

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

PROBLEMAS PARA APLICAR

- 7.73** Mario gasta un viernes por la tarde en el cine $\frac{1}{2}$ del dinero que llevaba, y un $\frac{1}{3}$ de lo que le queda en un bocata a la salida del cine. Vuelve a casa con 4 euros. ¿Cuánto dinero llevaba al salir de casa?

Si x es el dinero que llevaba al salir de casa, tenemos que: $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}x + 4 = x \Rightarrow 3x + x + 24 = 6x \Rightarrow 24 = 2x \Rightarrow x = 12$

Mario salió de casa con 12 euros.

- 7.74** En una clase de 3.º de ESO, la cuarta parte repiten curso. El director cambió a tres repetidores del grupo por otros tres de otro grupo que no habían repetido. Ahora solo repiten curso $\frac{1}{7}$ del total. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Sea x el número de alumnos de la clase.

Entonces $\frac{x}{4}$ es el número de repetidores antes.

$$\frac{x}{4} - 3 = \frac{1}{7}x \Rightarrow \frac{7x - 84}{28} = \frac{4x}{28} \Rightarrow 3x = 84 \Rightarrow x = 28$$

En clase hay 28 alumnos.

- 7.75** Me faltan 4,10 euros para comprar mi pizza favorita. Si tuviera el triple de lo que tengo compraría 2 pizzas. ¿Cuánto cuesta la pizza y cuánto dinero llevo?

Sea x el precio de la pizza, entonces $x - 4,1$ es el dinero que llevo.

$$3(x - 4,1) = 2x \Rightarrow 3x - 12,3 = 2x \Rightarrow x = 12,3$$

La pizza vale 12,30 €. Llevo 8,20 €.

- 7.76** En una fiesta a la que acuden 42 personas, hay tres hombres más que mujeres y tantos niños como hombres y mujeres juntos. Halla el número de hombres, mujeres y niños.

Sea x el número de mujeres, entonces $x + 3$ es el número de hombres y $2x + 3$ es el número de niños.

$$x + x + 3 + 2x + 3 = 42 \Rightarrow 4x + 6 = 42 \Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow x = 9$$

Hay 9 mujeres, 12 hombres y 21 niños.

- 7.77** Javier tiene 5 años más que su hermano Miguel y su madre tiene 42 años. Dentro de tres años la edad de la madre será el triple que la suma de las edades de los hijos. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

Si x es la edad actual de Miguel, la edad actual de Javier es $x + 5$.

$$42 + 3 = 3(x + 3 + x + 5 + 3) \Rightarrow 45 = 3(2x + 11) \Rightarrow 12 = 6x \Rightarrow x = 2$$

Miguel tiene 2 años, y Javier, 7.

- 7.78** En el Concurso Literario Anual, la asociación de padres y madres de alumnos de un instituto premia con libros, por un valor de 196 euros, a los alumnos que hayan presentado las tres mejores redacciones. Deciden repartir el premio proporcionalmente a sus puntuaciones: 10; 9,5 y 8,5. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada alumno premiado?

Si x es la constante de proporcionalidad:

$$10x + 9,5x + 8,5x = 196 \Rightarrow 28x = 196 \Rightarrow x = 7$$

A quien obtuvo un 10 le corresponden 70 €, quien obtuvo 9,5 recibirá 66,50 € y la persona de puntuación 8,5 será premiada con 59,50 €.

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

- 7.79 La diferencia entre el denominador y el numerador de una fracción es 18. Se sabe que si se suma 8 unidades a cada uno de los términos, la fracción resultante es equivalente a $\frac{3}{5}$. Halla la fracción.

$$\frac{x}{y} \Rightarrow \begin{cases} y - x = 18 \\ \frac{x + 8}{y + 8} = \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 18 \\ \frac{x + 8}{x + 26} = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow 5x + 40 = 3x + 78 \Rightarrow 2x = 38 \Rightarrow x = 19 \Rightarrow y = 37 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{19}{37}$$

La fracción es $\frac{19}{37}$.

- 7.80 Los coeficientes de una ecuación de segundo grado son 1, 2 y 5. Averigua cuál es el coeficiente de x si se sabe que la ecuación tiene dos soluciones distintas.

a	b	c	$b^2 - 4ac$
2	5	1	$25 - 8 = 17$
5	2	1	$4 - 20 = -16$
1	2	5	$4 - 20 = -16$
1	5	2	$25 - 8 = 17$
2	1	5	$1 - 40 = -39$
5	1	2	$1 - 40 = -39$

Si $b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow$ dos soluciones distintas, entonces la solución es $2x^2 + 5x + 1 = 0$ ó $x^2 + 5x + 2 = 0$.

- 7.81 La resolución de una ecuación de segundo grado se ha emborronado y hay partes que no se aprecian.

$$x = \frac{-9 + \sqrt{\dots}}{4} = \dots < -5$$

¿Puedes averiguar de qué ecuación se trataba?

$$\left. \begin{array}{l} b = 9 \\ a = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{-9 - 11}{4} = -5 \Rightarrow b^2 - 4ac = 121 \Rightarrow 81 - 8c = 121 \Rightarrow -8c = 40 \Rightarrow c = -5$$

La ecuación buscada es: $2x^2 + 9x - 5 = 0$.

- 7.82 Marta y Álex quedan todas las tardes en la biblioteca. Entre ambos recorren 6 kilómetros. Álex camina a una velocidad de 7 kilómetros por hora y Marta a 5 kilómetros por hora. Ambos salen de sus casas y llegan a la biblioteca al mismo tiempo.

a) ¿Cuánto tardan en llegar a la biblioteca?

b) ¿Cuál es la distancia de cada casa a la biblioteca?

$$v = \frac{e}{t}$$

$$t_A = t_B$$

$$\frac{e_A}{v_A} = \frac{e_B}{v_B} \Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{6-x}{5} \Rightarrow 5x = 42 - 7x \Rightarrow 12x = 42 \Rightarrow x = 3,5$$

a) $t_A = \frac{3,5}{7} = 0,5 = 30$, tardan 30 minutos en encontrarse.

b) La distancia de la biblioteca a casa de Alex es 3,5 km, y a casa de Marta, $6 - 3,5 = 2,5$ km.

7 ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

- 7.83** Durante el recreo, en la cafetería de mi instituto, compro todas las mañanas un bocadillo y un refresco. El bocadillo cuesta el triple que el refresco, y en total me cobran 1,80 euros. ¿Cuál es el precio del bocadillo?, ¿y el del refresco?

Sea x el precio del refresco, el del bocadillo es entonces $3x$. $3x + x = 1,8 \Rightarrow 4x = 1,8 \Rightarrow x = 0,45$

El precio del bocadillo es 1,35 €, y el del refresco, 0,45 €.

- 7.84** En un mercadillo solidario se venden dos tipos de figuras de artesanía. Unas a 1,50 euros y otras a 2,50 euros. Se vendieron 82 figuras y se obtuvieron 154 euros. ¿Cuántas unidades se vendieron de cada tipo?

Sean x el número de figuras vendidas de 1,50 €, e y , el número de figuras vendidas de 2,50 €.

$$\begin{cases} x + y = 82 \\ 1,5x + 2,5y = 154 \end{cases} \Rightarrow y = 82 - x \Rightarrow 1,5x + 2,5(82 - x) = 154 \Rightarrow 1,5x + 205 - 2,5x = 154 \Rightarrow -x = -51 \Rightarrow x = 51 \Rightarrow y = 31$$

Se vendieron 51 unidades de figuras de 1,50 € y 31 unidades de 2,50 €.

- 7.85** Una caja de material de geometría contiene objetos triangulares y rectangulares. En total hay 20 objetos y se pueden contar hasta 68 vértices. ¿Cuántos objetos hay de cada clase?

Sea x el número de objetos triangulares, e y , el número de objetos rectangulares.

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 68 \end{cases} \Rightarrow 3(20 - y) + 4y = 68 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow x = 12$$

Hay 12 objetos triangulares y 8 objetos rectangulares.

- 7.86** Dos números suman 46 y la diferencia de sus cuadrados es 92. ¿Qué números son?

$$\begin{cases} x + y = 46 \\ x^2 - y^2 = 92 \end{cases} \Rightarrow y = 46 - x \Rightarrow x^2 - (46 - x)^2 = 92 \Rightarrow x^2 - (2116 + x^2 - 92x) = 92 \Rightarrow 92x = 2208 \Rightarrow x = 24 \Rightarrow y = 22$$

Los números son 22 y 24.

- 7.87** La superficie de una habitación rectangular mide 11,25 metros cuadrados, y el perímetro, 14 metros. ¿Cuáles son las dimensiones de la habitación?

$$\begin{cases} x \cdot y = 11,25 \\ 2x + 2y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 11,25 \\ x + y = 7 \end{cases} \Rightarrow y = 7 - x \Rightarrow x \cdot (7 - x) = 11,25 \Rightarrow 7x - x^2 = 11,25 \Rightarrow x^2 - 7x + 11,25 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 45}}{2} = \frac{7 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 4,5, x_2 = 2,5$$

Largo = 4,5 m.

Ancho = 2,5 m

- 7.88** El perímetro de un triángulo isósceles es 13 centímetros y la altura sobre el lado desigual mide 4 centímetros. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Sea x la medida de los dos lados iguales, y $2y$, la medida del lado desigual.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 13 \\ x^2 = 4^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 13 \\ x^2 = 16 + y^2 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{13 - 2y}{2}\right)^2 = 16 + y^2 \Rightarrow \frac{169 + 4y^2 - 52y}{4} = 16 + y^2 \Rightarrow -52y = -105 \Rightarrow \\ \Rightarrow y = \frac{-105}{-52} \cong 2,02 \Rightarrow x \cong 4,48$$

Los lados iguales miden 4,48 centímetros, y el lado desigual, 4,04.

- 7.89** Dos números suman 90. Si divido el mayor entre el menor, el resto es 6 y el cociente es 3. ¿Cuáles son los números?

Sean x e y los números, por la prueba de la división, siendo y el menor de ellos, tenemos que $x = 3y + 6$.

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ x = 3y + 6 \end{cases} \Rightarrow 90 - y = 3y + 6 \Rightarrow 84 = 4y \Rightarrow y + 21 \Rightarrow x = 90 - 21 = 69$$

Los números son 21 y 69.