

8 Ecuaciones

1. Resolución de ecuaciones de primer grado

Ecuaciones del tipo $ax + b = 0$

Vamos a resolver la ecuación $3x + 12 = 0$:

$$3x + 12 = 0 \Rightarrow 3x = -12 \Rightarrow x = \frac{-12}{3} \Rightarrow x = -4$$

Como el 3 está **multiplicando** a x en el primer miembro, **pasa dividiendo** al segundo.

Como el 12 está **sumando** en el primer miembro, **pasa restando** al segundo.

Una **ecuación** es una igualdad entre expresiones algebraicas. La letra x se llama **incógnita** o **indeterminada**.

Recuerda que siempre que se opere con **fracciones** hay que **simplificarlas**.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x + 6 = 0$ _____

b) $-4x + 8 = 0$ _____

c) $10x - \frac{15}{2} = 0$ _____

d) $7x + 21 = 0$ _____

e) $\frac{15}{3} + 10x = 0$ _____

f) $-6x - 15 = 0$ _____

2. Relaciona cada ecuación con su solución:

$$22 + 11x = 0$$

$$10 - 5x = 0$$

$$7x + 3 = 0$$

$$-36 + 9x = 0$$

$$25x - 41 = 0$$

$$x = \frac{-3}{7}$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

$$x = \frac{41}{25}$$

$$x = \frac{36}{9}$$

Ecuaciones del tipo $ax + b = c$

Observa cómo se resuelve la ecuación $3x + 12 = 9$:

$$3x + 12 = 9 \Rightarrow 3x = 9 - 12 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{3} \Rightarrow x = -1$$

Como el 3 está **multiplicando** a x en el primer miembro, pasa **dividiendo** al segundo.

Como el 12 está **sumando** en el primer miembro, pasa **restando** al segundo.

El segundo paso para resolver la ecuación es operar para **reducir términos**.

3. Halla el resultado de estas ecuaciones:

a) $2x + 6 = 14$ _____

b) $2x + 6 = -14$ _____

c) $3x - 7 = 20$ _____

d) $5x - 7 = 58$ _____

e) $17 + 50x = -20$ _____

f) $6 = 4x - 10$ _____

g) $-33 = 77 - 11x$ _____

4. Relaciona cada ecuación con su solución:

$$2x + 8 = 0$$

$$-12 - 13x = 0$$

$$-28x + 7 = 0$$

$$5x - 125 = 0$$

$$63 + 9x = 0$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$x = -4$$

$$x = 25$$

$$x = -7$$

$$x = \frac{12}{-13}$$

Ecuaciones del tipo $ax + b = cx + d$

Resolveremos ahora la ecuación $7x + 12 = 3x - 4$:

Primer paso: $7x + 12 = 3x - 4 \Rightarrow 7x - 3x = -4 - 12$

Segundo paso: $4x = -16 \Rightarrow x = \frac{(-16)}{4} \Rightarrow x = -4$

Si tuviéramos la ecuación $7x + 12 - 11x = 3x - 4$, primero se operaría en cada uno de los miembros y después se resolvería la ecuación $-4x + 12 = 3x - 4$.

Para resolver esta ecuación:

- Primero, los términos que tienen la incógnita x se pasan al primer miembro, y los que no, al segundo.
- Después se halla la solución de la ecuación resultante.

Recuerda que 0 dividido por cualquier número distinto de 0 es igual a 0:

$$\frac{0}{a} = 0$$

5. Calcula el valor de x en las siguientes ecuaciones:

a) $3x + 6 = 2x + 8$ _____

b) $10x - 15 = 5 - 5x$ _____

c) $2x + 3 = 5x + 3 - x$ _____

d) $2 - 6 + 4 = 3x - 5x$ _____

e) $2x - 3x + 4x + 5 = 5 + 2x - 4$ _____

f) $x + \frac{3}{2} = 3x - \frac{1}{2}$ _____

g) $2x + \frac{1}{3} = 5x - 4 + x$ _____

h) $x - 2 + 3x = -4 + 5x - 6$ _____

Debes acostumbrarte a **comprobar la solución** que hayas obtenido. Para ello sustituye el valor obtenido en la ecuación y comprueba que el valor que has hallado cumple la igualdad. Por ejemplo, vamos a resolver la ecuación:

$$19x - 7 + 8 = 14 + 32x \Rightarrow 19x + 1 = 14 + 32x \Rightarrow 19x - 32x = 14 - 1 \Rightarrow -13x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{(-13)} \Rightarrow x = -1$$

Y ahora comprobamos que este valor es correcto, sustituyendo la x por -1 en cada miembro de la ecuación:

$$19x - 7 + 8 = 19 \cdot (-1) - 7 + 8 = -19 - 7 + 8 = -18$$

$$14 + 32x = 14 + 32 \cdot (-1) = 14 - 32 = -18$$

Como el valor es el mismo al sustituir x por el valor -1 en ambos miembros de la ecuación, la solución $x = -1$ es correcta.

2. Resolución de ecuaciones de primer grado con paréntesis

Calculemos la ecuación $2 + 3(x - 1) = 8$:

Primer paso: $2 + 3(x - 1) = 8 \Rightarrow 2 + 3x - 3 = 8 \Rightarrow 3x - 1 = 8$

Segundo paso: $3x = 8 + 1 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{3} \Rightarrow x = 3$

Para resolver esta ecuación:

- Primero multiplicamos por 3 los términos que están dentro del paréntesis y simplificamos la ecuación.
- A continuación resolvemos la ecuación resultante.

Recuerda que siempre debes resolver **primero** los **paréntesis** o **corchetes**, luego los **productos** y **divisiones** y **después** las **sumas** y **restas**.

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2 + 4(2x + 3) = 6$ _____

b) $4x + 3(x + 2) = 3$ _____

c) $2x + 2(x + 5) = 3 + 3(x - 2)$ _____

d) $4 + 3(2x - 1) = 2 + 2(2x - 4)$ _____

Vamos a resolver la ecuación $2 - 3(x - 1) = 8$:

$$2 - 3(x - 1) = 8 \Rightarrow 2 - 3x + 3 = 8 \Rightarrow -3x = 8 - 2 - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{(-3)} \Rightarrow x = -1$$

Multiplicamos por -3 cada uno de los términos que están dentro del paréntesis; por tanto, habrá que cambiar su signo. Luego se procede como en el caso de la ecuación del primer ejemplo.

7. Halla el valor de x en estas ecuaciones:

a) $2 - 4(2x + 3) = 6$ _____

b) $4x - 3(x + 2) = 3$ _____

c) $2x - 2(x + 5) = 3 + 3(x - 2)$ _____

d) $4 - 3(2x - 1) = 2 - 2(2x - 4)$ _____

Resolvamos ahora la ecuación $2 - 3[2(x - 1) + 4] = 8$:

$$2 - 3[2(x - 1) + 4] = 8 \Rightarrow 2 - 3(2x - 2 + 4) = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 - 3(2x + 2) = 8 \Rightarrow 2 - 6x - 6 = 8$$

$$\Rightarrow -6x = 8 - 2 + 6 \Rightarrow -6x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{(-6)} \Rightarrow x = -2$$

- Primero quitamos los paréntesis empezando por el más interior.
- Después se eliminan los corchetes.
- Por último se resuelve la ecuación resultante.

8. Calcula el resultado de las siguientes ecuaciones:

a) $3(x + 1) - 2[2 - 2(x + 1)] = 4x$ _____

b) $4x - 3[-2(x + 2)] = 3(x - 4)$ _____

c) $2[2x - 4 - 3(x + 5)] = 3 + 3(x - 2)$ _____

3. Resolución de ecuaciones de primer grado con fracciones

Hallamos el resultado de la ecuación $\frac{2x + 3}{2} = \frac{4x - 1}{3}$:

Como el m.c.m. $(2, 3) = 6$, se multiplica por 6:

$$\frac{6(2x + 3)}{2} = \frac{6(4x - 1)}{3} \Rightarrow 3(2x + 3) = 2(4x - 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x + 9 = 8x - 2 \Rightarrow 6x - 8x = -2 - 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2x = -11 \Rightarrow x = \frac{(-11)}{(-2)} \Rightarrow x = \frac{11}{2}$$

Para resolver esta ecuación:

- Primero se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores y se multiplican todos los términos de la ecuación por él. Así se eliminan los denominadores.
- A continuación se resuelve la ecuación resultante.

9. Calcula estas ecuaciones:

a) $3x + \frac{5}{2} = \frac{5x + 1}{2}$ _____

b) $x + 4 = \frac{x + 3}{3}$ _____

c) $\frac{4x - 8}{-4} = 2x + 4$ _____

10. Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{2x+1}{5} = \frac{4x-1}{2}$

b) $\frac{3x}{2} + \frac{4x}{3} = \frac{x}{4} + 2$

c) $2 = \frac{4-2x}{x}$

d) $\frac{2-5x}{8} - \frac{3+4x}{4} = 0$

e) $\frac{3-2x}{4} + \frac{4-2x}{3} = \frac{x+1}{6}$

f) $\frac{x+1}{4} - \frac{x-1}{5} = 0$

g) $\frac{2x}{3} - 5 = 6x - \frac{3x}{4}$

11. Resuelve:

a) $-2x - 8 = 6(4x + 14)$

b) $4x + \frac{3}{4} = \frac{2x + 1}{2}$

c) $\frac{4 - 3x}{x} = 5$

d) $\frac{4x}{3} + \frac{5x}{2} = \frac{3x}{4} - 2$

e) $\frac{(3x - 2)}{2} - \frac{(4x - 3)}{3} = 5$

f) $4 - \frac{(2x - 3)}{6} = x - \frac{(2x - 1)}{4}$

12. Calcula la solución de estas ecuaciones:

a) $\frac{3x-18}{-6} = -x$ _____

b) $\frac{(x+1)}{5} + \frac{(x-1)}{3} = 0$ _____

c) $\frac{2x-4}{2} - 2(x-1) = 3(1-x)$ _____

d) $3[2x-4(1-x)] = \frac{2}{5}$ _____

e) $\frac{(2x-3)}{2} - \frac{(4x-1)}{2} = \frac{(3x+1)}{4} + \frac{(6x-2)}{6}$ _____

4. Problemas con ecuaciones de primer grado

Se reparten 200 € entre tres amigos, David, Carlos y Joaquín. Carlos recibe 10 € más que David, y Joaquín, tanto como los otros dos juntos. ¿Cuánto recibe cada amigo?

Si x es la cantidad que recibe David, Carlos recibirá $10 + x$, y Joaquín, $x + (10 + x)$. Como se reparten 200 € entre los tres:

$$x + (10 + x) + [x + (10 + x)] = 200$$

$$x + (10 + x) + (10 + 2x) = 20 + 4x = 200 \Rightarrow 4x = 200 - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x = 180 \Rightarrow x = \frac{180}{4} \Rightarrow x = 45$$

Por tanto, David recibe 45 €; Carlos, $10 + 45 = 55$ €, y Joaquín, $10 + (2 \cdot 45) = 100$ €.

Comprobación: $45 + 55 + 100 = 200$

Llamamos x a lo que recibe la primera persona; $10 + x$, a lo que le toca a la segunda, y la suma de los dos anteriores, $x + (10 + x)$, será la parte del tercero.

Es importante **decidir** a qué llamamos x , pues a partir de ahí se plantea la ecuación.

13. Si al doble de un número le sumamos su tercera parte, obtenemos 14; ¿cuál es el número?

14. Calcula el valor de los ángulos de un triángulo, sabiendo que el segundo es el doble del primero, y el tercero, el triple.

Recuerda que los **tres ángulos** de cualquier **triángulo** siempre **suman 180°**.

15. La suma de tres números enteros consecutivos es 75. ¿Cuáles son esos números?

Tres **números consecutivos** son, por ejemplo, 5, 6 ($6 = 5 + 1$) y 7 ($7 = 5 + 2$).

16. Determina las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mide 1 800 m y cuya altura es dos tercios de la base.

17. El padre de Álvaro desea vender un coche, una finca y una casa por 37 500 €. Si la finca vale cuatro veces más que el coche, y la casa, cinco veces más que la finca, ¿cuál es el precio de cada uno?

Cuatro veces más es lo mismo que multiplicar por 4.

18. Si Marina y Sonia tienen 2 500 € entre las dos, y Marina tiene 700 € más que Sonia, ¿cuánto dinero tiene cada una?

Si una de las personas tiene x €, la otra tendrá $2\,500 - x$ €.

19. A Pedro sus abuelos le han regalado por su cumpleaños un sobre con dinero, y sus padres, otro con el doble de dinero que el de sus abuelos. Si con la suma de los dos sobres Pedro se ha comprado una bicicleta que valía 143 €, ¿cuánto dinero le dio cada uno?

En este problema **redondea** el resultado a dos decimales.

5. Resolución de ecuaciones de segundo grado

Ecuaciones de segundo grado incompletas: $ax^2 + c = 0$

Vamos a resolver la ecuación $4x^2 - 16 = 0$:

$$4x^2 - 16 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{4} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +\sqrt{4} = +2 \\ x_2 = -\sqrt{4} = -2 \end{cases}$$

Es una ecuación de **segundo grado**, porque la incógnita, x , aparece elevada al **cuadrado**.

Se opera hasta dejar sola la x^2 en el primer miembro. Después se despeja la x tomando raíces cuadradas a ambos lados de la igualdad, $x^2 = 4$.

Fíjate en el **doble signo** que se obtiene al extraer la raíz cuadrada. Esto ocurre siempre y no debes olvidar ponerlo.

20. Calcula estas ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 9 = 0$

b) $x^2 + 9 = 0$

c) $2x^2 - 50 = 0$

d) $x^2 + 25 = 0$

e) $3x^2 - 243 = 0$

f) $72x^2 - 288 = 0$

Ecuaciones de segundo grado incompletas: $ax^2 + bx = 0$

Observa cómo se resuelve la ecuación $4x^2 - 15x = 0$:

$$4x^2 - 15x = 0 \Rightarrow x(4x - 15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 4x - 15 = 0 \Rightarrow 4x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{4} \end{cases}$$

Se saca **factor común** a la x y se resuelven las dos ecuaciones de primer grado que resultan, $x = 0$ y $4x - 15 = 0$.

En este tipo de ecuaciones siempre **una de las soluciones** va a ser **0**.

21. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 + 9x = 0$

b) $x^2 - 8x = 0$

c) $2x^2 - 50x = 0$

d) $8x^2 - 3x = 0$

e) $7x^2 - 28x = 0$

f) $-12x^2 + 2x = 0$