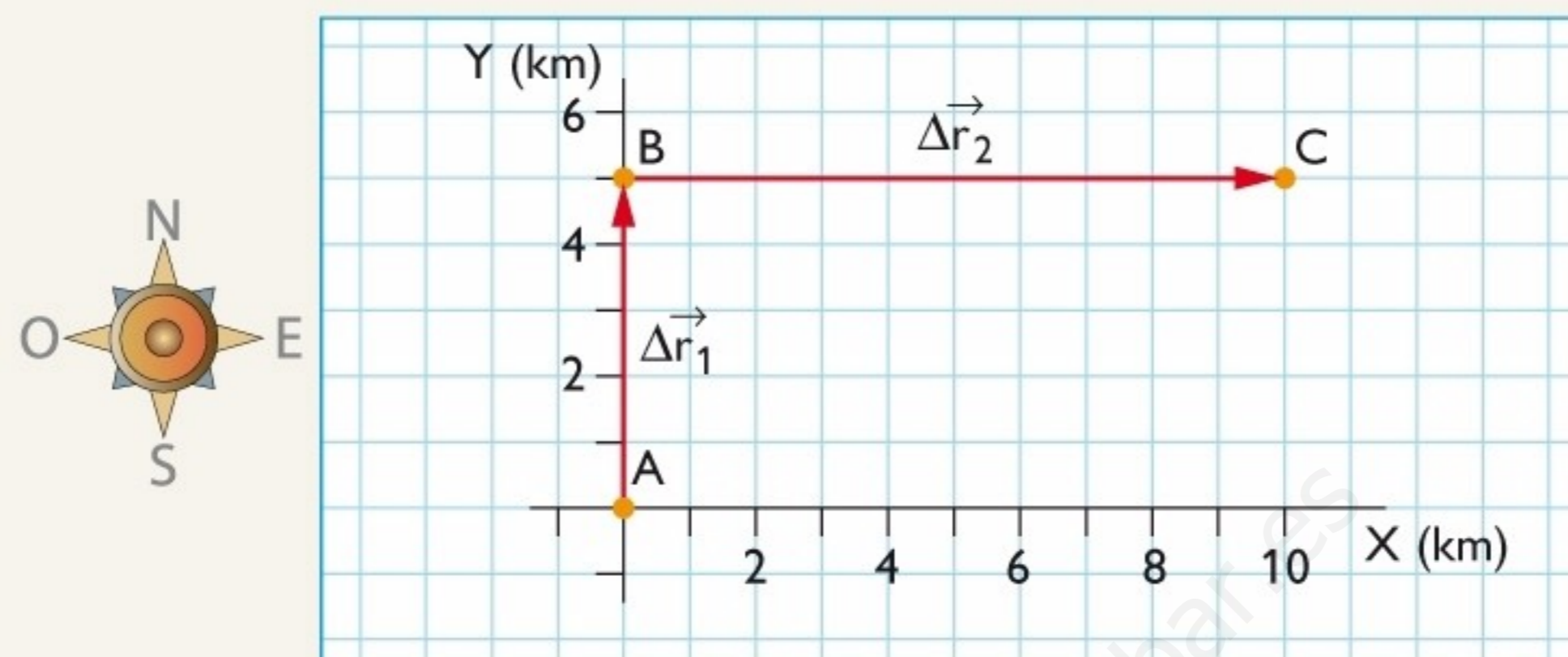


# Evaluación de proceso

1 Un móvil se traslada en línea recta desde el punto A  $(-2, 0)$ , pasa por B  $(1, 2)$  y se detiene en C  $(2,0)$ .

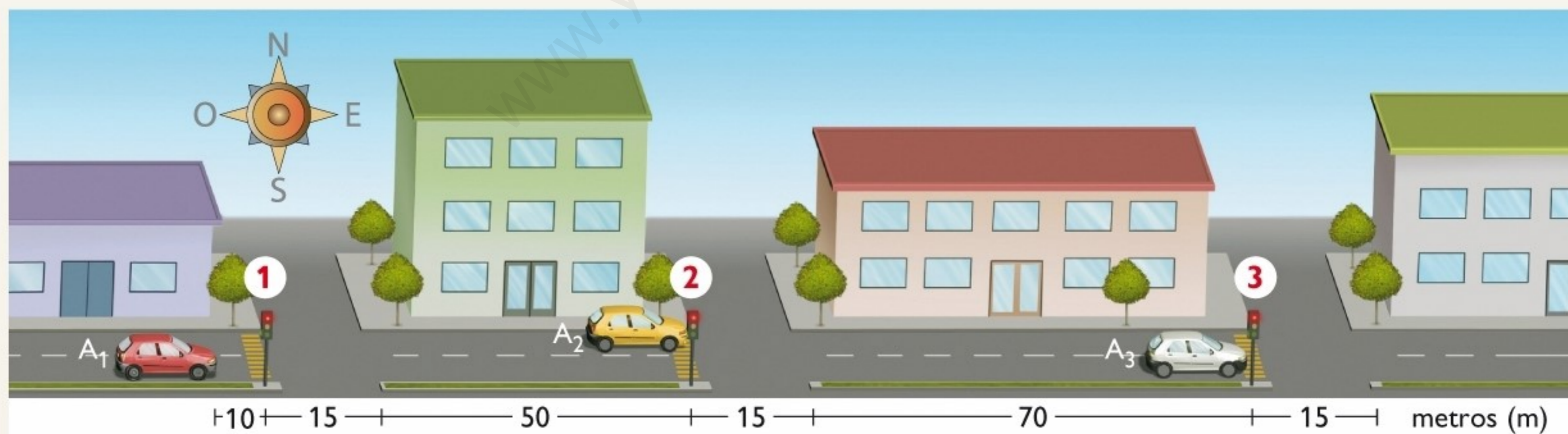
- Dibuja en el plano XY los vectores de posición en A, B y C.
- Representa cada vector en función de los vectores unitarios del plano cartesiano.
- Calcula el módulo de cada vector.
- Calcula el vector  $\vec{B} - \vec{A}$ ; ¿qué representa el vector resultante?

2 En el plano XY, están representados los desplazamientos  $\Delta\vec{r}_1$  y  $\Delta\vec{r}_2$  que realiza un corredor durante su entrenamiento.



- Representa el vector desplazamiento total del corredor.
- Calcula la distancia recorrida en el tramo AB, BC y AC.

3 Un peatón observa el tráfico en una avenida principal y toma una fotografía en el instante t. El observador establece un marco de referencia fijo en el semáforo 2 central. De acuerdo con esto, responde:



- Representa el vector de posición de cada automóvil.
- Calcula la distancia de cada vehículo al origen.
- El vehículo amarillo avanza una cuadra hacia el este y se detiene en el semáforo 3, ¿cuál fue su desplazamiento?

Supongamos que para un segundo observador, el origen del sistema de coordenadas se ubica en el extremo oeste de la fotografía, en el semáforo 1.

- ¿Qué vectores representan la posición de cada automóvil?
- ¿Cuál será el desplazamiento del automóvil amarillo en el nuevo marco de referencia?



## Revisio

- Revisa el **Solucionario** y luego escribe tu puntaje en el cuadro.

| DESCRIPTOR  | PREGUNTA | PUNTAJE | ¿QUÉ DEBES HACER?                                       |
|---|----------|---------|---|
| Identificar las propiedades de un vector.                                 | 1 y 2    |         | Si obtienes menos de 7 puntos, realiza la actividad 1.  |
| Reconocer el vector de posición y el vector desplazamiento.               |          |         |   |
| Identificar la posición de un móvil según el marco de referencia elegido. | 3        |         | Si obtienes menos de 10 puntos, realiza la actividad 2. |

## Actividades

### ACTIVIDAD 1

- a. Observa la figura 1 y compara los vectores velocidad de cada móvil respecto a su módulo, dirección y sentido.

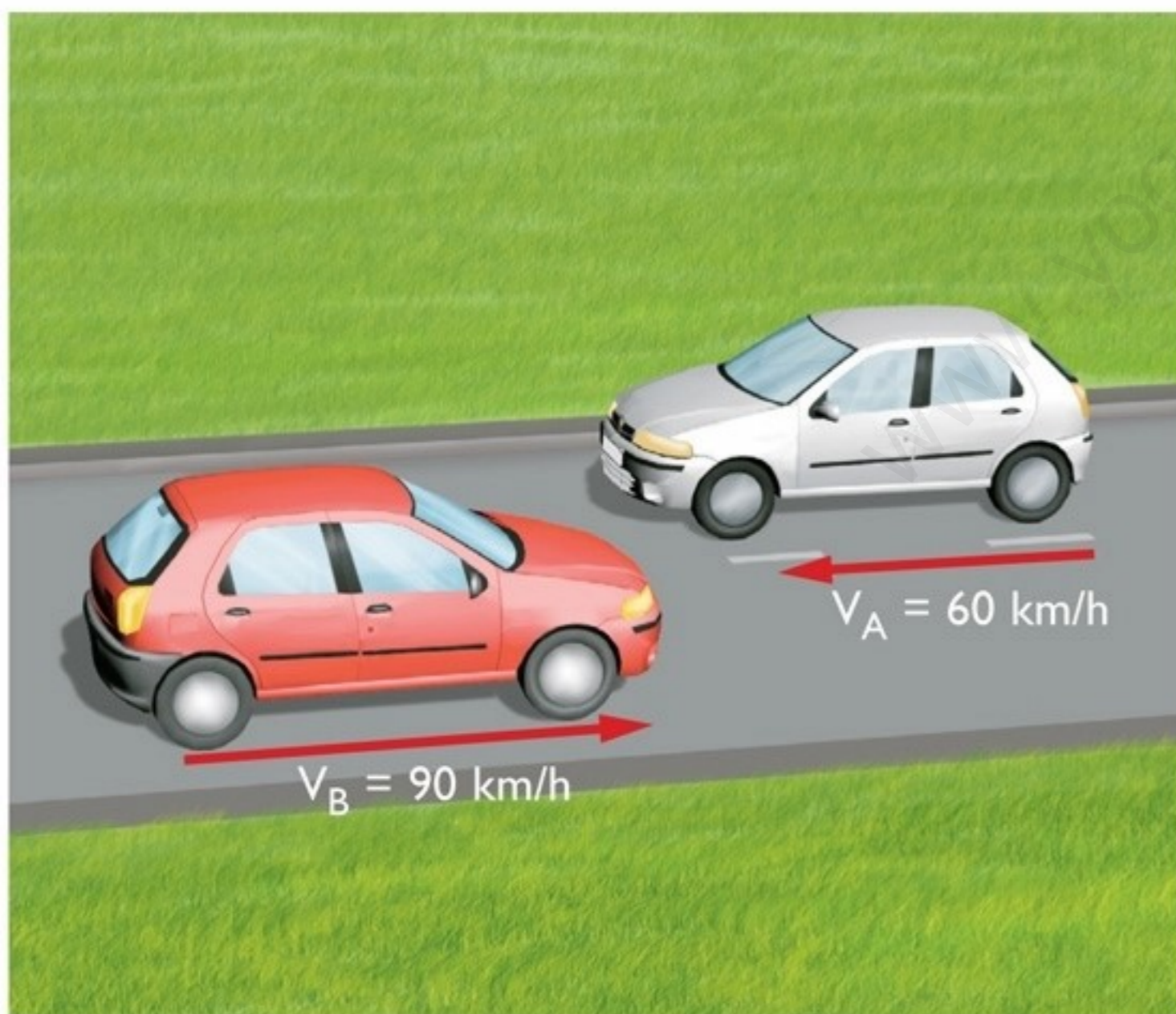


Figura 1

- b. De acuerdo con la figura 2, responde:

- ¿Cuál es la posición inicial del auto?
- Si su posición final es el punto 1, ¿cuánto se desplazará?
- ¿Qué distancia recorre?
- ¿Qué clase de sistema de coordenadas se utilizó?

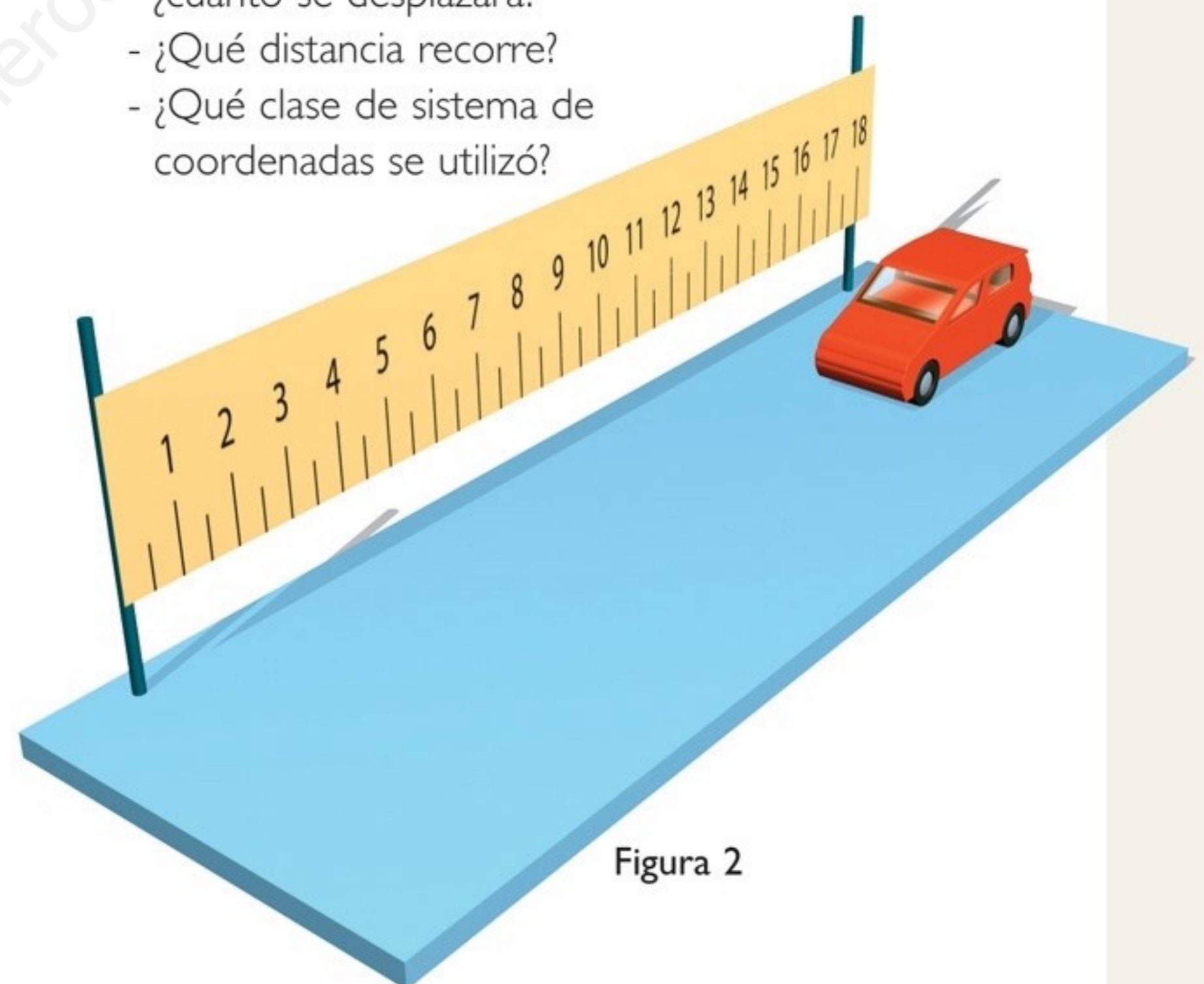


Figura 2

### ACTIVIDAD 2

- a. Realiza un cuadro resumen con los conceptos: marco de referencia, sistema de coordenadas, posición y desplazamiento de un móvil.



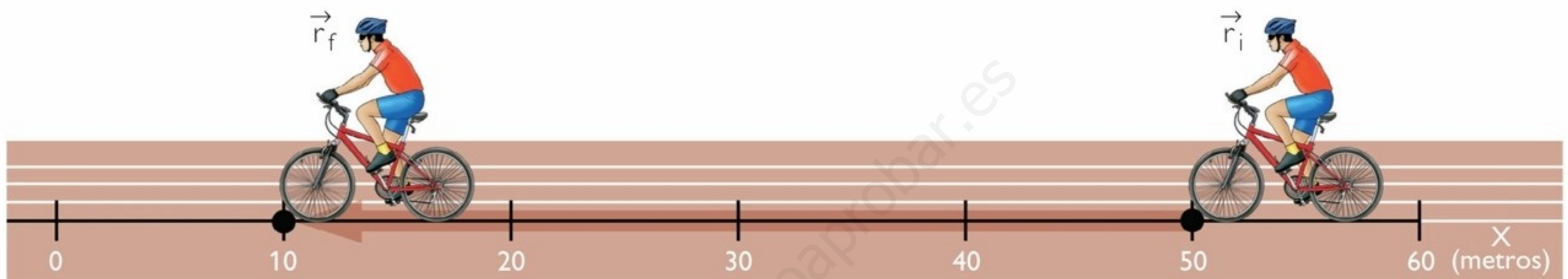
## 6. El vector velocidad

La **velocidad media**  $\vec{v}_m$  es un vector que representa la variación de la posición de un cuerpo en el tiempo, es decir, la razón entre el desplazamiento de un cuerpo  $\Delta\vec{r}$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t$  que emplea en dicho desplazamiento.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$$

En el Sistema Internacional de Unidades, la velocidad media se mide en **m/s** y su valor numérico o módulo es la **rapidez media**.

Calculemos la velocidad media de un ciclista que demora 20 segundos en avanzar desde la posición inicial  $\vec{r}_i = +50 \hat{x} \text{ m}$  hasta la final  $\vec{r}_f = +10 \hat{x} \text{ m}$ .



La velocidad media se estima como el cambio de posición en el intervalo de tiempo, es decir:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i} = \frac{(10 \hat{x} \text{ m} - 50 \hat{x} \text{ m})}{(20 \text{ s} - 0 \text{ s})} = -2,0 \hat{x} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En este caso, el movimiento es unidimensional, en la dirección horizontal, y el signo negativo indica su sentido, es decir, opuesto a la orientación del sistema de coordenadas.

Si pensamos, por ejemplo, en una competencia ciclística, es muy difícil que durante la carrera los competidores mantengan su velocidad constante. Lo más probable es que esta cambie varias veces durante el trayecto. Al finalizar la competencia podemos calcular la velocidad media del ciclista ganador, dividiendo el desplazamiento por el tiempo empleado. Pero, si reducimos el intervalo  $\Delta t$ , es decir,  $\Delta t = 2 \text{ s}$ ,  $\Delta t = 1 \text{ s}$ ,  $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ ... cada vez, obtendremos la velocidad del ciclista en instantes de tiempo más pequeños; si  $\Delta t$  se acerca a cero, obtendremos una **velocidad instantánea**.



### DATO

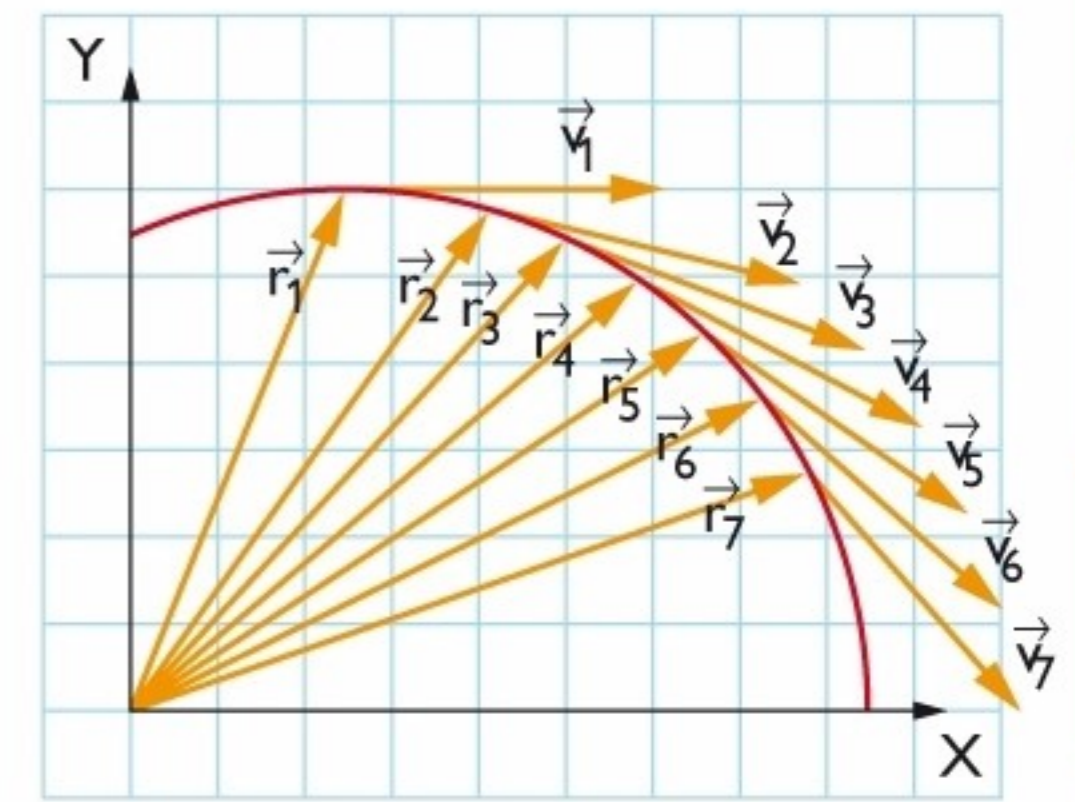
Si se trabaja en un sistema de dos dimensiones, el módulo de la velocidad media se calcula con el teorema de Pitágoras, según:  $|\vec{v}_m| = v_m = \sqrt{(v_{mx})^2 + (v_{my})^2}$ , donde  $v_{mx}$  y  $v_{my}$  son las magnitudes de las componentes  $\vec{v}_{mx}$  y  $\vec{v}_{my}$  del vector  $\vec{v}_m$ .



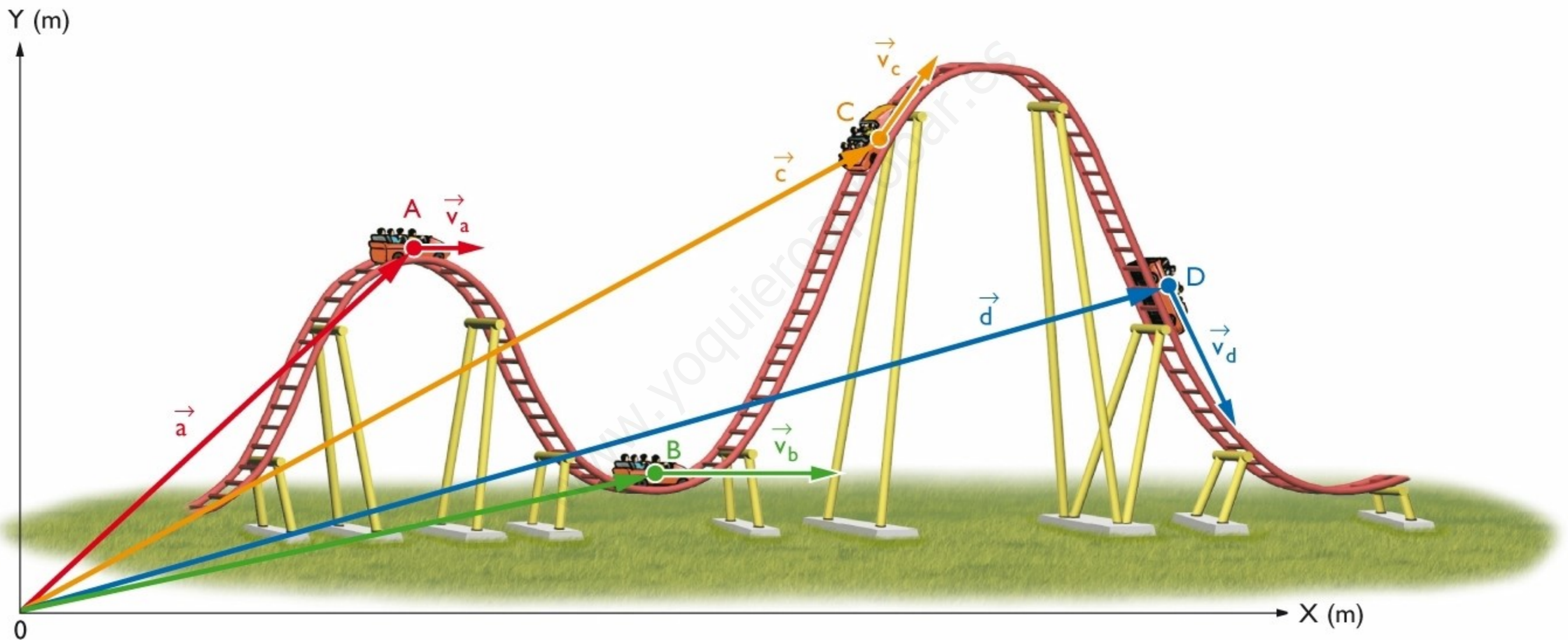
Así, la velocidad media representa la variación entre la posición final e inicial de un móvil en el intervalo  $\Delta t$ , es decir, no representa todas las variaciones de posición dentro de ese intervalo de tiempo. En tanto que la velocidad instantánea de un móvil nos dice en cada momento cuál es el valor de la rapidez y la dirección de su movimiento.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}, \text{ donde } \Delta t \rightarrow 0, \text{ es decir, el intervalo de tiempo es muy pequeño y se acerca a cero.}$$

Por ejemplo: un carro se desliza por los rieles de una montaña rusa y experimenta sucesivas variaciones en su posición y velocidad. Para analizar su movimiento, primero se define un marco de referencia apropiado (fijo en tierra) y luego se establece un sistema de coordenadas cartesiano.



El vector velocidad instantánea indica la rapidez, la dirección y el sentido del movimiento en cada instante.



- La posición del carro al pasar por los puntos A, B, C y D se representa por los vectores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  y  $\vec{d}$ .
- El vector velocidad instantánea en cada punto es **tangente** a la trayectoria.

### > ANALIZA

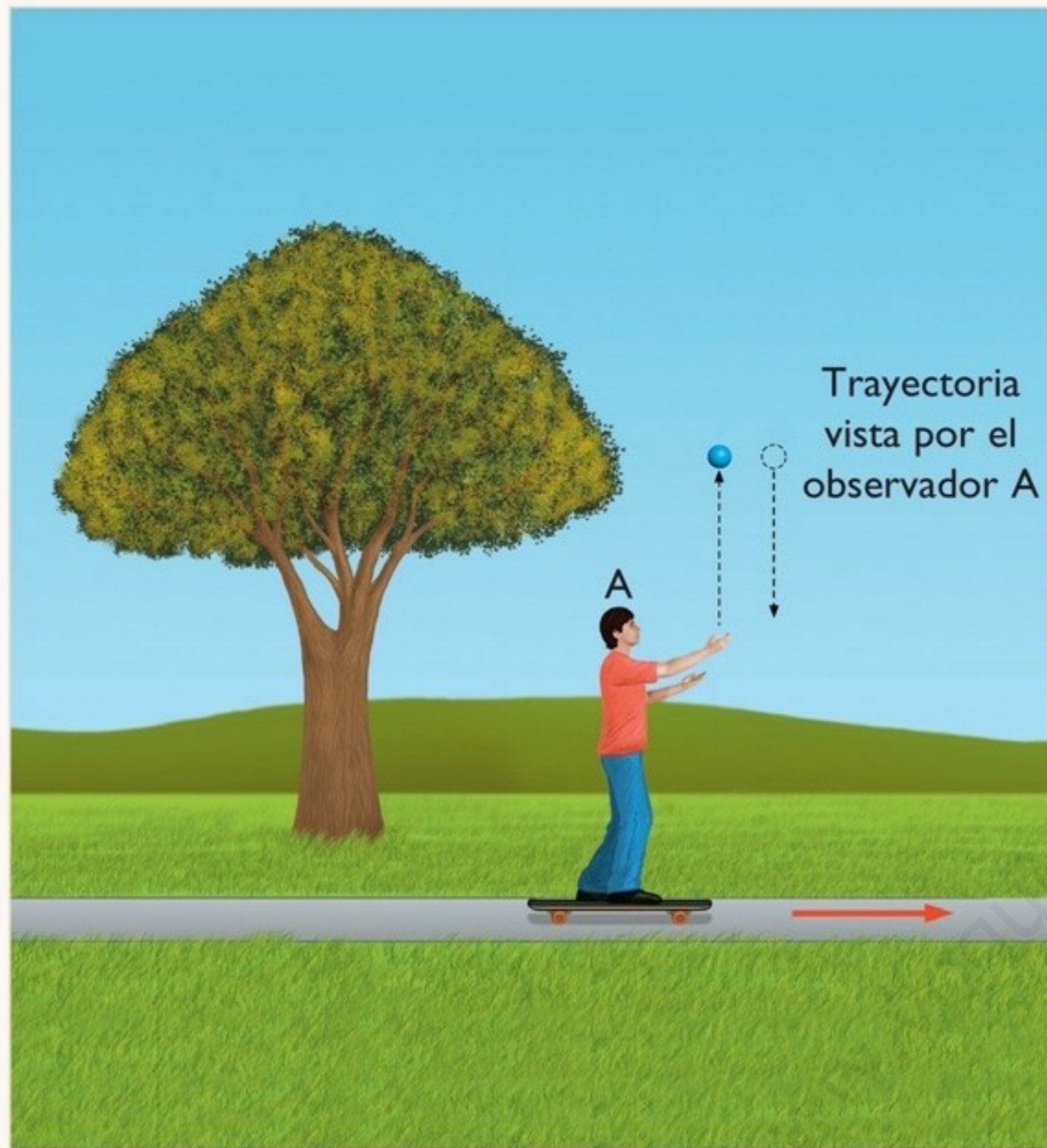
Observa el esquema de la montaña rusa y luego responde:

1. Representa el desplazamiento entre los puntos A y D.
2. Calcula la rapidez media del carro si desde A a D se desplaza 650 m en 60 s.
3. ¿La velocidad instantánea puede ser mayor que la velocidad media? Justifica.
4. ¿La suma de las distancias recorridas en los tramos AB, BC, CD será menor, igual o mayor que el valor del desplazamiento entre AD?

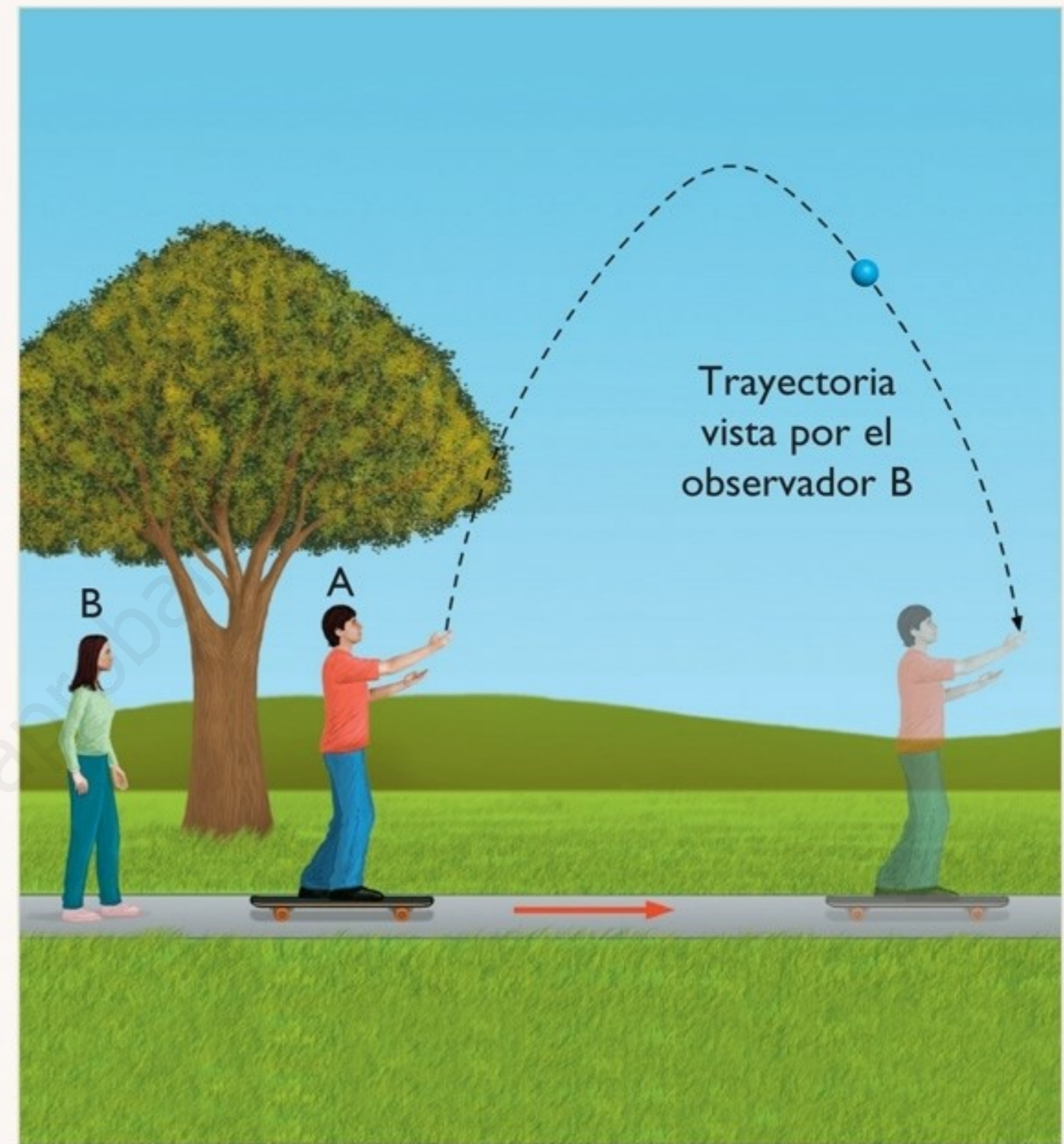


## 7. Movimiento relativo

Como hemos estudiado, cuando observamos el movimiento de un cuerpo desde distintos marcos de referencia, la descripción del movimiento cambia; por esta razón se habla de movimiento relativo, es decir, todo **movimiento es relativo al marco de referencia elegido**. Veamos un ejemplo:



Una persona sobre una patineta en movimiento lanza verticalmente hacia arriba una pelota. Si el marco de referencia lo define la persona en movimiento (A), observará que la pelota se eleva verticalmente; y luego baja en la misma forma.



Pero si el movimiento de la pelota es descrito por un segundo observador (B), cuyo marco de referencia está fijo en tierra, este verá que la pelota sigue una trayectoria curva, totalmente distinta a la descrita por la persona sobre la patineta.

Lo importante es que la situación, es decir, lo que está físicamente sucediendo, no se altera; sin importar desde qué marco de referencia se observe, la situación es la misma, solo cambia su descripción. Es usual que el movimiento de los cuerpos se describa utilizando un **marco de referencia estacionario**, o bien, considerar un sistema con velocidad constante como estacionario, por ejemplo, la superficie terrestre. Sin embargo, en otros casos conviene describir el movimiento según un **marco de referencia móvil**.



EN LA RED

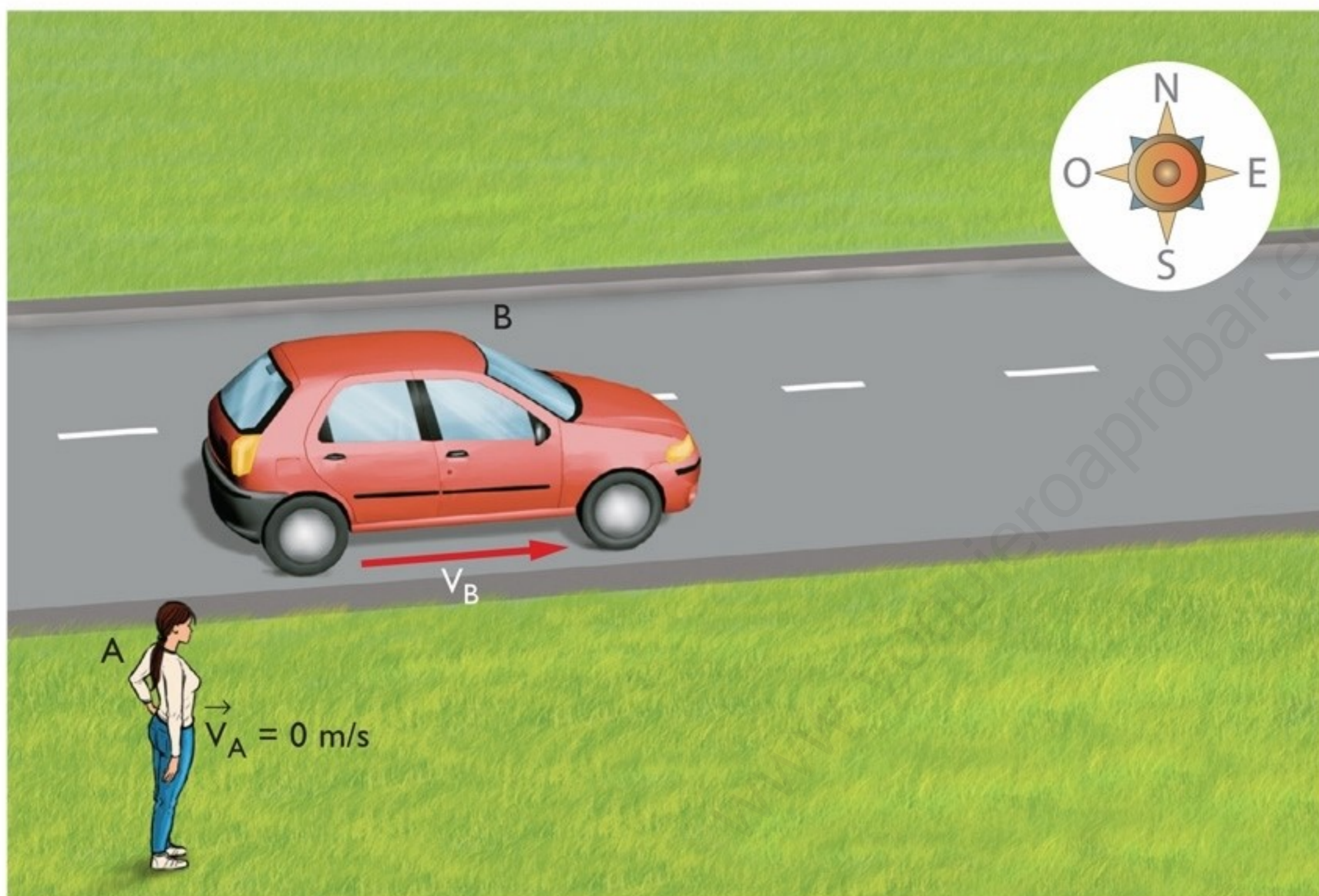
Ingresa el código MF1124 y observa la simulación del movimiento de la Luna, visto desde la Tierra y desde fuera del Sistema Solar.



## Velocidad relativa

Cuando dos observadores con diferentes marcos de referencia estudian el movimiento de un mismo cuerpo, sus medidas de velocidad pueden ser distintas, es decir, existe una **velocidad relativa** a cada observador.

Por ejemplo, una persona, que llamaremos el **observador A**, se encuentra parada al costado de una avenida. Su marco de referencia es la avenida, la cual considera fija. Ahora, una segunda persona, el **observador B**, viaja en un automóvil que se desplaza a velocidad constante. Para él, el auto es su marco de referencia fijo; sin embargo, está en movimiento.



Para el observador A, el automóvil se mueve con una rapidez determinada de oeste a este, alejándose de él.

Para el observador B, la persona en la avenida se desplaza de este a oeste, con igual rapidez que el auto.



### EN LA RED

Ingresa el código MF1125 y analiza la simulación interactiva de sistemas de referencia en movimiento.



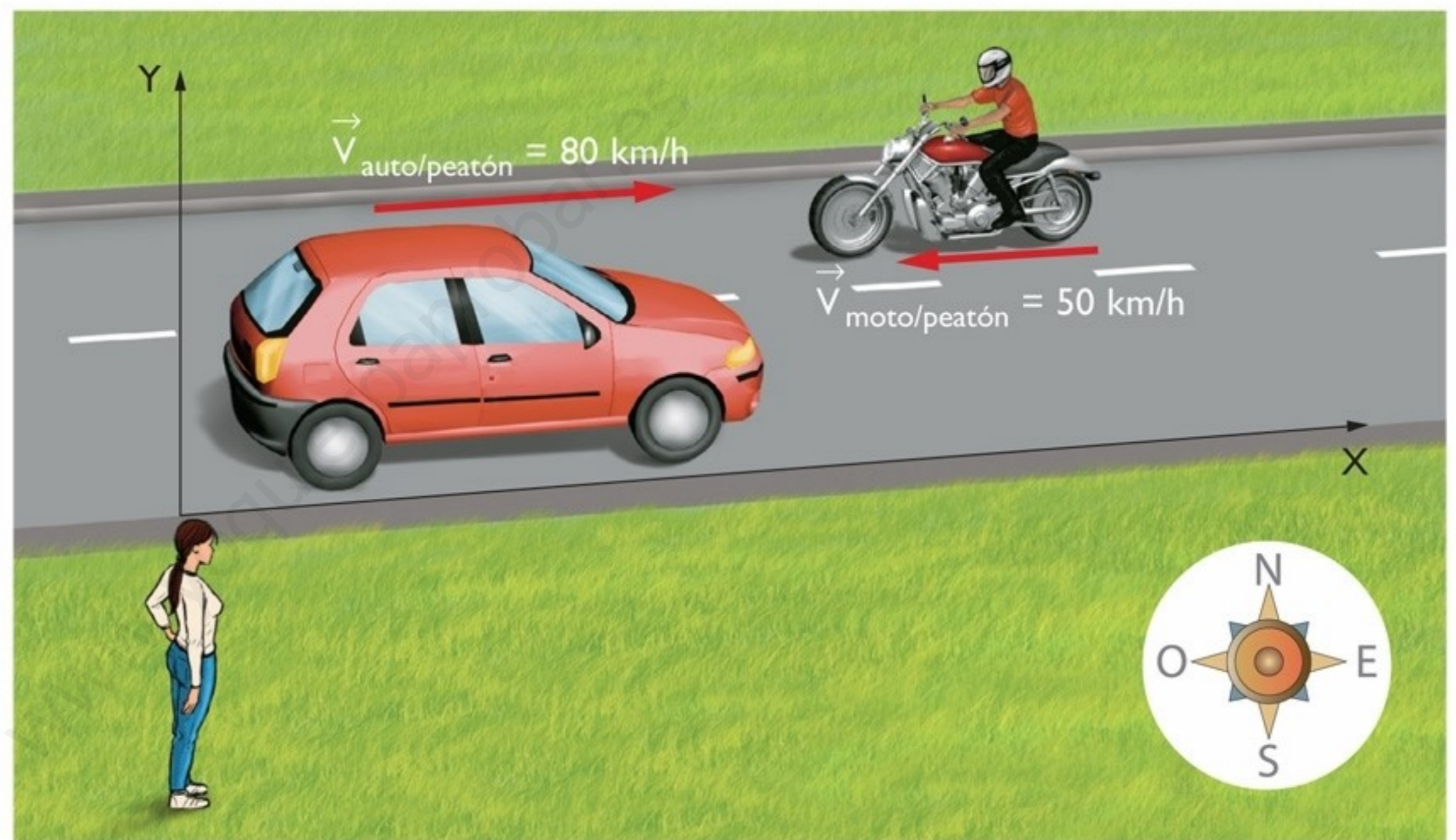
## Velocidad relativa en una dimensión

Los movimientos rectilíneos se caracterizan por desarrollarse en una dirección. En estos casos, la **velocidad de un móvil A, relativa al marco de referencia B**,  $\vec{V}_{AB}$ , se identifica con dos subíndices: el primero se refiere al objeto estudiado, A, y el segundo al marco de referencia respecto al cual se mide la velocidad, B.

La velocidad del móvil A relativa a B, se puede expresar como:

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$$

Por ejemplo, un peatón observa el movimiento de un automóvil y una moto a lo largo de una avenida en la dirección este-oeste. El panel de cada móvil indica que viajan a 80 km/h y a 50 km/h, respectivamente. En este caso, el peatón es el marco de referencia, el cual se considera fijo.



- Para estimar la velocidad del auto relativa al peatón  $\vec{V}_{\text{auto/peatón}}$ , debemos restar la velocidad del móvil a la velocidad del marco de referencia. En este caso:

$$\vec{V}_{\text{peatón}} = 0 \hat{x} \text{ km/h (el peatón está detenido); } \vec{V}_{\text{auto}} = 80 \hat{x} \text{ km/h}$$

restando las velocidades obtenemos:

$$\vec{V}_{\text{auto/peatón}} = \vec{V}_{\text{auto}} - \vec{V}_{\text{peatón}} = 80 \hat{x} \text{ km/h} - 0 \hat{x} \text{ km/h} = 80 \hat{x} \text{ km/h}$$

Entonces, el peatón observa que el auto se mueve a 80 km/h hacia el este.

- Si la moto viaja a 50 km/h hacia el oeste, su velocidad relativa al peatón  $\vec{V}_{\text{moto/peatón}}$ , es:

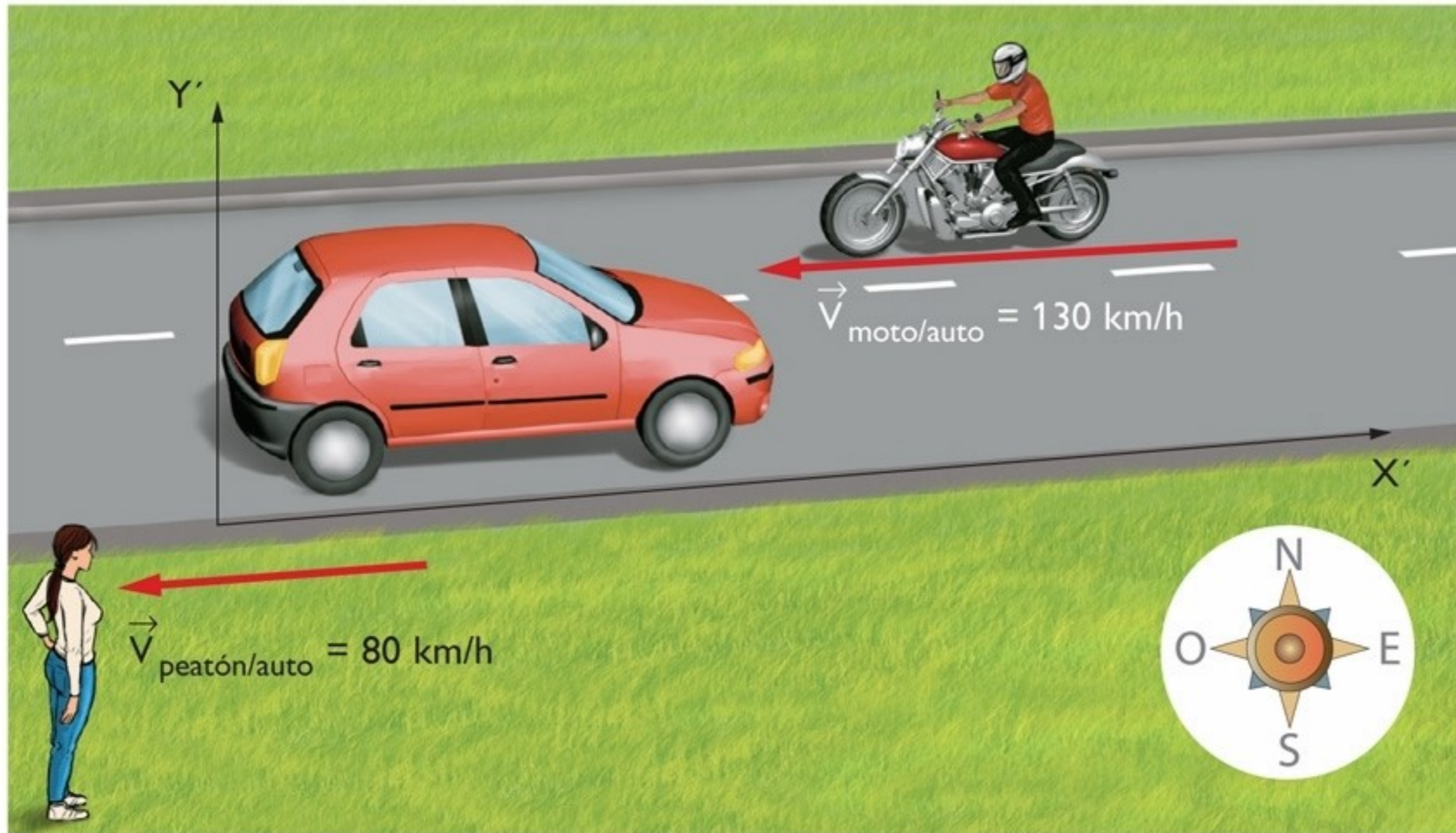
$$\vec{V}_{\text{peatón}} = 0 \hat{x} \text{ km/h; } \vec{V}_{\text{moto}} = -50 \hat{x} \text{ km/h (el signo indica el sentido del movimiento)}$$

$$\vec{V}_{\text{moto/peatón}} = \vec{V}_{\text{moto}} - \vec{V}_{\text{peatón}} = -50 \hat{x} \text{ km/h} - 0 \hat{x} \text{ km/h} = -50 \hat{x} \text{ km/h}$$

El peatón observa que la moto se mueve a 50 km/h hacia el oeste.



Ahora, utilizando el mismo ejemplo, consideremos el marco de referencia en el automóvil. El conductor observa el movimiento relativo del peatón y la moto desde su marco de referencia móvil.



- La velocidad del peatón relativa al automóvil  $\vec{V}_{\text{peatón/auto}}$  es:

$$\vec{V}_{\text{peatón/auto}} = \vec{V}_{\text{peatón}} - \vec{V}_{\text{auto}} = 0 \hat{x} \text{ km/h} - 80 \hat{x} \text{ km/h} = -80 \hat{x} \text{ km/h}$$

Entonces, el conductor del automóvil observa que el peatón se mueve hacia el oeste a 80 km/h.

- La velocidad de la moto en relación al automóvil es:

$$\vec{V}_{\text{moto/auto}} = \vec{V}_{\text{moto}} - \vec{V}_{\text{auto}} = -50 \hat{x} \text{ km/h} - 80 \hat{x} \text{ km/h} = -130 \hat{x} \text{ km/h}$$

El conductor del automóvil percibe que la moto se mueve desde el este a 130 km/h.

## > CALCULA

1. Dos motociclistas viajan en sentidos opuestos por una carretera en la dirección oeste-este con respecto al marco de referencia fijo en tierra: el motociclista A viaja hacia el este a 70 km/h y el motociclista B a 90 km/h hacia el oeste.
  - a. ¿Cuál es la velocidad relativa  $\vec{V}_{AB}$  de la motocicleta A, respecto al conductor de la moto B?
  - b. ¿Cuál es la velocidad relativa  $\vec{V}_{BA}$  de la motocicleta B, respecto al conductor de la moto A?
2. Una persona viaja en un auto por un camino recto en dirección norte-sur. Su rapidez, con respecto al suelo, es 100 km/h. Un camión viaja delante de él a 120 km/h, con respecto al suelo.
  - a. ¿Cuál es la velocidad relativa del auto con respecto al camión?



En algunas situaciones, la **velocidad de un cuerpo puede estar dada respecto a diferentes marcos de referencia.**

Supongamos que parte de la trayectoria de un río es recta y horizontal. En ese sector la rapidez del agua respecto a la orilla es 0,6 m/s. Además, un bote se mueve a favor de la corriente (río abajo).

Se sabe que la rapidez del bote es 1,4 m/s en aguas tranquilas, o sea, esta es su velocidad relativa al agua del río cuando no hay corriente; por lo tanto, también es su velocidad respecto a la orilla. Entonces, ¿cuál es la velocidad del bote relativa a la orilla cuando se mueve en el río a favor de la corriente?



Si consideramos la dirección positiva río abajo, podemos escribir:

$$\text{Velocidad del bote relativa al río: } \vec{V}_{BR} = + 1,4 \hat{x} \text{ m/s}$$

$$\text{Velocidad del río relativa a la orilla: } \vec{V}_{RO} = + 0,6 \hat{x} \text{ m/s}$$

Para obtener la velocidad del bote relativa a la orilla  $\vec{V}_{BO}$ , se suma la velocidad del bote relativa al río y la velocidad del río relativa a la orilla:

$$\vec{V}_{BO} = \vec{V}_{BR} + \vec{V}_{RO}$$

Como el movimiento se analiza en una dimensión, podemos sumar algebraicamente los vectores y mantener la dirección.

$$\vec{V}_{BO} = (V_{BR} + V_{RO}) \hat{x} \text{ m/s}$$

$$\vec{V}_{BO} = (1,4 + 0,6) \hat{x} \text{ m/s} = 2,0 \hat{x} \text{ m/s}$$

Entonces,  $\vec{V}_{BO}$  cuando se mueve a favor de la corriente del río es  $2,0 \hat{x} \text{ m/s}$ .

#### > DATO

Para resolver este tipo de ejercicios los subíndices de la suma de vectores siguen un patrón que permite establecer correctamente la ecuación:

$$\vec{V}_{\underline{BO}} = \vec{V}_{\underline{BR}} + \vec{V}_{\underline{RO}}$$

Los dos subíndices internos (R) son iguales. Los subíndices externos (B y O) son, en ese orden, los mismos de la velocidad relativa que se está buscando, es decir, los del lado izquierdo de la ecuación.

Además, al invertir los subíndices, se invierte el valor del módulo del vector:

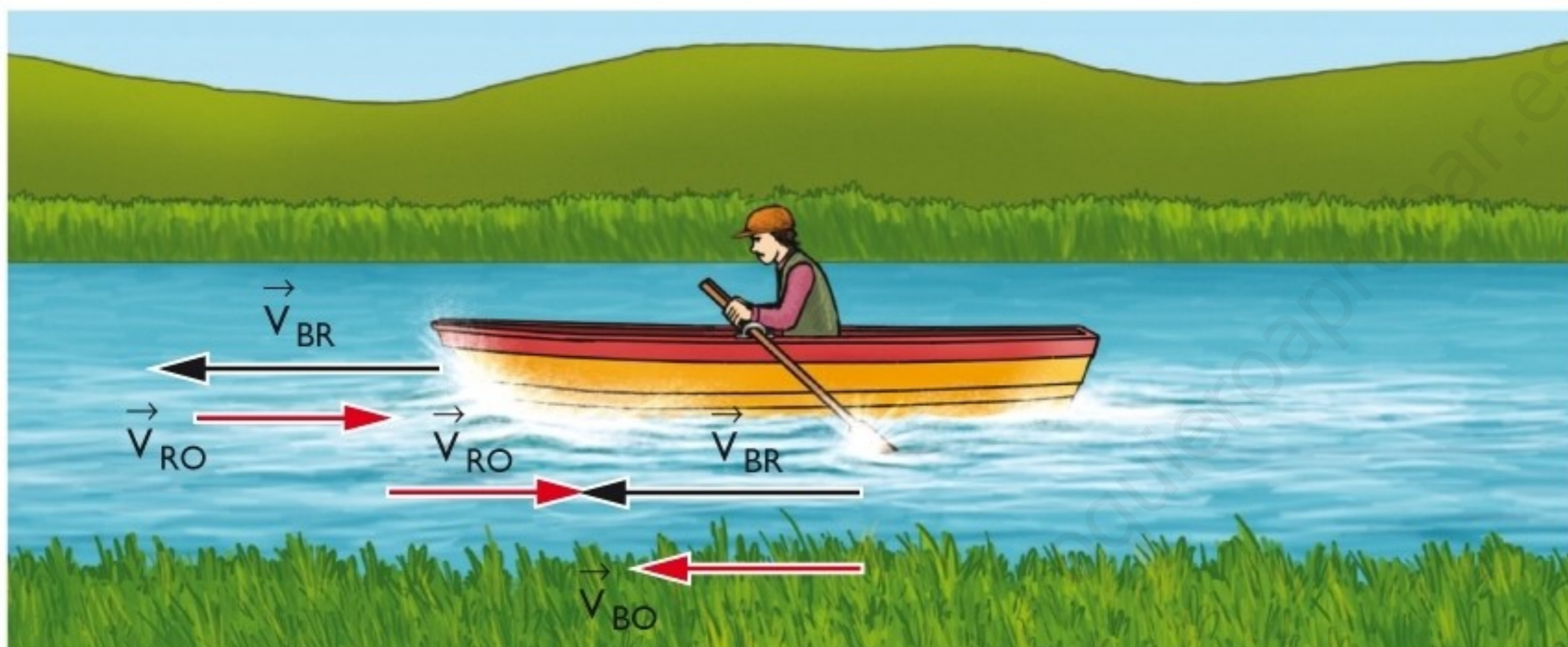
$$\vec{V}_{\underline{BO}} = -\vec{V}_{\underline{OB}}$$



Ahora, si el bote se mueve río arriba, contra la corriente, su velocidad relativa a la orilla debería ser menor, ya que se resta la velocidad del bote con la velocidad de arrastre del agua:

$$\begin{aligned}\vec{V}_{BO} &= -\vec{V}_{BR} + \vec{V}_{RO} \\ \vec{V}_{BO} &= (-V_{BR} + V_{RO}) \hat{x} \text{ m/s} \\ \vec{V}_{BO} &= -1,4 \hat{x} \text{ m/s} + 0,6 \hat{x} \text{ m/s} \\ \vec{V}_{BO} &= (-1,4 + 0,6) \hat{x} \text{ m/s} \\ \vec{V}_{BO} &= -0,8 \hat{x} \text{ m/s}\end{aligned}$$

El signo negativo del vector indica que el movimiento del bote es en sentido contrario al movimiento de las aguas del río.



### DATO

Galileo Galilei (1564-1642) fue uno de los primeros científicos que analizó y explicó la relatividad del movimiento. Él estimó la relatividad en la trayectoria y la velocidad. Analizó, por ejemplo, el caso de un observador estático que ve caer gotas de lluvia. En ausencia de viento, percibirá que las gotas describen un movimiento rectilíneo; sin embargo, para un observador en movimiento con velocidad constante, las gotas de lluvia describen líneas rectas inclinadas.



### EN LA RED

Digita los códigos MF1129A y MF1129B. En estos sitios webs encontrarás problemas, simulaciones y animaciones interactivas relacionadas con el movimiento relativo.



### ANALIZA Y CALCULA

- Un tren viaja hacia el este a una rapidez de 20 m/s relativa a una vía férrea recta y horizontal. Un pasajero camina por el pasillo del vagón en dirección contraria al movimiento del tren, a una rapidez de 1 m/s relativa al tren.
  - ¿A qué rapidez relativa a la vía férrea se mueve el pasajero?
  - Si el pasajero hubiese caminado hacia el este, ¿cuál habría sido su rapidez relativa a la vía férrea?
  - Paralela a la vía férrea hay una carretera. En ella, un automovilista se encuentra detenido ante un semáforo. ¿Qué rapidez del pasajero del tren apreciaría el conductor del auto, en las situaciones anteriores?
  - Si el auto se mueve hacia el este a una rapidez constante de 25 m/s relativa a la carretera, ¿cuál es la rapidez del tren y la del pasajero relativa al auto, en ambos casos?



# Resolución de problemas

## Movimiento y velocidad

En un río de trayectoria recta se encuentran dos muelles sobre la misma orilla. Los muelles están separados 3,0 km uno del otro y las aguas del río fluyen a 1,5 km/h. Un bote con motor hace el recorrido entre los dos muelles en la dirección de la corriente en 30 minutos. ¿Cuál es la velocidad del bote con respecto a la corriente del río?

1  
Entender el problema  
e identificar la incógnita

2  
Anotar los datos  
del problema

3  
Planificar  
la estrategia

4  
Ejecutar el plan

Respuesta

- Este es un problema de velocidad relativa. Debemos calcular la velocidad relativa del bote respecto al río  $\vec{V}_{BR}$ .

- Si consideramos positivo el sentido del movimiento de las aguas del río, la velocidad del río respecto a la orilla será:  $\vec{V}_{RO} = 1,5 \hat{x}$  km/h
- El desplazamiento entre los dos muelles es 3 km en la dirección y sentido de las aguas del río.  $\Delta\vec{r} = 3,0 \hat{x}$  km
- El intervalo de tiempo empleado en el desplazamiento es 30 minutos, es decir:  $\Delta t = 0,5$  h

- Se puede calcular la velocidad relativa del bote respecto al río  $\vec{V}_{BR}$ , según la ecuación de velocidad relativa, respetando la regla de los subíndices:  $\vec{V}_{BR} = \vec{V}_{BO} + \vec{V}_{OR}$ , donde  $\vec{V}_{BO}$  es la velocidad del bote relativa a la orilla y  $\vec{V}_{OR}$  es la velocidad de la orilla respecto al río.

- Sabemos que la velocidad del río relativa a la orilla  $\vec{V}_{RO}$  es 1,5 km/h, por lo que la velocidad de la orilla relativa al río  $\vec{V}_{OR}$  es  $-1,5$  km/h.

- Luego, calculamos la velocidad del bote respecto a la orilla:  $\vec{V}_{BO} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

- La velocidad del bote respecto a la orilla,  $\vec{V}_{BO} = \frac{3}{0,5} \hat{x}$  km/h =  $6 \hat{x}$  km/h

- Reemplazando en la ecuación de velocidad relativa:  
$$\vec{V}_{BR} = \vec{V}_{BO} + \vec{V}_{OR} = (6 \hat{x} \text{ km/h} + (-1,5) \hat{x} \text{ km/h}) = (6 - 1,5) \hat{x} \text{ km/h} = 4,5 \hat{x} \text{ km/h}$$

- El bote se desplaza a favor de la corriente con rapidez **4,5 km/h** respecto a las aguas del río.



Durante el tramo final de una maratón, los corredores se mueven en una trayectoria recta. Uno de ellos es fotografiado cuando se encuentra en  $\vec{r}_1 = 56 \text{ m}$  respecto a la meta. Exactamente 12 segundos después es fotografiado en  $\vec{r}_2 = 8 \text{ m}$  respecto de la meta. ¿Cuál es el desplazamiento del corredor entre cada fotografía?, ¿cuál es la velocidad media en este intervalo de tiempo?

1

2

3

4

Respuesta

- Es un problema de movimiento. Se debe calcular el desplazamiento y la velocidad media del corredor en los 12 segundos del tramo final de la carrera.

- Se define un sistema de coordenadas unidimensional, cuyo origen se encuentra en la meta. El corredor se aproxima a la meta y por lo tanto, sus posiciones inicial y final durante el intervalo de tiempo son negativas respecto a la meta, es decir:

$$\vec{r}_1 = -56 \hat{x} \text{ m (posición inicial)}$$

$$\vec{r}_2 = -8,0 \hat{x} \text{ m (posición final)}$$

$$\Delta t = 12 \text{ s}$$

- El desplazamiento del corredor se obtiene de su definición:  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- La velocidad media es el desplazamiento dividido por el tiempo:  $\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

- Reemplazando en las ecuaciones, se tiene:

$$\text{desplazamiento: } \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (-8 \hat{x} \text{ m} - (-56 \hat{x} \text{ m})) = (-8,0 + 56) \hat{x} \text{ m} = 48 \hat{x} \text{ m}$$

$$\text{velocidad media: } \Delta \vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{48 \hat{x} \text{ m}}{12 \text{ s}} = 4,0 \hat{x} \text{ m/s}$$

- El desplazamiento del corredor fue **48 m** en la dirección horizontal, con sentido positivo, es decir, hacia a la meta.
- La velocidad media es **4,0 m/s** en la dirección horizontal y en sentido positivo.

### > PROBLEMAS PROPUESTOS

- Un helicóptero **A** viaja hacia el norte, en línea recta, a una rapidez de 60 km/h medida respecto al viento. Un segundo helicóptero **B** lo sigue con rapidez de 70 km/h, respecto al viento. Ambos helicópteros viajan a favor del viento, cuya rapidez medida en la torre de control es 15 km/h.
  - ¿Cuál es la velocidad relativa  $\vec{V}_{AB}$  de **A** respecto a **B**?
  - ¿Cuál es la velocidad relativa  $\vec{V}_{BT}$  del helicóptero **B** respecto a la torre de control?
  - Si el helicóptero **A** cambia de sentido de viaje, ¿cuál será su velocidad relativa al viento  $\vec{V}_{AV}$ ? ¿y respecto a la torre de control  $V_{AT}$ ?
- Un jeep avanza hacia el este 100 km en 50 minutos, se detiene durante 10 minutos y luego recorre 70 km hacia el oeste en otros 30 minutos. ¿Cuál fue su velocidad media?



# Accidentes por exceso de velocidad

## Explorar el problema

A menudo somos testigos de campañas publicitarias en las que se recomienda conducir vehículos a una velocidad moderada. Esto debido a que varios estudios realizados en distintos países relacionan el exceso de velocidad con la frecuencia y la gravedad de los accidentes de tránsito.

Cuando un cuerpo aumenta su velocidad, aumenta su energía, específicamente su energía cinética, la que depende de la masa y de la rapidez del cuerpo. Un cuerpo a gran velocidad, al colisionar con cualquier obstáculo, transfiere y transforma toda la energía cinética, en otros tipos de energía, que pueden provocar deformaciones en el vehículo, además de lesiones de diversa gravedad en sus ocupantes.

En nuestro país, la Comisión Nacional de Seguridad del Tránsito (Conaset) es el organismo gubernamental encargado de difundir en la población la información acerca de los riesgos de una conducción irresponsable, es decir, a alta velocidad, en estado de ebriedad, sin respetar la señalización, sin utilizar cinturón de seguridad, etc., e implementar mecanismos que prevengan su ocurrencia. En su página web ([www.conaset.cl](http://www.conaset.cl)) existen documentos y estadísticas que permiten comprender por qué es peligroso manejar a exceso de velocidad. Por ejemplo:

- El exceso de velocidad reduce el tiempo que tiene el conductor de ejecutar una acción ante un imprevisto, pues desde el momento en que el conductor se percata de una situación de peligro, solo tendrá un intervalo de tiempo muy pequeño para reaccionar y actuar.
- Al superar el límite de velocidad establecido en una vía de tránsito, es posible que la estabilidad del vehículo y la visibilidad del conductor se reduzcan, aumentando la probabilidad de ocurrencia de accidentes.
- Mientras mayor es la velocidad de un automóvil al acercarse a un peatón o a otro vehículo, habrá más posibilidades de que el conductor estime de manera incorrecta la distancia que los separa y provoque un accidente.

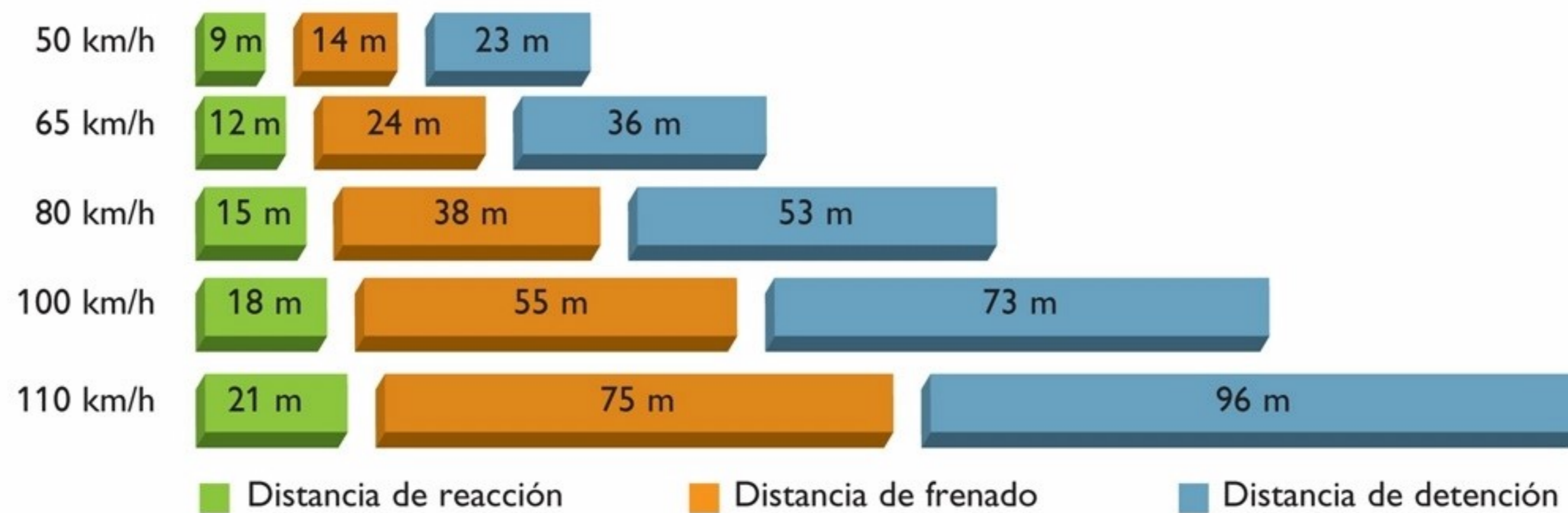
El **tiempo de reacción** es el tiempo mínimo que una persona requiere para percibir una situación y tomar una decisión al respecto. En una persona adulta el tiempo de reacción es de 0,5 a 1 segundo.

Cuando un auto circula por la carretera debe mantener una **distancia de seguridad** con el automóvil que va delante de él. Esta distancia depende de la rapidez y debe ser como mínimo el doble de la distancia que se recorre a esa rapidez en el tiempo de reacción.

En el esquema se indica cómo aumenta la **distancia de detención** de un automóvil al aumentar la rapidez. Observemos que se indica, además, la distancia que avanza el vehículo antes de que el conductor reaccione y la distancia recorrida antes de frenar completamente. La suma de ambas distancias constituye la distancia de detención total a diversas velocidades.



## Distancia de detención según rapidez



En la tabla para la distancia de reacción se considera un tiempo de reacción igual a 0,66 segundos. Este valor varía según el sujeto. La distancia de frenado es una aproximación, ya que depende del vehículo y condiciones del camino.

### Analizar el problema

A partir de la información entregada anteriormente y de su análisis, responde las siguientes preguntas.

1. De los peligros asociados al exceso de velocidad, ¿cuáles dependen exclusivamente de la percepción y reacción humana?
2. ¿A qué se debe el aumento en la distancia de reacción y de frenado cuando aumenta la rapidez del vehículo?
3. Con relación al esquema, ¿qué distancia depende de la habilidad del conductor?, ¿cuál depende del funcionamiento del vehículo?
4. ¿Qué factores externos pueden modificar la distancia de reacción?
5. ¿Qué factores externos pueden modificar la distancia de frenado?

### Tomar una decisión

1. ¿Recuerdas alguna campaña publicitaria para prevenir los riesgos por el exceso de velocidad que te haya impactado?, ¿a qué se debe?
2. Investiga en internet campañas publicitarias, vigentes en Chile, que ayuden a tomar conciencia del problema planteado.
3. Averigua qué otras medidas son importantes para evitar accidentes de tránsito y anótalas en tu cuaderno.

### Mi compromiso

A continuación se presentan algunas actividades. Elige una o varias, y realízalas en compañía de tus compañeras y compañeros, y con la guía de tu profesor o profesora.

- Elaboren una lista de las personas de la comunidad más expuestas a este tipo de peligros. Ideen un mecanismo para informarles acerca de la prevención de riesgos en el tránsito.
- Escojan una campaña informativa afín a su comunidad y averigüen la manera de reproducirla en su colegio o en su barrio.
- Elaboren una lista con medidas concretas y de conductas que pueden asumir en la vida diaria para reducir los riesgos de sufrir accidentes de tránsito.

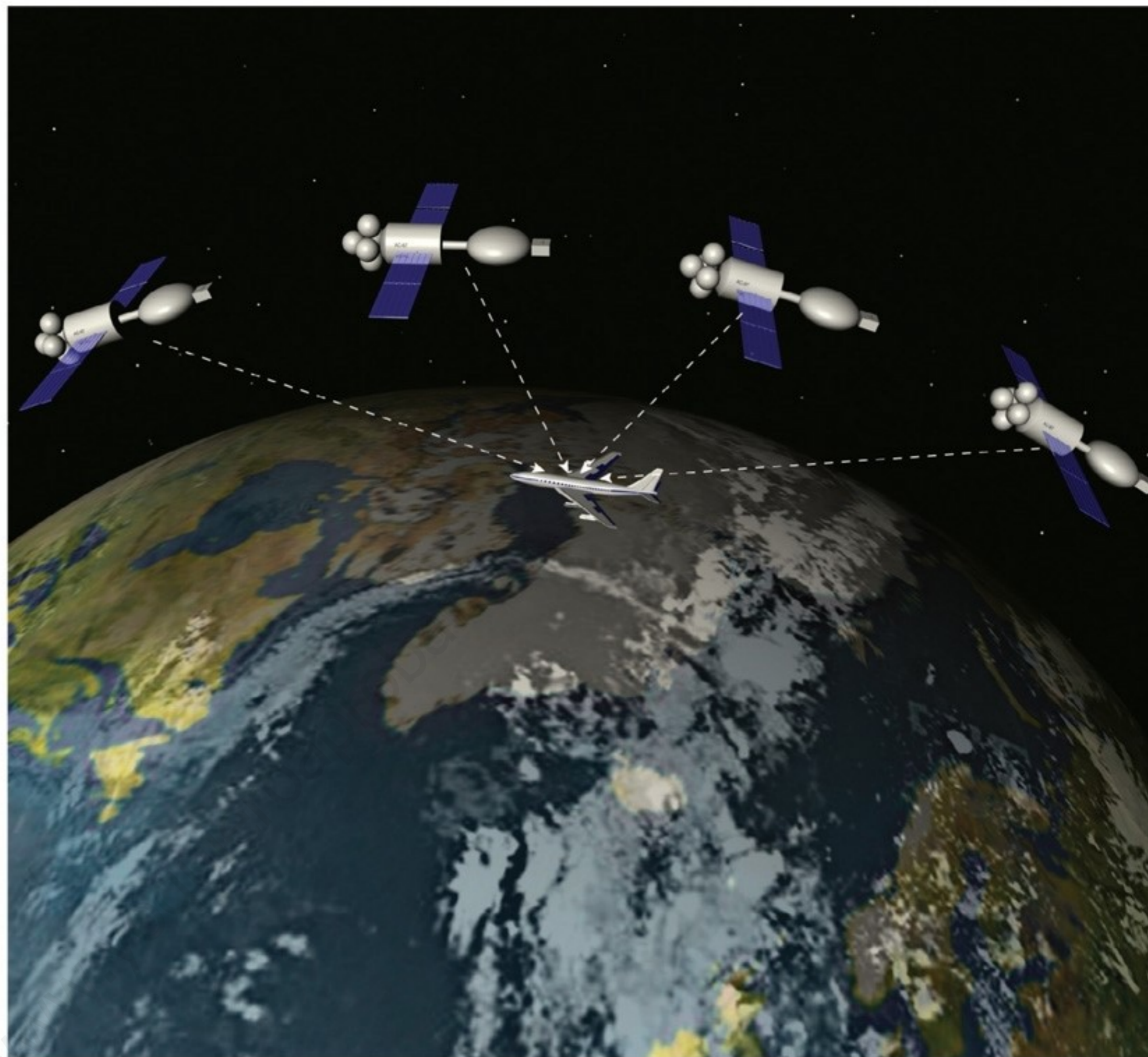


# Sistemas GPS en Chile

El sistema de posicionamiento global o **GPS** (de las siglas en inglés, *global position system*) es un sistema de veinticuatro satélites que orbitan la Tierra que permiten estimar las coordenadas espaciales de un determinado objeto o lugar.

Para determinar una posición, el receptor GPS intercambia una señal con un satélite, este al estar sincronizado con la red de satélites, estima mediante el cálculo de su propia posición, las coordenadas espaciales del receptor, es decir, en qué punto de la superficie terrestre nos localizamos. El receptor, además de estimar las coordenadas, puede medir el tiempo, de acuerdo a relojes atómicos dentro de cada satélite, de esta forma se pueden estimar otras magnitudes cinemáticas del cuerpo, como el desplazamiento, la velocidad y la aceleración.

El sistema GPS tiene diversas aplicaciones, desde la elaboración de mapas cartográficos hasta el monitoreo de los sistemas de transporte. Por ejemplo, en nuestro país el Instituto Geográfico Militar ha sido tradicionalmente la institución que ha cartografiado el territorio concentrándose en la elaboración de mapas a distintas escalas. De esa manera se ha ido conformando la **Red Geodésica Nacional** sobre la que se sustenta la estructura cartográfica del país. Actualmente, esta Red ha sido mejorada y actualizada de acuerdo a los estándares internacionales vigentes y al uso de los sistemas satelitales GPS.



Por otro lado, la geografía de nuestro país, hace necesario que los medios de transporte sean expeditos y óptimos, llevar a cabo de manera rápida y eficiente el transporte de productos y materias primas a las distintas localidades. Cada alimento que consumimos, cada prenda de vestir y cada artefacto que utilizamos, ha tenido que viajar, a veces cientos e incluso miles de kilómetros desde su lugar de origen, hasta nuestro hogar. Producto de ello, siempre ha habido preocupación y se han destinado recursos para mejorar los sistemas de transporte, y así reducir los tiempos de los recorridos y consumir menos

energía. Así, el sistema GPS se ha implementado en algunas flotas de transportes de carga y de pasajeros, de esa manera se pueden monitorear excesos de velocidad, desvíos en las rutas de un vehículo, etc. Su utilización permite diseñar rutas dinámicas y eficientes, que permitan disminuir las congestiones y los accidentes de tránsito.



## Relatividad del movimiento: de Galileo a Einstein

Mientras lees este texto estás viajando a miles de metros por segundo, junto con la Tierra, alrededor del Sol. Además, el Sistema Solar se mueve en torno al centro de la galaxia, la que a su vez se aleja a gran velocidad de otras galaxias, es decir, ¡muchos movimientos suceden a la vez!, aunque parezca que estamos quietos frente a las páginas de un libro.

Galileo Galilei observó que el movimiento de un cuerpo era relativo al sistema de coordenadas en el cual se sitúa. En esta unidad, estudiamos el sistema cartesiano, que nos permite determinar la posición de un cuerpo, en relación al origen. Galileo comprendió que la caída de una piedra desde lo alto de un mástil es vista de manera distinta por una persona sobre la cubierta del barco y por otra persona ubicada sobre un embarcadero en la orilla. Así, mientras el observador que está en el barco ve que la piedra cae en línea recta, el que se encuentra en tierra ve que la trayectoria es una parábola. Galileo postuló que las leyes físicas son las mismas, aunque los observadores estén en sistemas diferentes, siempre y cuando estos no modifiquen su velocidad, llamándolos **sistemas inerciales de referencia**.

¿Pero qué ocurriría si existiese algo que se observara de igual manera, desde cualquier sistema de referencia, que esté detenido o en movimiento? La pregunta no tuvo un sentido real, observable en la naturaleza, hasta el año

1887, en que los científicos norteamericanos Albert Michelson y Edgard Morley midieron la velocidad de la luz a favor del movimiento de la Tierra y en contra de este. Ellos esperaban encontrar, según la relatividad de Galileo, que la velocidad fuese mayor si se medía a favor del movimiento del planeta, de manera similar que al observador del embarcadero de Galileo le parecía que la piedra se mueve en dirección del barco. Sorpresivamente, encontraron que la luz ¡tenía la misma velocidad en cualquier sentido que se midiera!, es decir, si el observador se mueve o está quieto, observa la misma velocidad para la luz.

Lo anterior adquiere gran importancia cuando Albert Einstein comienza a encontrar consecuencias físicas derivadas de este fenómeno. Por ejemplo, las longitudes de los cuerpos y el tiempo se pueden dilatar o contraer si el cuerpo viaja a velocidades cercanas a la velocidad de la luz. Sus descubrimientos y predicciones los publica en 1905, en lo que se conoce como la **teoría especial de la relatividad**. Según esta teoría la velocidad de la luz es una constante universal, esto es, tiene el mismo valor en todos los sistemas de referencia inerciales. En la actualidad, este descubrimiento tiene muchas aplicaciones en la Física del átomo y particularmente en la Astronomía, donde se observan cuerpos a altas velocidades o bien distancias de grandes magnitudes.

Fuente: Archivo Editorial.

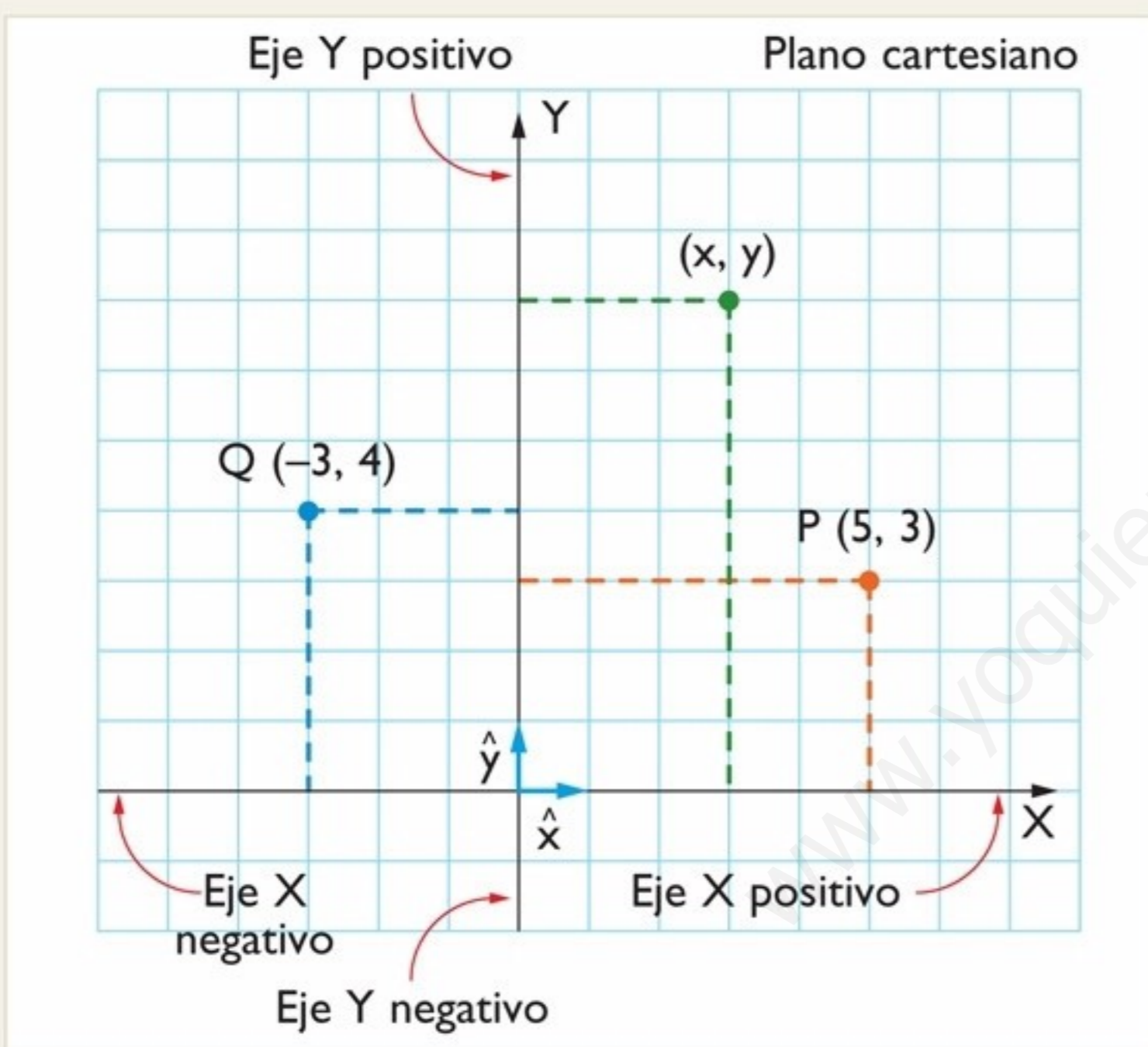
### Comprendo lo que leo

1. ¿En qué consiste el concepto de relatividad planteado por Galileo?
2. ¿Qué significa que la velocidad de la luz sea invariante?
3. ¿Cuál fue la importancia de Einstein en la reformulación del concepto de relatividad?

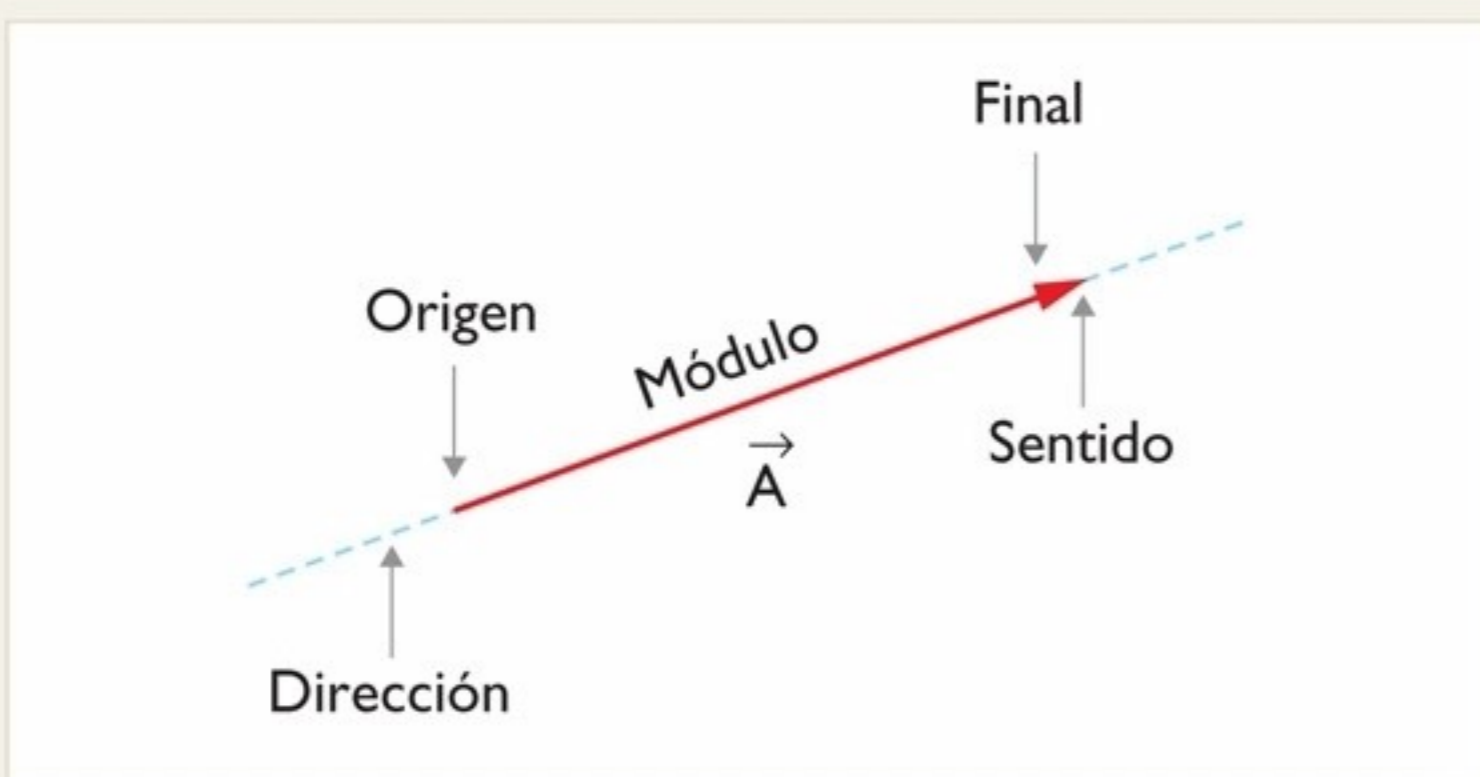


# Síntesis

- Un **marco de referencia** corresponde a un cuerpo, sistema o lugar del espacio desde el cual se puede describir la posición y el movimiento de un cuerpo. (Pág. 108)
- Un **sistema de coordenadas** corresponde a un sistema numérico que se asocia al marco de referencia para describir la posición de los cuerpos. Puede ser de una, dos o tres dimensiones. (Pág. 109)
- El **plano cartesiano** corresponde a un sistema de coordenadas que permite describir la posición de puntos en el plano y con ello el movimiento de un cuerpo en dos dimensiones. (Págs. 110 y 111)

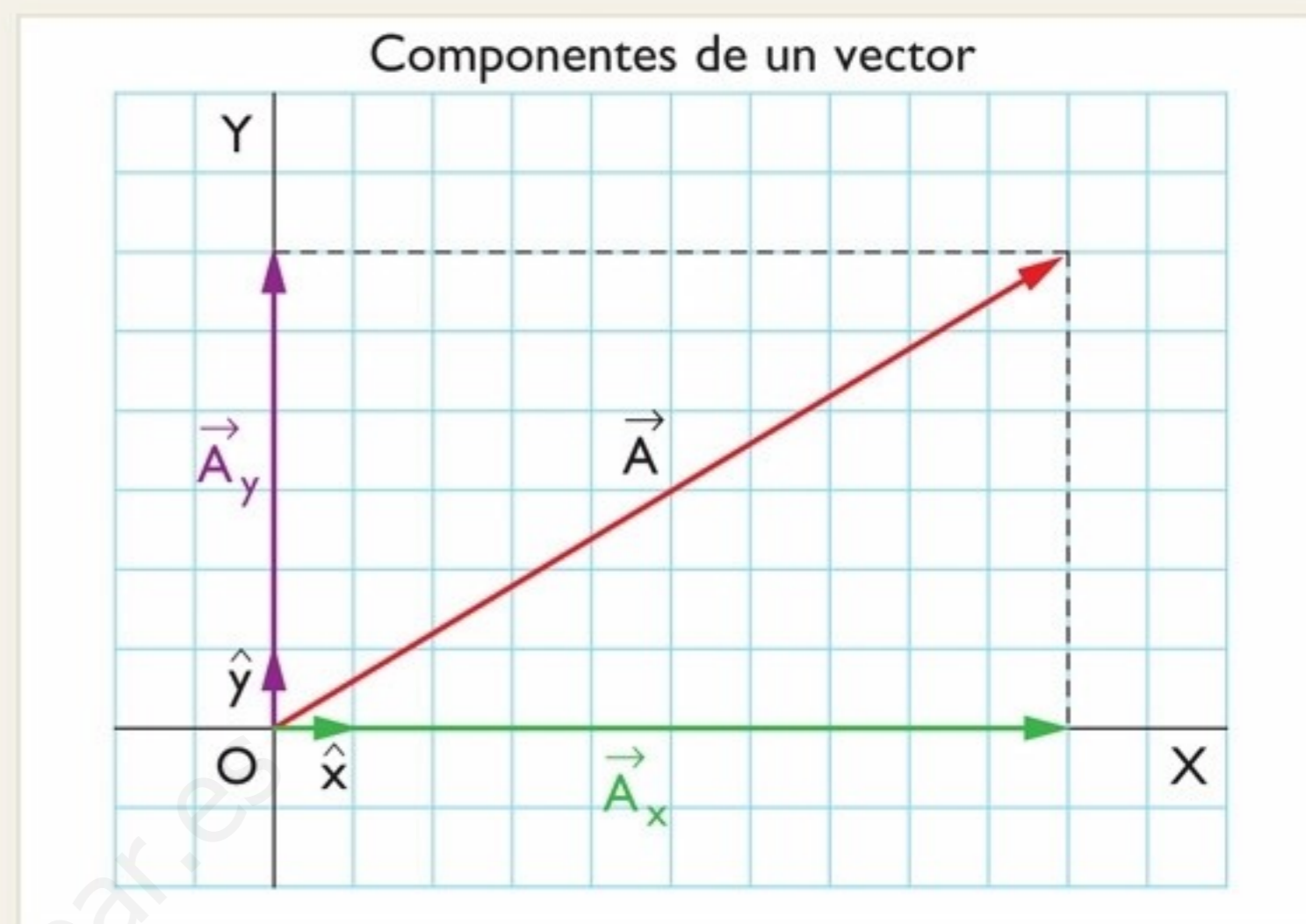


- Una **magnitud vectorial** o **vector** se describe por su **magnitud** (o valor numérico asociado a una unidad de medida), **dirección** y **sentido**. (Pág. 112)



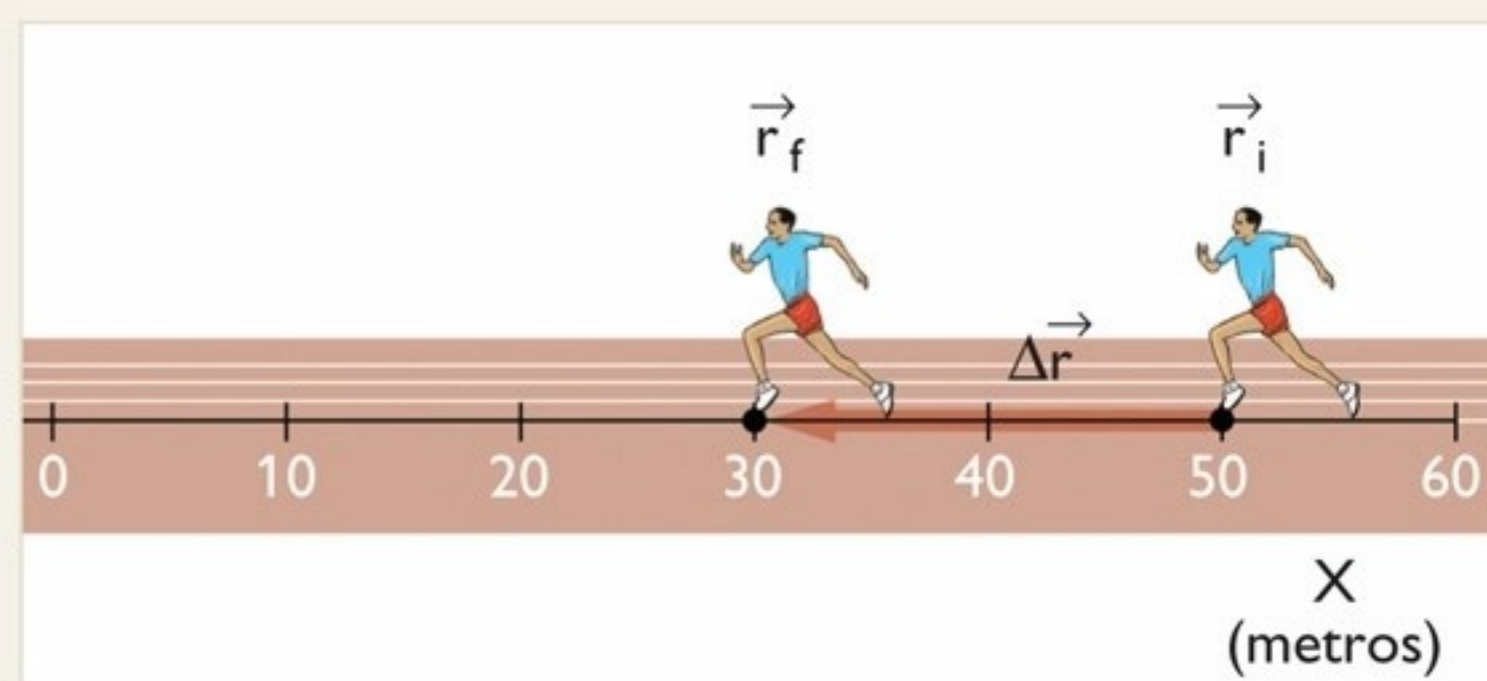
- Las **componentes de un vector** corresponden a las proyecciones de este sobre los ejes coordenados. En general es posible expresar todo vector como la suma de sus componentes. (Pág. 113)

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y = A_x \hat{x} + A_y \hat{y}$$



- La posición de un cuerpo en un sistema de coordenadas se define por el **vector posición**  $\vec{r}$ .
- La variación de la posición corresponde al **vector desplazamiento**  $\Delta\vec{r}$ .
- La **distancia recorrida** corresponde al módulo del vector desplazamiento.
- La variación de la posición, es decir, el desplazamiento de un cuerpo en el tiempo, corresponde al **vector velocidad**.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i}$$



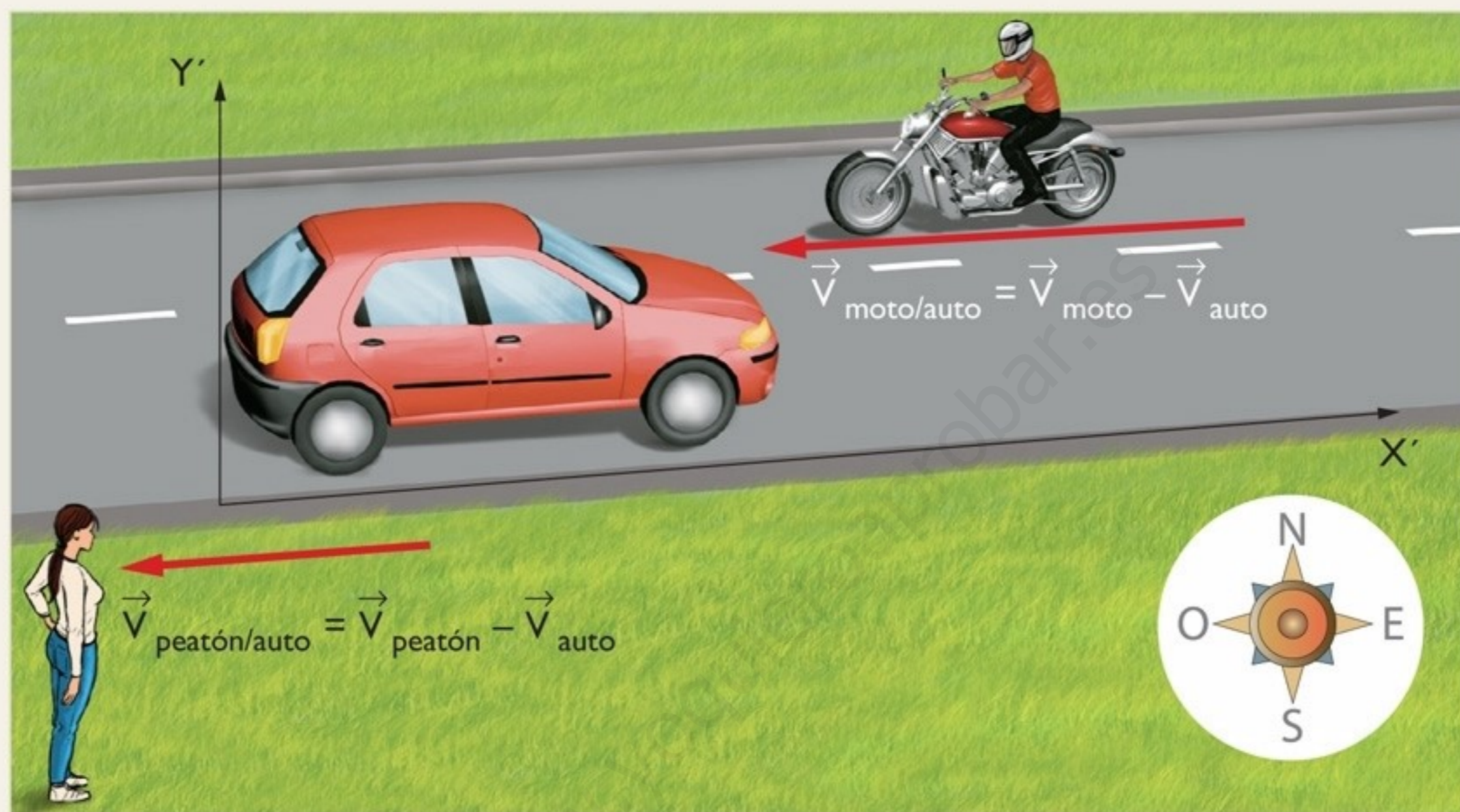
(Págs. 116 a 119)



- Cuando se define en un período amplio de tiempo se habla de **velocidad media**. En cambio, si el intervalo de tiempo se acerca a cero hablamos de **velocidad instantánea**. (Págs. 122 y 123)
- El movimiento es relativo al marco de referencia utilizado. La **velocidad relativa** corresponde a la velocidad medida por un observador relativa a su marco de referencia. (Págs. 124 y 125).
- La **velocidad relativa a un mismo marco de referencia** en un movimiento rectilíneo en igual dirección y sentido o en sentidos opuestos se obtiene por la resta de vectores. Por ejemplo, para hallar la velocidad del móvil A relativa a B, se utiliza la siguiente expresión:

$$\vec{V}_{AB} = \vec{V}_A - \vec{V}_B$$

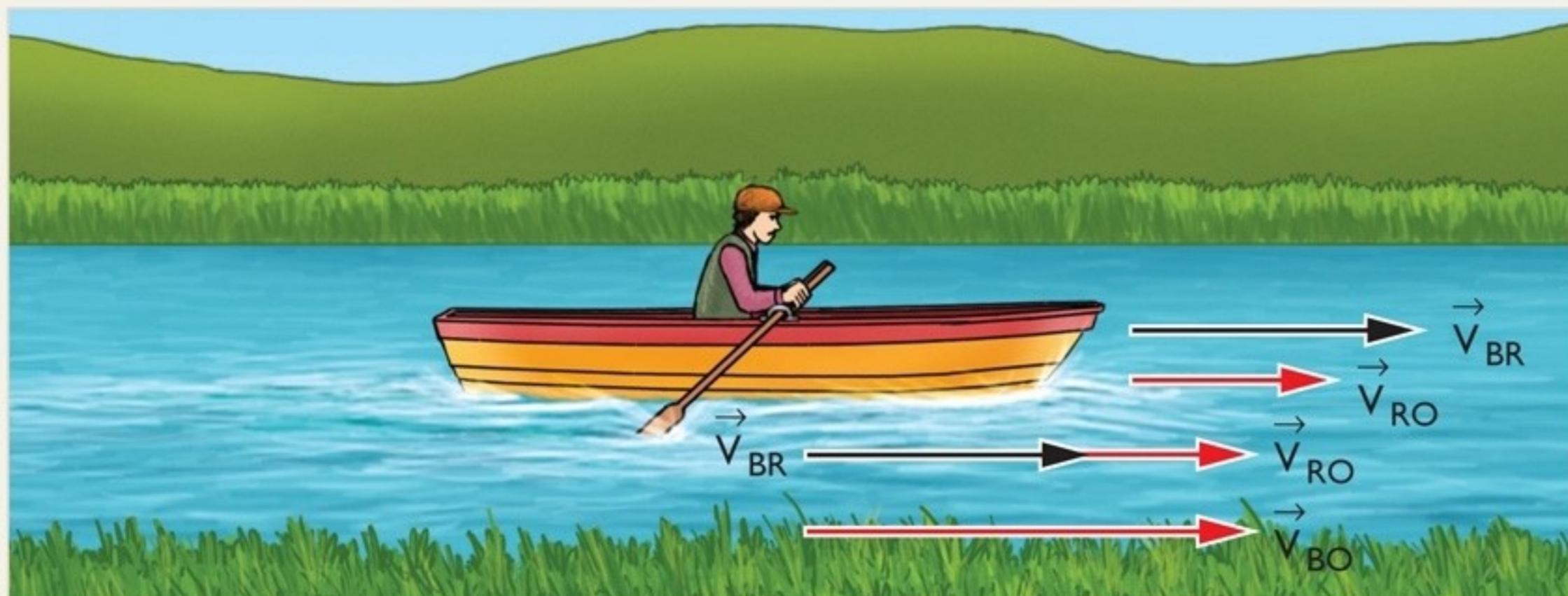
(Págs. 126 y 127).



- La **velocidad relativa respecto a distintos marcos de referencia**, en un movimiento rectilíneo en igual dirección y sentido o sentidos opuestos se obtiene mediante la suma de vectores. Por ejemplo, si la corriente de un río se mueve con cierta velocidad respecto a la orilla  $\vec{V}_{RO}$ , y un bote se mueve con velocidad  $\vec{V}_{BR}$  relativa al río. La velocidad del bote respecto a la orilla se expresa según:

$$\vec{V}_{BO} = \vec{V}_{BR} + \vec{V}_{RO}$$

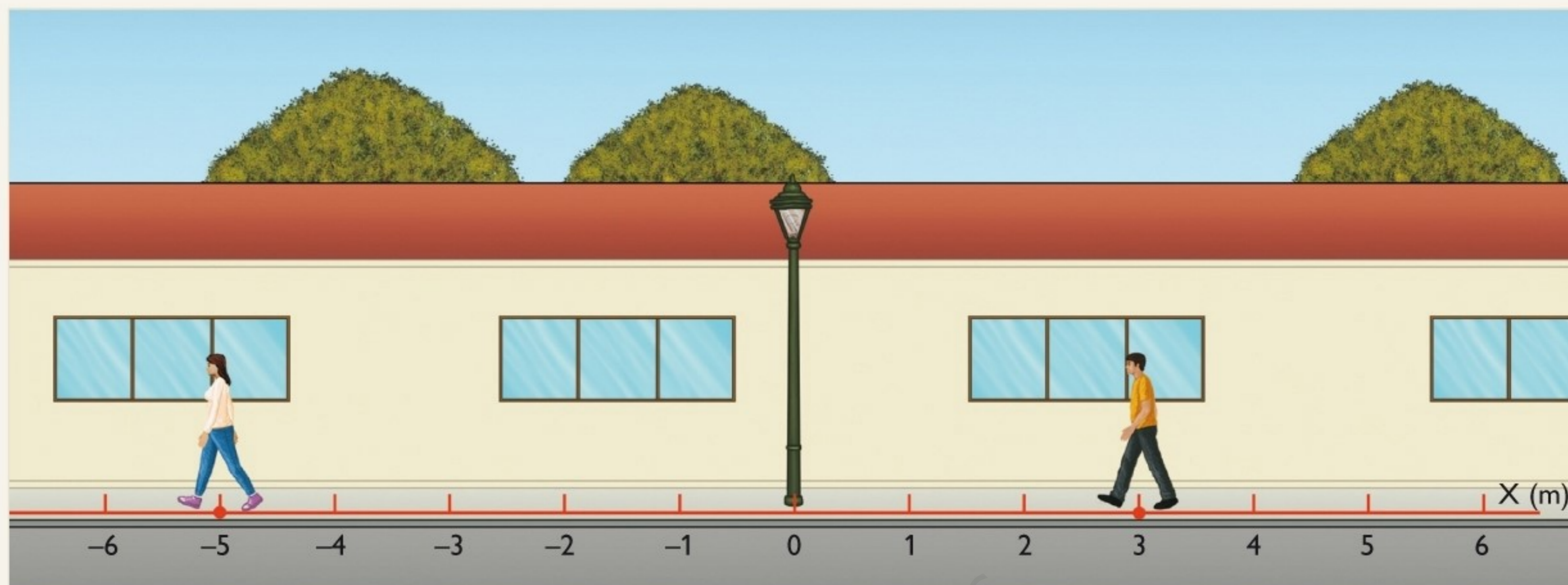
(Págs. 128 y 129).





# Evaluación final

1 El esquema representa la posición de dos personas en un instante de tiempo  $t$ :



- ¿Cuál es el marco de referencia utilizado?
- ¿Qué sistema de coordenadas se ha establecido?
- Describe los vectores de posición de cada joven.
- Si el joven camina hasta la posición de la niña, ¿cuál será el vector desplazamiento?

2 En la tabla 1 se describen las coordenadas de la trayectoria que sigue una persona en varios instantes de tiempo:

Tabla N° 1

| Posición | X (m) | Y (m) |
|----------|-------|-------|
| 1        | 0     | 5     |
| 2        | 8     | 34    |
| 3        | 22    | 25    |
| 4        | 30    | 30    |
| 5        | 40    | 30    |
| 6        | 15    | 0     |

- Representa cada posición en un sistema cartesiano de coordenadas.
- ¿En qué punto del sistema coordenado se inicia el movimiento?
- ¿Cuál es el vector desplazamiento entre las posiciones 1 y 2?
- ¿Cuál es el vector desplazamiento entre las posiciones 3 y 6?

3 Un atleta nada a lo largo del primer carril de una piscina olímpica, recorriendo 50 metros en 20 segundos. El recorrido de vuelta lo realiza en 22 segundos. ¿Cuál es su velocidad en el primer tramo, en el segundo tramo y la rapidez media durante todo el recorrido?



- 4 En las Olimpiadas de Beijing 2008, Usain Bolt obtuvo el oro olímpico en los 100 metros planos al llegar a la meta en 9,69 segundos. En la tabla 2 se muestra el tiempo registrado durante la carrera cada 10 metros.

Tabla N° 2

| Tiempo (s) | Distancia (m) |
|------------|---------------|
| 1,85       | 10            |
| 2,87       | 20            |
| 3,78       | 30            |
| 4,65       | 40            |
| 5,50       | 50            |
| 6,32       | 60            |
| 7,14       | 70            |
| 7,96       | 80            |
| 8,79       | 90            |
| 9,69       | 100           |

Fuente: www.sportsscientists.com

- a. ¿Cuál fue la velocidad media del atleta?
- b. Calcula la velocidad cada 10 m; ¿se mantiene constante? Justifica.
- c. Grafica la velocidad en función del desplazamiento, ¿cuál es la rapidez máxima alcanzada?
- 5 Diego decide visitar a Francisca, que vive en un pueblo cercano a 10 km de su casa. Emrende el viaje a las 10:00 a.m. con una rapidez de 15 km/h. Luego de 20 minutos, se detiene y descansa 10 minutos, continuando el viaje con rapidez 20 km/h hasta la casa de Francisca. A las 13:00 emprende el viaje de vuelta, sin detenciones y con rapidez constante de 12 km/h.
- a. Representa el movimiento de ida y vuelta de Diego en un gráfico distancia en función del tiempo.
- b. ¿Qué distancia recorre con rapidez 20 km/h?
- c. ¿En cuál de los viajes demora más, en el viaje de ida o de regreso a casa?
- 6 Un campesino alimenta al ganado lanzando fardos desde un tractor que se desplaza con velocidad  $5 \hat{x}$  m/s respecto a la carretera. Si cada fardo es lanzado en sentido contrario al movimiento del tractor, con velocidad  $-3 \hat{x}$  m/s, respecto al tractor, ¿cuál es la velocidad de los fardos para una persona que observa la situación desde la carretera?
- 7 Un barco viaja hacia el este, con rapidez constante de 10 m/s, respecto al agua. Un pasajero decide dar un paseo por la cubierta del barco moviéndose horizontalmente en línea recta. Determina la rapidez del pasajero respecto al agua cuando:
- a. se mueve en dirección y sentido del movimiento del barco, con rapidez de 0,5 m/s respecto a la cubierta;
- b. mantiene la dirección, pero se desplaza en sentido contrario al movimiento del barco, con rapidez 0,8 m/s relativa a la cubierta.



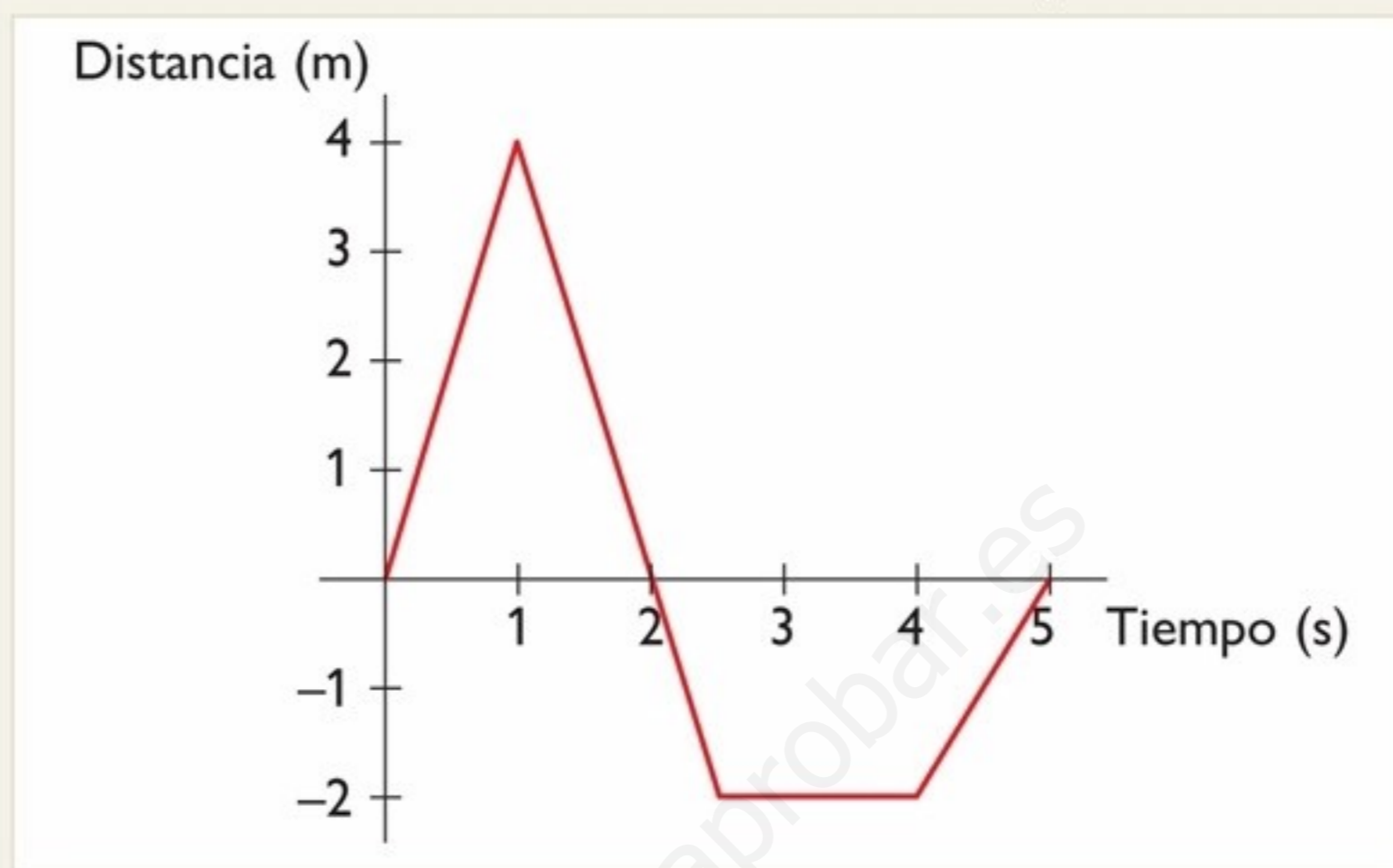
## Evaluación final

8 Un tren de alta velocidad viaja con rapidez 300 km/h, respecto al suelo. El inspector se dirige en línea recta hacia la cola del tren con rapidez 6 km/h, respecto al tren. Para un observador en tierra:

- ¿hacia dónde se mueve el inspector?
- ¿cuál es la velocidad del inspector respecto al suelo?

9 Se analiza el movimiento horizontal de un tenista durante 5 segundos. En el gráfico se observan las trayectorias en línea recta que desarrolla el deportista. De acuerdo al gráfico:

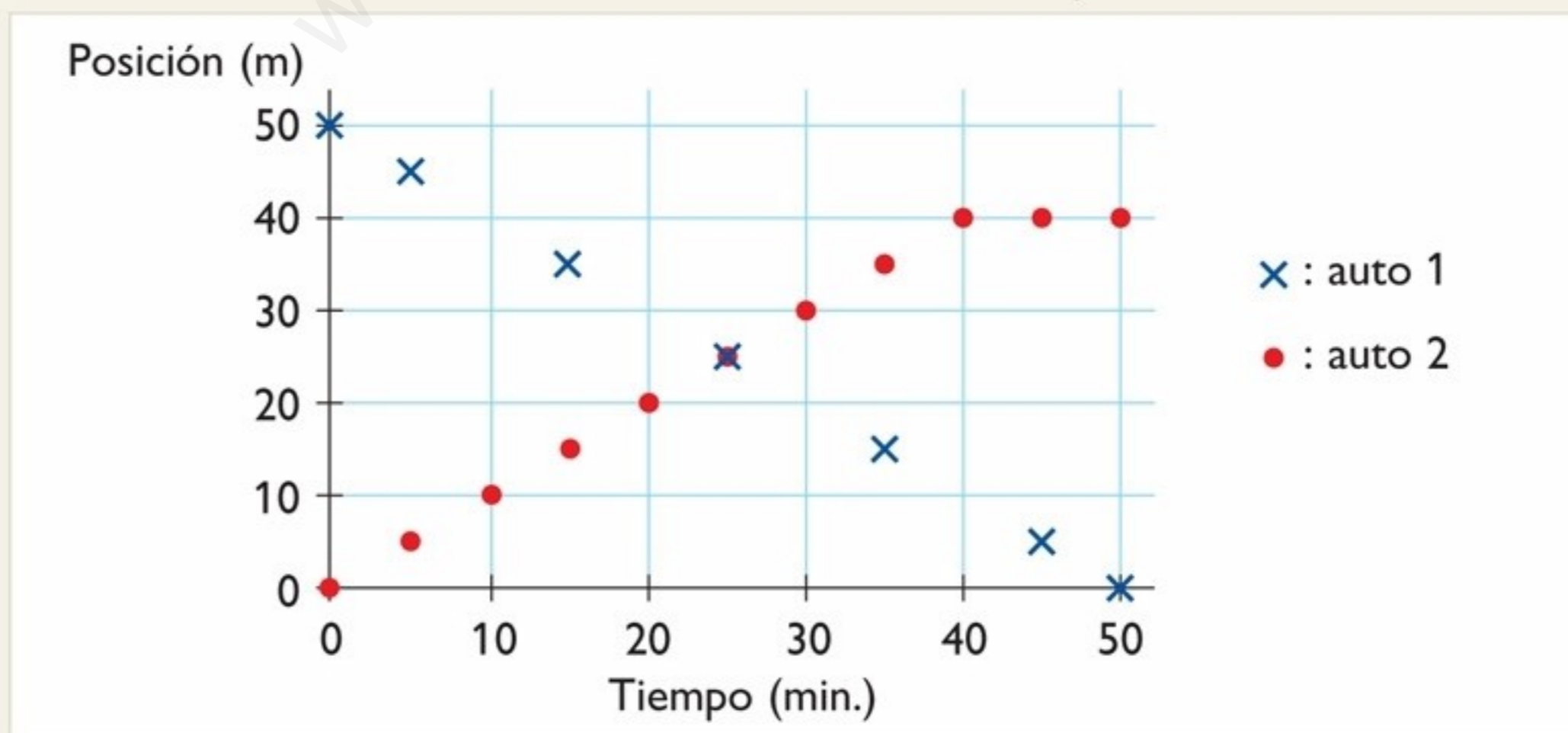
Gráfico N° 1: Distancia vs. tiempo



- ¿cuál es la rapidez media, de 0 a 4 segundos?, ¿de 1 a 5 segundos? y ¿de 0 a 5 segundos?

10 En el gráfico se muestra la posición de dos automóviles respecto al tiempo. Los puntos de cada trayectoria están representados por círculos y cruces, respectivamente.

Gráfico N° 2: Posición vs. tiempo



- Describe la posición de cada auto en  $t = 0$  minutos.
- ¿Cuál es la posición de los autos en  $t = 25$  minutos y en  $t = 35$  minutos?
- En  $t = 50$  minutos, ¿a qué distancia entre sí se encuentran los vehículos?
- ¿Cuál es la velocidad promedio de cada auto?
- ¿Cuál es la velocidad de cada auto en los últimos 5 minutos del recorrido?



## Revisio

- Revisa el **Solucionario** y luego escribe tu puntaje en el cuadro.

| DESCRIPTOR  | PREGUNTA | PUNTAJE | ¿QUÉ DEBES HACER?   |
|---|----------|---------|---|
| Representar vectorialmente la posición y el desplazamiento.                           | 1 y 2    |         | Si obtienes menos de 8 puntos, realiza la actividad 1. Si obtienes 8 puntos, realiza la actividad 2.        |
| Distinguir entre marco de referencia y sistema de coordenadas.                        |          |         |   |
| Distinguir los conceptos de velocidad media e instantánea.                            | 3, 4 y 5 |         | Si obtienes menos de 8 puntos, realiza la actividad 3. Si obtienes más de 8 puntos, realiza la actividad 4. |
| Representar gráficamente el vector velocidad.   |          |         |   |
| Reconocer situaciones en las que se describe un movimiento relativo en una dimensión. | 6, 7 y 8 |         | Si obtienes menos de 5 puntos, realiza la actividad 5. Si obtienes 5 puntos, realiza la actividad 6.        |
| Calcular la velocidad relativa de un móvil.   |          |         |   |
| Interpretar correctamente tablas y gráficos.  | 9 y 10   |         | Si obtienes menos de 8 puntos, realiza la actividad 7. Si obtienes 8 puntos, realiza la actividad 8.        |

## Actividades

- ACTIVIDAD 1.** **a.** Elabora un glosario para los conceptos: marco de referencia, sistema de coordenadas, vector de posición, desplazamiento, y da ejemplos en cada caso.  
**b.** Indica dos ejemplos en que se requiera un sistema de coordenadas bidimensional.
- ACTIVIDAD 2.** Calcula el desplazamiento  $\Delta \vec{r}$  de un móvil entre los puntos A(1, 2) y B(5, 6). Estima la distancia entre ambos puntos y la velocidad del móvil si emplea 0,5 s en desplazarse entre  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$ .
- ACTIVIDAD 3.** Define velocidad media y velocidad instantánea. Explica cuándo es apropiado utilizar cada concepto.
- ACTIVIDAD 4.** Una bacteria en cultivo se desplaza a 2 mm/s, ¿Cuánto demora en recorrer de un extremo a otro una cápsula de Petri de diámetro 8,4 cm?
- ACTIVIDAD 5.** Un auto circula por una avenida a 60 km/h respecto a la calle. ¿Cuál será su velocidad respecto a una camioneta que lo adelanta a 90 km/h? Explica.
- ACTIVIDAD 6.** Una avioneta vuela horizontalmente en línea recta con velocidad constante respecto a la Tierra. ¿Qué condiciones deben cumplirse para que un observador que viaja en automóvil, con velocidad constante, observe que la avioneta se mantiene en una posición fija?
- ACTIVIDAD 7.** ¿Cuál es el objetivo de realizar la representación gráfica de variables?, ¿qué elementos mínimos deben incluirse en la construcción de un gráfico?
- ACTIVIDAD 8.** Escribe la ecuación de la recta y explica el significado de los parámetros de dicha ecuación.



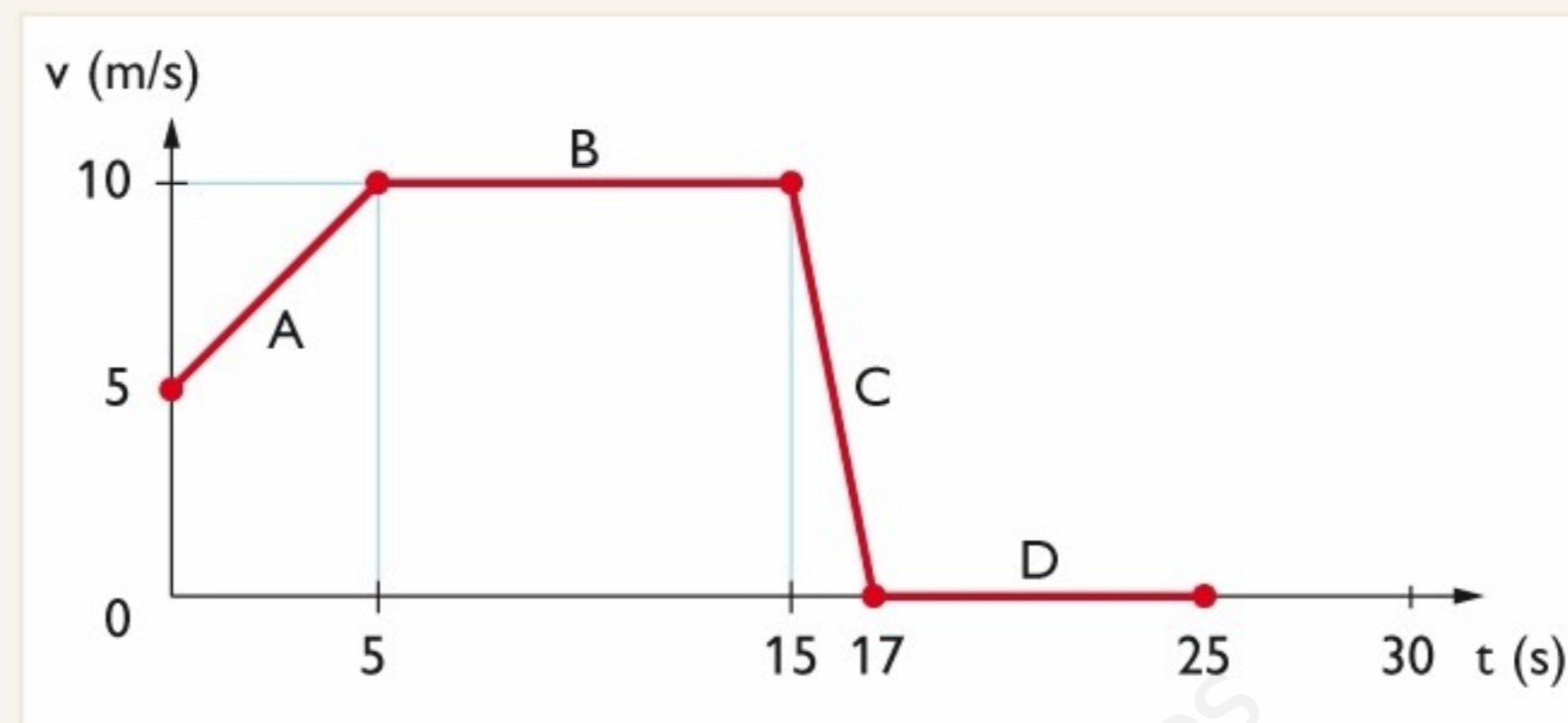
# Preparando la PSU

En esta sección, te invitamos a resolver preguntas similares a las expuestas en la PSU, cuyas claves están en el **Solucionario**. Para comenzar, revisa el análisis de una de ellas.

## Analizando una pregunta

En el gráfico 1, se observa la rapidez de un vehículo en el tiempo. A partir de la información del gráfico, contesta las preguntas 1 y 2.

Gráfico 1



1 Con relación al movimiento del vehículo se puede afirmar que:

- I. se detiene en los tramos B y D.
- II. en los tramos A y C aumenta su rapidez.
- III. alcanza una rapidez máxima en el tramo B.

- A. Solo I
- B. Solo II
- C. Solo III
- D. I y II
- E. II y III

### Corrección:

El gráfico representa la variación de la rapidez en el tiempo. La afirmación I es incorrecta, debido a que en el tramo B la rapidez es constante y mayor que 0 m/s; en cambio, en D el vehículo se encuentra detenido. La afirmación II también es incorrecta, ya que en el tramo A efectivamente aumenta la rapidez; sin embargo, en el tramo D la rapidez disminuye. La afirmación III es correcta, ya que la rapidez es máxima y constante en el tramo B, con valor 10 m/s. Por lo tanto, la alternativa correcta es C.

2 Con respecto al gráfico 1, es **falso** afirmar que:

- A. en el tramo A, su rapidez disminuye.
- B. en el tramo B, alcanza su máxima rapidez.
- C. en el tramo C, su rapidez decrece.
- D. en el tramo D, no presenta movimiento.
- E. en los tramos A y C, la rapidez varía.



3 ¿Cuál de las siguientes características no están asociadas a un vector?

- A. Rapidez
- B. Módulo
- C. Magnitud
- D. Dirección
- E. Sentido

4 Los vectores  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  tienen coordenadas  $A(2, 1)$  y  $B(1, 3)$ . El módulo del vector resultante  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$  es:

- A. 3
- B. 5
- C. 12
- D. 16
- E. 25

5 ¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

- A. La posición puede tener valor positivo o negativo.
- B. La rapidez es una magnitud vectorial.
- C. La velocidad es una magnitud vectorial.
- D. El desplazamiento es un vector.
- E. La posición se puede determinar por coordenadas.

6 ¿Cuáles de las siguientes características permiten describir el movimiento de un cuerpo?

- I. La posición.
- II. El desplazamiento.
- III. La velocidad.

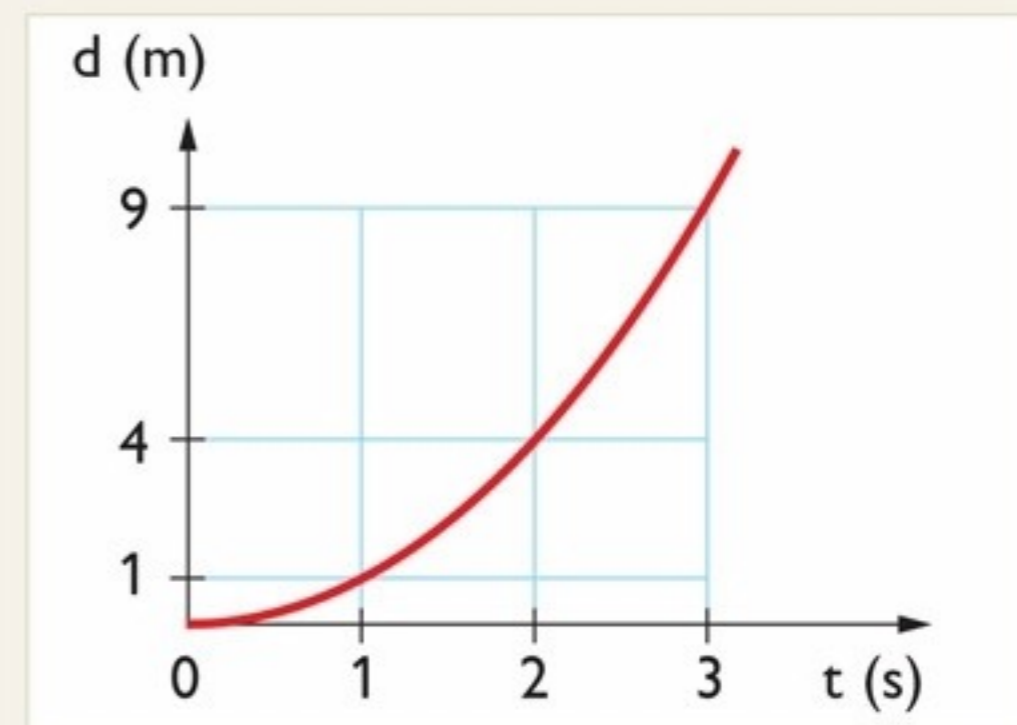
- A. Solo I
- B. Solo II
- C. I y II
- D. II y III
- E. Todas.

7 Una persona que viaja en tren camina acercándose al maquinista, en el sentido del movimiento del tren. Una persona que está al lado de la línea férrea observará que:

- A. la persona avanza más rápido que el tren.
- B. la persona se mueve con la misma rapidez del tren.
- C. la persona y el tren están detenidos.
- D. el tren se mueve más rápido que la persona.
- E. la persona retrocede.

8 En el gráfico 2 se observa el movimiento de una persona en función del tiempo. ¿Cuál de las afirmaciones es verdadera?

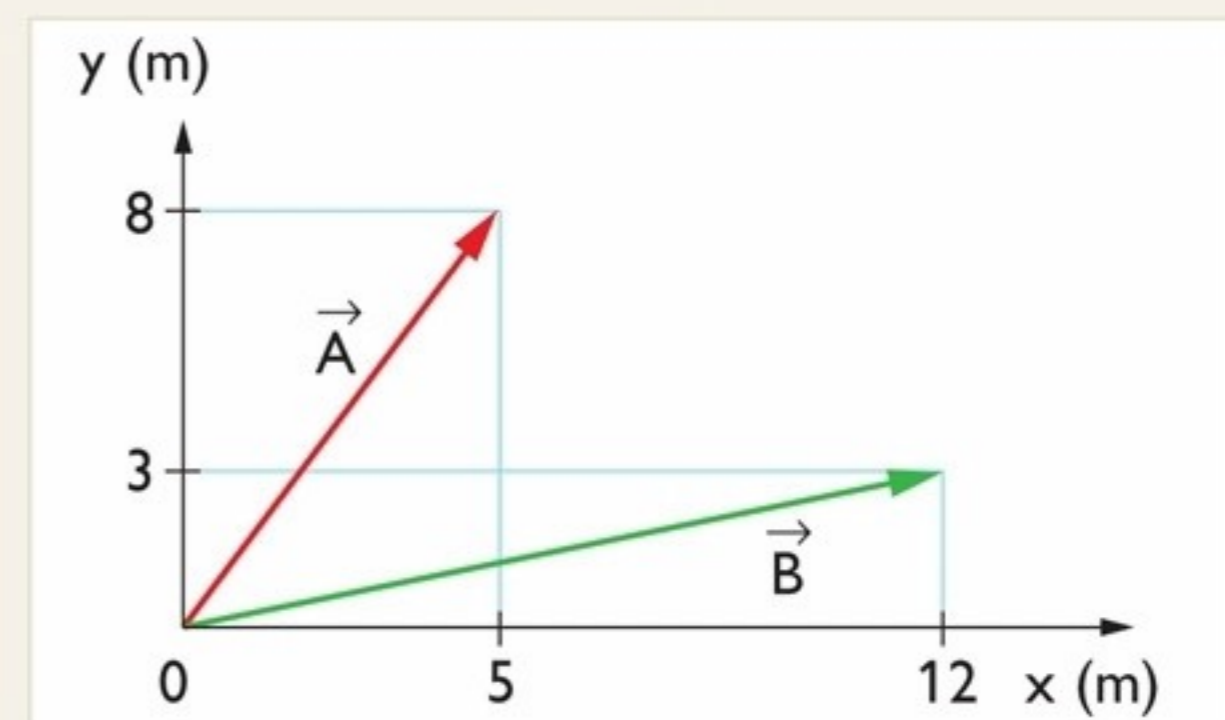
Gráfico 2



- A. La persona está en estado de reposo.
- B. A tiempos iguales, avanza distancias iguales.
- C. Avanza cada vez más rápido.
- D. Avanza cada vez más lento.
- E. La persona está retrocediendo.

9 El gráfico 3 representa los vectores de posición de un móvil en los puntos A y B, ¿qué expresión corresponde al módulo del desplazamiento, desde la posición  $\vec{A}$  hasta la posición  $\vec{B}$ ?

Gráfico 3



- A.  $A + B$
- B.  $|A + B|$
- C.  $|B - A|$
- D.  $B - A$
- E.  $\sqrt{A+B}$



## Unidad 3 Vectores y cinemática

### Evaluación diagnóstica (páginas 106 y 107)

1. 4 puntos en total.

- a. Unidimensional, rectilíneo. (1 punto)
- b. Bidimensional, en dirección vertical. (1 punto)
- c. Bidimensional, circular. (1 punto)
- d. Unidimensional y en la dirección vertical. (1 punto)

2. 3 puntos en total.

5 m/s: rapidez (1 punto); 10 m/s<sup>2</sup>: aceleración (1 punto); 150 m/s: distancia. (1 punto)

3. 2 puntos en total.

Magnitudes escalares: distancia, rapidez, energía, temperatura, entre otras. (1 punto)

Magnitudes vectoriales: desplazamiento, velocidad, aceleración, fuerza, entre otras. (1 punto)

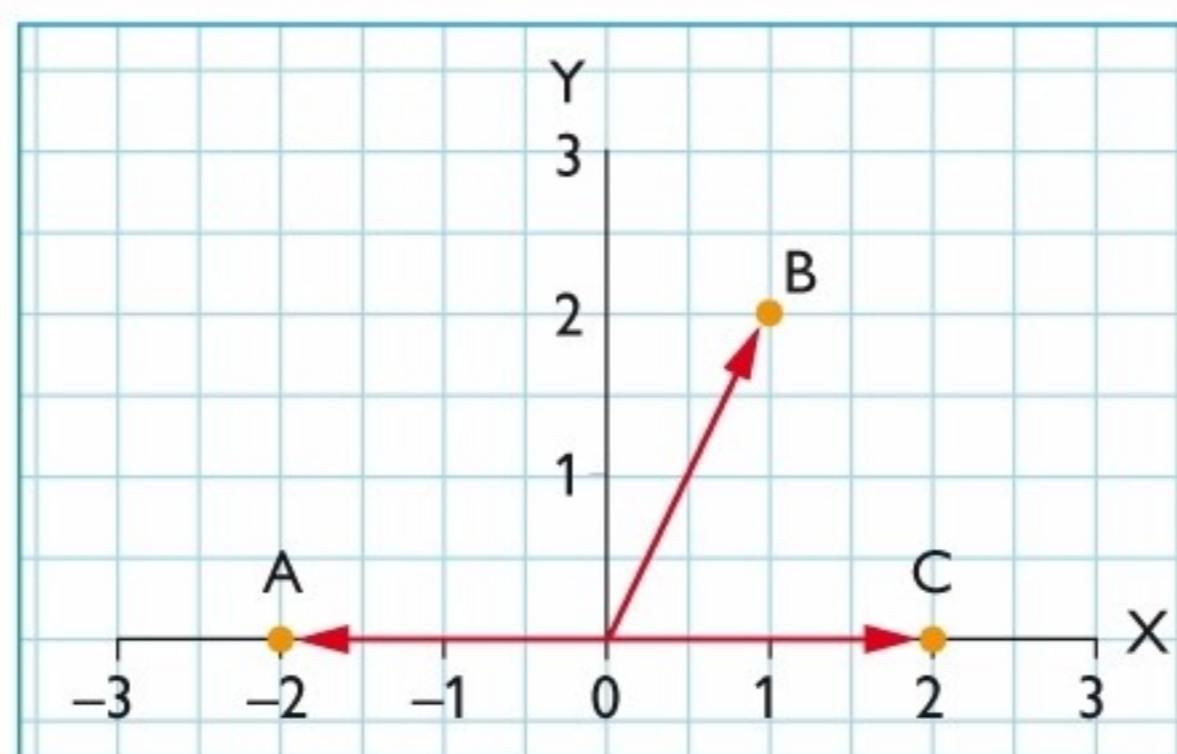
4. 4 puntos en total.

- a. 8 cm. (1 punto)
- b. 4 s. (1 punto)
- c. La rapidez aumenta en cada segundo del descenso de la esfera. (1 punto)
- d. Es un movimiento acelerado. Se puede considerar rectilíneo sobre el plano inclinado por el que desciende. (1 punto)

### Evaluación de proceso (páginas 120 y 121)

1. 4 puntos en total.

a. (1 punto)



b.  $\vec{A} = -2 \hat{x}$     $\vec{B} = \hat{x} + 2 \hat{y}$     $\vec{C} = 2 \hat{x}$ . (1 punto)

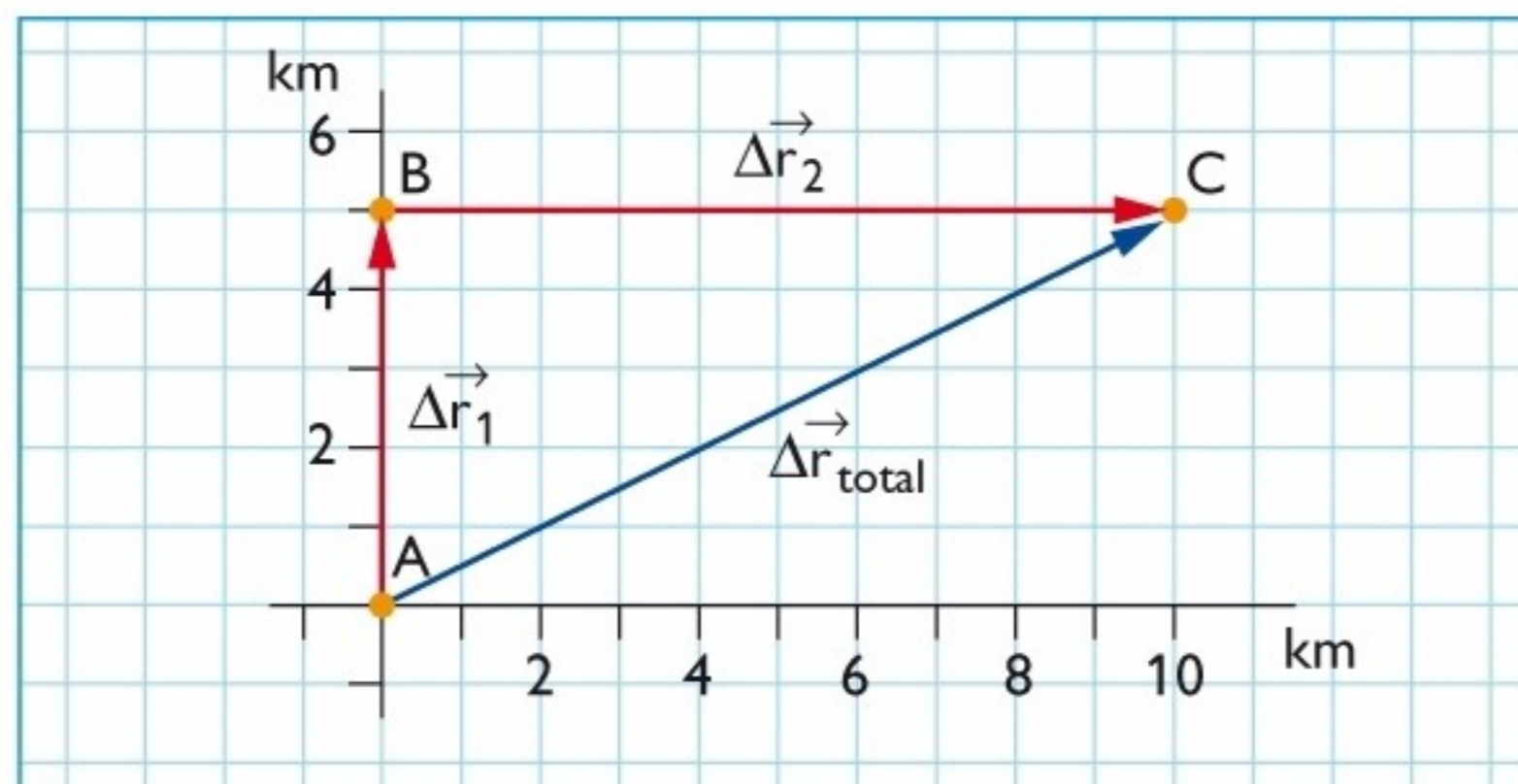
c.  $|\vec{A}| = 2$     $|\vec{B}| = \sqrt{5}$     $|\vec{C}| = 2$ . (1 punto)

d.  $\vec{B} - \vec{A} = 3 \hat{x} + 2 \hat{y}$ . (1 punto)



2. 4 puntos en total.

a. (1 punto)



b.  $|\Delta\vec{r}_1| = 5 \text{ km}$      $|\Delta\vec{r}_2| = 10 \text{ km}$      $|\Delta\vec{r}_{\text{total}}| = \sqrt{125} \text{ km} = 11 \text{ km}$ . (3 puntos)

3. 11 puntos en total.

a.  $\vec{A}_1 = -75 \hat{x} \text{ m}$      $\vec{A}_2 = 0 \hat{x} \text{ m}$      $\vec{A}_3 = 85 \hat{x} \text{ m}$ . (3 puntos)

b.  $|\vec{A}_1| = 75 \text{ m}$      $|\vec{A}_2| = 0 \text{ m}$      $|\vec{A}_3| = 85 \text{ m}$ . (3 puntos)

c.  $\Delta\vec{A}_2 = 85 \hat{x} \text{ m}$ . (1 punto)

d.  $\vec{A}_1 = -10 \hat{x} \text{ m}$      $\vec{A}_2 = -65 \hat{x} \text{ m}$      $\vec{A}_3 = 150 \hat{x} \text{ m}$ . (3 puntos)

e.  $\Delta\vec{A}_2 = 85 \hat{x} \text{ m}$ . (1 punto)

## Evaluación final (páginas 138 y 141)

1. 4 puntos en total.

a. El farol del centro de la imagen. (1 punto)

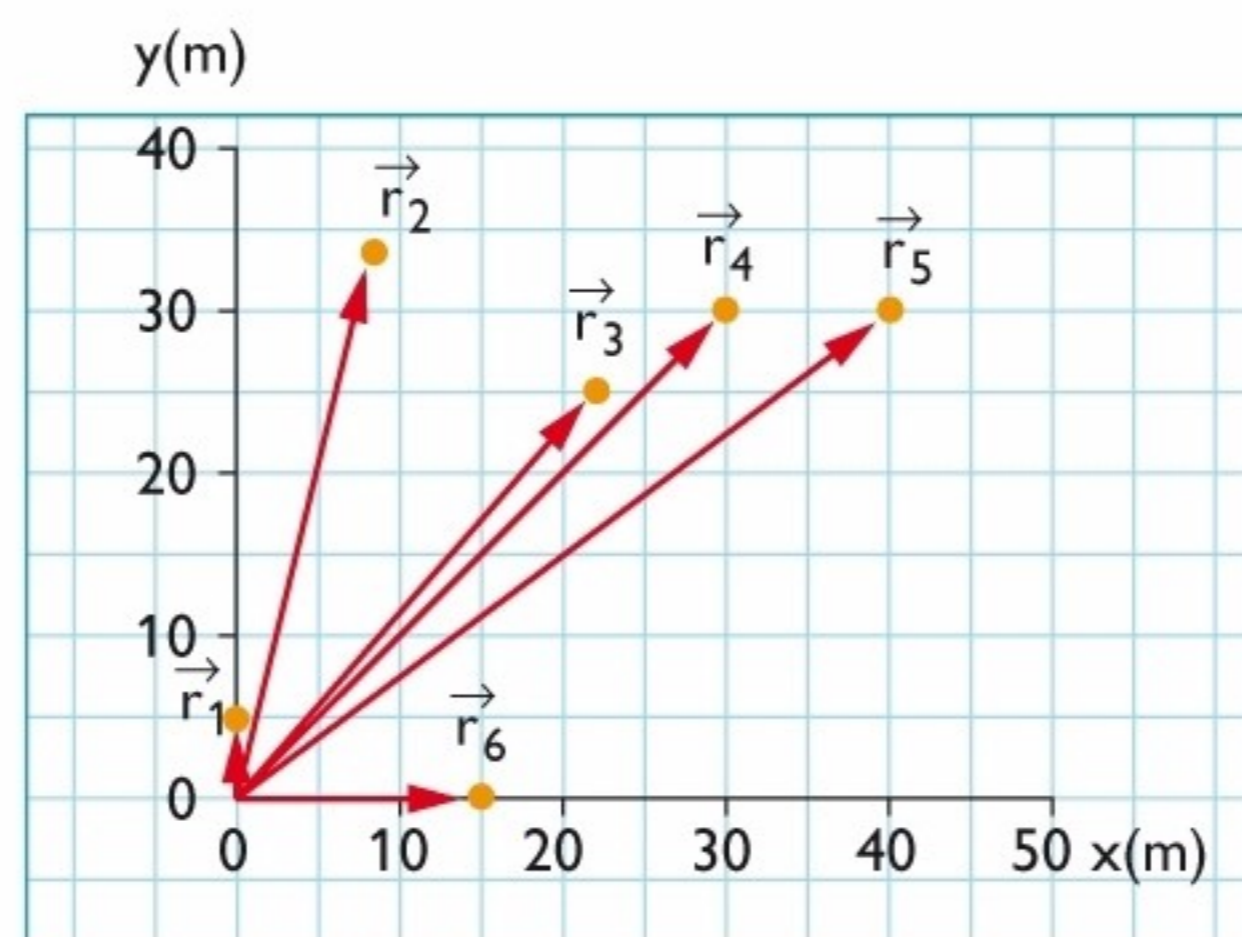
b. Un sistema cartesiano unidimensional en dirección x. La unidad de medida es el metro. (1 punto)

c. Los vectores de posición serán:  $\vec{r}_1 = 3 \hat{x} \text{ m}$      $\vec{r}_2 = -5 \hat{x} \text{ m}$ . (1 punto)

d.  $\Delta\vec{r} = -8 \hat{x} \text{ m}$ . (1 punto)

2. 4 puntos en total.

a. (1 punto)





- b. El movimiento parte en el punto  $5 \hat{y}$ . (1 punto)
- c. El desplazamiento entre la posición 1 y 2 será:  $\Delta \vec{r}_{1-2} = (8 \hat{x} + 29 \hat{y})$  m. (1 punto)
- d. El desplazamiento entre la posición 3 y 6 será:  $\Delta \vec{r}_{6-3} = -(7 \hat{x} + 25 \hat{y})$  m. (1 punto)

3. 3 puntos en total.

Suponiendo un movimiento unidimensional a lo largo del eje X:

- a. En el primer tramo  $\vec{v}_1 = 2,5 \hat{x}$  m/s. (1 punto)
- b. En el segundo tramo  $\vec{v}_2 = 2,3 \hat{x}$  m/s. (1 punto)
- c.  $\vec{v}_m = 2,4 \hat{x}$  m/s. (1 punto)

4. 5 puntos en total.

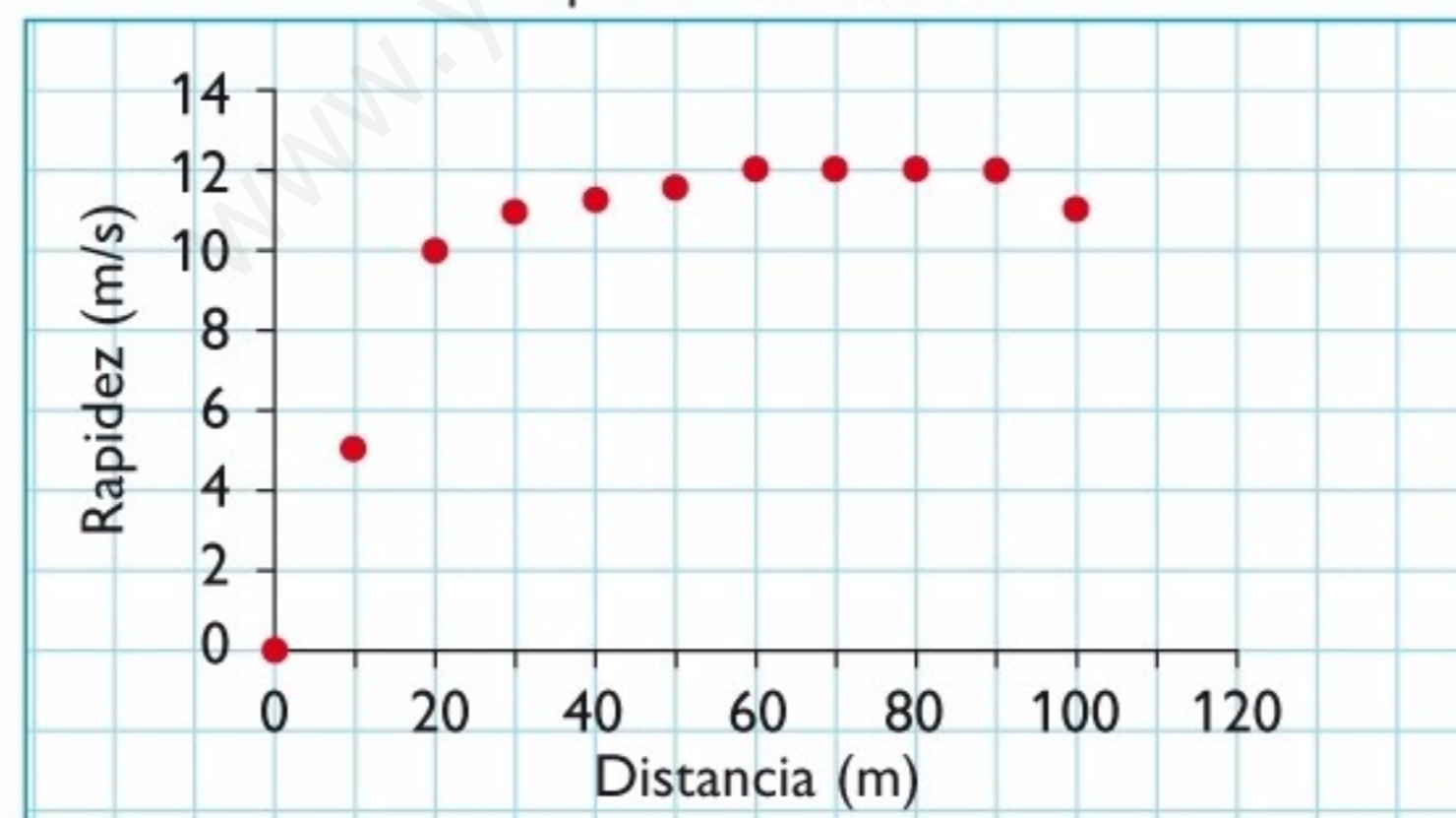
Considerando que el movimiento del atleta es unidimensional a lo largo del eje x.

- a. La velocidad media  $\vec{v}_m = 10,3 \hat{x}$  m/s. (1 punto)
- b. La velocidad cada 10 metros se calcula según la tabla de datos, de acuerdo con la distancia recorrida (10 m) y el tiempo empleado en recorrer esa distancia, es decir  $t = t_f - t_i$ . (2 puntos)

|               |   |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------|---|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Tiempo (s)    | 0 | 1,9 | 2,9 | 3,8  | 4,7  | 5,5  | 6,3  | 7,1  | 8,0  | 8,8  | 9,7  |
| Distancia (m) | 0 | 10  | 20  | 30   | 40   | 50   | 60   | 70   | 80   | 90   | 100  |
| Rapidez (m/s) | 0 | 5,4 | 9,8 | 11,0 | 11,5 | 11,8 | 12,2 | 12,2 | 12,2 | 12,0 | 11,1 |

- c. La mayor rapidez se logra entre los 60 y 80 m, en los cuales Bolt se desplazó a 12,2 m/s. (2 puntos)

Rapidez vs. distancia

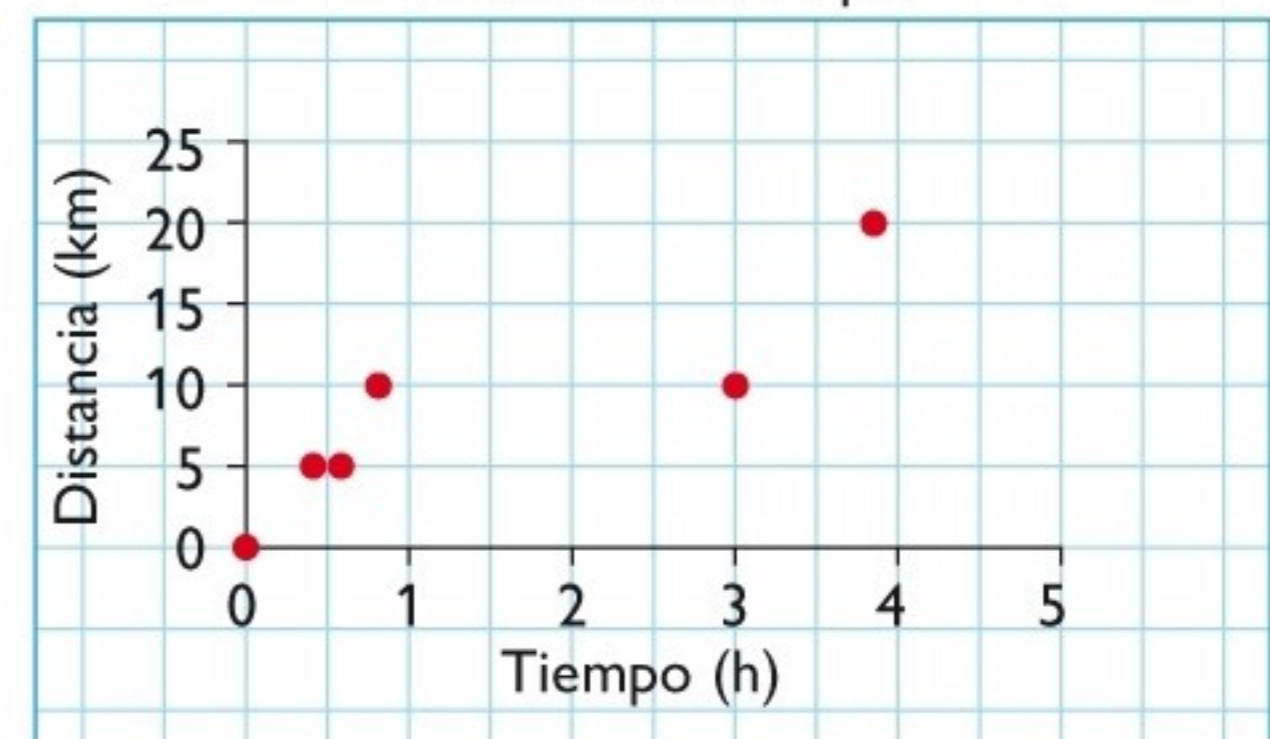


5. 4 puntos en total.

- a. 2 puntos en total.

| Hora (hh:mm) | Tiempo (h) | Distancia recorrida (km) | Velocidad (km/h) |
|--------------|------------|--------------------------|------------------|
| 10:00        | 0,00       | 0,0                      | 0,0              |
| 10:20        | 0,33       | 5,0                      | 15,0             |
| 10:30        | 0,50       | 5,0                      | 0,0              |
| 10:45        | 0,75       | 10,0                     | 20,0             |
| 13:00        | 3,00       | 10,0                     | 0,0              |
| 13:50        | 3,83       | 20,0                     | 12,0             |

Distancia vs. tiempo





- b.** Si viaja con una rapidez de 20 km/h, recorre 5 km. (1 punto)  
**c.** Tarda 5 minutos más en el viaje de regreso a casa. (1 punto)

**6.** 2 puntos en total.

$$\vec{v}_{FC} = \vec{v}_{FT} + \vec{v}_{TC} = 2 \hat{x} \text{ m/s. (1 punto)}$$

**7.** 2 puntos en total.

**a.** Si  $\vec{v}_{PB} = +0,5 \hat{x} \text{ m/s}$  ►  $\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA} = 10,5 \hat{x} \text{ m/s. (1 punto)}$

**b.** Si  $\vec{v}_{PB} = -0,8 \hat{x} \text{ m/s}$  ►  $\vec{v}_{PA} + \vec{v}_{PB} = 9,2 \hat{x} \text{ m/s. (1 punto)}$

**8.** 2 puntos en total.

**a.** Para un observador en tierra el inspector se mueve en el mismo sentido del tren. (1 punto)

**b.**  $\vec{v}_{IS} = 294 \hat{x} \text{ km/s. (1 punto)}$

**9.** 3 puntos en total.

**a.** La rapidez media, de 0 a 4 segundos:  $v_m = -0,5 \text{ m/s. (1 punto)}$

**b.** La rapidez media, de 1 a 5 segundos:  $v_m = -1 \text{ m/s. (1 punto)}$

**c.** La rapidez media, de 0 a 5 segundos:  $v_m = 0 \text{ m/s. (1 punto)}$

**10.** 5 puntos en total.

**a.** En  $t = 0$  minutos,  $\vec{r}_1 = 50 \hat{x} \text{ m}$ ,  $\vec{r}_2 = 0 \hat{x} \text{ m. (1 punto)}$

**b.** En  $t = 25$  minutos,  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = 25 \hat{x} \text{ m. (1 punto)}$

En  $t = 35$  minutos,  $\vec{r}_1 = 15 \hat{x} \text{ m}$ ,  $\vec{r}_2 = 35 \hat{x} \text{ m. (1 punto)}$

**c.** Se encuentran a 40 m. (1 punto)

**d.**  $\vec{v}_1 = -1,0 \hat{x} \text{ m/min} = -16,7 \hat{x} \text{ m/s.}$

$\vec{v}_2 = 0,8 \hat{x} \text{ m/min} = 13,3 \hat{x} \text{ m/s. (1 punto)}$

**e.**  $\vec{v}_1 = \frac{\vec{r}_1}{t} = -1,0 \hat{x} \text{ m/min} = -16,7 \hat{x} \text{ m/s.}$

$\vec{v}_2 = \frac{\vec{r}_2}{t} = 0 \hat{x} \text{ m/min} = 0 \hat{x} \text{ m/s. (1 punto)}$

## Preparando la PSU (páginas 142 y 143)

1. C

3. A

5. B

7. A

9. C

2. A

4. B

6. E

8. C