

Ecuaciones y Sistemas

1.- (1,5 ptos) Hace 18 años la edad de Eustaquio era el doble de la edad de Ambrosio. Sin embargo, dentro de 9 años la edad de Eustaquio será solamente los $\frac{5}{4}$ de la edad de Ambrosio. ¿Cuál es la edad de ambos?

2.- (1,5 ptos) En un garaje hay motos y coches, en total 15 vehículos y 48 ruedas. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

3.- (1,5 ptos) Resolver la ecuación: $\frac{2x-1}{5} = x - \frac{9-x}{3}$

4.- (1,5 ptos) Resolver el sistema:
$$\begin{cases} \frac{2x-4}{3} - \frac{3+y}{9} = \frac{2}{9} \\ \frac{3x}{8} + \frac{y}{2} = \frac{13}{8} \end{cases}$$

5.- (1,5 ptos) Resolver las ecuaciones:

a) $\frac{2}{x^2-9} = \frac{x^2-16}{72}$

b) $9 - 10x^2 + x^4 = 0$

6.- (1,5 ptos) Resolver la ecuación: $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

7.- (1 pto) En la ecuación $x^2 + bx + 15 = 0$ una solución es 5.

¿Cuánto vale b?, ¿cuál es la otra solución?

①

DATOS ACTUAL	HACE 18 años	DENTRO de 9 años
Eustaquio = x	$x - 18$	$x + 9$
Ambrosio = y	$y - 18$	$y + 9$
	$x - 18 = 2(y - 18)$	$x + 9 = \frac{5}{4}(y + 9)$
	$x - 18 = 2y - 36$	$(x + 9) \cdot 4 = 5(y + 9)$
	$x - 2y = -36 + 18$	$4x + 36 = 5y + 45$
	$x - 2y = -18$	$4x - 5y = 45 - 36$
		$4x - 5y = 9$

$$\begin{cases} x - 2y = -18 \Rightarrow x = -18 + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 5y = 9 \Rightarrow 4(-18 + 2y) - 5y = 9 \\ -72 + 8y - 5y = 9 \end{cases}$$

$$3y = 9 + 72 \Rightarrow 3y = 81 \Rightarrow y = \frac{81}{3} = 27$$

$$x = -18 + 2 \cdot 27 = -18 + 54 = 36$$

$$\begin{aligned} \text{Eustaquio} &= 36 \text{ años} \\ \text{Ambrosio} &= 27 \text{ años} \end{aligned}$$

②

$$\begin{cases} \text{N}^\circ \text{ motos} = x \\ \text{N}^\circ \text{ coches} = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases} \xrightarrow{2E_1} \begin{cases} 2x + 2y = 30 \\ 2x + 4y = 48 \end{cases}$$

$$\ominus \quad \begin{array}{r} 2x + 2y = 30 \\ -(2x + 4y = 48) \\ \hline -2y = -18 \\ y = \frac{-18}{-2} = 9 \text{ coches} \end{array}$$

$$\begin{aligned} x + 9 &= 15 \\ x &= 15 - 9 = 6 \text{ motos} \end{aligned}$$

③

$$\frac{2x-1}{5} = x - \frac{9-x}{3} \Rightarrow \frac{2x-1}{5} = \frac{3x-9+x}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{2x-1}{5} = \frac{4x-9}{3} \Rightarrow 3(2x-1) = 5(4x-9) \Rightarrow 6x-3 = 20x-45$$

$$\Rightarrow -3+45 = 20x-6x \Rightarrow 42 = 14x \Rightarrow \frac{42}{14} = x \Rightarrow \boxed{3 = x}$$

$$(4) \begin{cases} \frac{2x-4}{3} - \frac{3+y}{9} = \frac{2}{9} & \xrightarrow{9E_1} 3(2x-4) - (3+y) = 2 \\ \frac{3x}{8} + \frac{y}{2} = \frac{13}{8} & \xrightarrow{8E_2} 3x + 4y = 13 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x - 12 - 3 - y = 2 \Rightarrow 6x - y - 15 = 2 \Rightarrow 6x - y = 17 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - y = 17 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{2E_2} \begin{cases} 6x - y = 17 \\ 6x + 8y = 26 \end{cases} \xrightarrow{-} \begin{cases} 6x - y = 17 \\ -9y = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 1 = 17 \Rightarrow 6x = 17 + 1 \Rightarrow 6x = 18 \Rightarrow \boxed{x = \frac{18}{6} = 3} \\ y = \frac{-9}{-9} = \boxed{1} \end{cases}$$

$$\boxed{S: (3, 1)}$$

$$(5) a) \frac{2}{x^2-9} = \frac{x^2-16}{72} \Rightarrow 2 \cdot 72 = (x^2-9)(x^2-16) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 144 = x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 144 \Rightarrow 0 = x^4 - 25x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = x^2(x^2-25) \Rightarrow \begin{cases} x^2=0 \Rightarrow \boxed{x=0 \text{ Doble}} \\ x^2-25=0 \Rightarrow x^2=25 \Rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{25}=\pm 5} \end{cases}$$

$$b) 9 - 10x^2 + x^4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2=L \Rightarrow L^2 - 10L + 9 = 0 \\ x^4=L^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_1=9 \\ L_2=1 \end{cases}$$

$$x^2=9 \Rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{9}=\pm 3}$$

$$x^2=1 \Rightarrow \boxed{x=\pm\sqrt{1}=\pm 1}$$

$$(6) 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x \cdot (2x^3 - 3x^2 - 3x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

Divisores del t.i. $\{\pm 1, \pm 2\}$

$$P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 - 3(-1)^2 - 3(-1) + 2 = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 + 3 + 2 = -2 - 3 + 3 + 2 = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{x=-1}$ es solución o raíz

$$2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{-7}}{4}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -3 & -3 & 2 \\ & & -2 & 5 & -2 \\ \hline & 2 & -5 & 2 & 0=R \end{array}$$

$$2x^2 - 5x + 2$$

$$\begin{cases} \boxed{x_1 = \frac{8}{4} = 2} \\ \boxed{x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}} \end{cases}$$

$$\textcircled{7} \quad \left. \begin{array}{l} x^2 + bx + 15 = 0 \\ x_1 = 5 \text{ es solución} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5^2 + b \cdot 5 + 15 = 0 \\ 25 + 5b + 15 = 0 \\ 40 + 5b = 0 \\ 5b = -40 \Rightarrow \boxed{b = \frac{-40}{5} = -8} \end{array}$$

$$\text{Luego } x^2 - 8x + 15 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 15 \end{array} \right.$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} \quad \begin{array}{l} \nearrow x_1 = \frac{10}{2} = 5 \\ \searrow x_2 = \frac{6}{2} = 3 \end{array}$$

$\textcircled{7}$ Para los que vivieron el día 21 Diciembre.
Si $x^2 + bx + 15 = 0$ y $x_1 = 5$ es solución

Por FÓRMULAS DE CARDANO sabemos que

$$b = -(x_1 + x_2)$$

$$15 = x_1 \cdot x_2 \Rightarrow 15 = 5 \cdot x_2 \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{15}{5} = 3}$$

$$\text{y ahora: } \boxed{b = -(5 + 3) = -8}$$