IES LA LAGUNA	Nombre: Curso:	NOTA:

EXAMEN TRIGONOMETRÍA Y COMPLEJOS (31 - Enero -2019)

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 4 puntos = 2 + 2)

a) Se conocen los siguientes datos de un triángulo a = 42 cm, b = 32 cm y A = 40°. Resolverlo, si es posible, hallando todas las soluciones. Calcular el área o áreas.

b) Dos montañeros que han ascendido en fines de semana

sucesivos a dos picos querrían saber que distancia hay entre dichos picos. Para ello han medido desde la base del pico A los ángulos $\alpha_1 = 85°$ y $\alpha_2 = 30°$, después han caminado hasta la base del pico B y han medido los ángulos $\beta_1 = 40°$ y $\beta_2 = 93°$. La distancia que hay entre dichas bases (CD) es 600 m. ¿Puedes calcularla?

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 3 puntos = 1.5 + 1.5)

a) Hallar m con la condición de que $z = \dfrac{m+i}{2-3i}$ sea un número real.

b) Calcular, dejando el resultado en forma polar (sin desarrollar el resultado que se obtiene de módulo), la siguiente potencia: $\left(1 - \dfrac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{12}$

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 3 puntos = 1.5 + 1.5)

a) Calcular $\sqrt[4]{\dfrac{z_2 \cdot z_3}{z_1^2}}$ siendo $z_1 =$ = 2 (cos 25° + i sen 25°) ; $z_2 = 3_{240°}$ y $z_3 = -1 - i$

b) Factorizar el siguiente polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 + x + 5$ en C.

www.yoquieroaprobar.es

IES "LA LAGUNA"
PARLA (MADRID)

Alumno/a ______
Asignatura ______
Curso ______ Fecha ______

CALIFICACIÓN .....

① a) DATOS

$a = 42\,cm$
$b = 32\,cm$
$A = 40^\circ$

INCÓGNITAS

c, C, B, S

$$\frac{42}{\operatorname{sen}40^\circ} = \frac{32}{\operatorname{sen}B} \Rightarrow \operatorname{sen}B = \frac{32\cdot\operatorname{sen}40^\circ}{42} = 0{,}4897$$

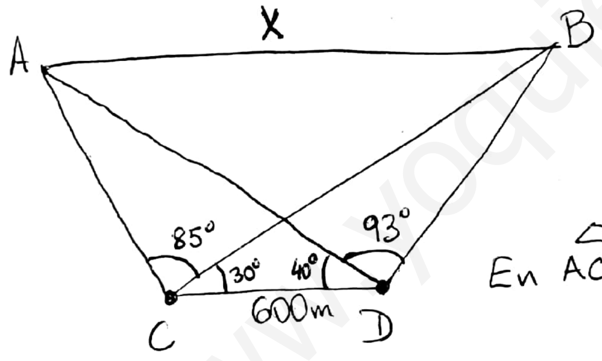
$$B = \begin{cases} \boxed{29{,}3209^\circ = B_1} \\ 150{,}6791^\circ = B_2 \text{ NO VALE pues } B_2 + A > 180^\circ \end{cases}$$

$$\boxed{C_1} = 180 - (40 + 29{,}3209) = \boxed{110{,}6791^\circ}$$

$$\frac{42}{\operatorname{sen}40^\circ} = \frac{c}{\operatorname{sen}110{,}6791} \Rightarrow \boxed{c} = \frac{42\cdot\operatorname{sen}110{,}6791^\circ}{\operatorname{sen}40^\circ} = \boxed{61{,}1307\,cm}$$

$$\boxed{S} = \frac{1}{2}\,a\cdot b\cdot\operatorname{sen}C = \frac{1}{2}\cdot 42\cdot 32\cdot\operatorname{sen}110{,}6791^\circ = \boxed{628{,}705\,cm^2}$$

b)



En $\overset{\frown}{BCD}$ $\begin{cases} C = 30^\circ \\ D = 93^\circ + 40^\circ = 133^\circ \\ B = 180^\circ - (133^\circ + 30^\circ) = 17^\circ \end{cases}$

$$\frac{600}{\operatorname{sen}17^\circ} = \frac{\overline{BD}}{\operatorname{sen}30^\circ} \Rightarrow \overline{BD} = \frac{600\cdot\operatorname{sen}30^\circ}{\operatorname{sen}17} = 1026{,}0911\,m$$

En $\overset{\frown}{ACD}$ $\begin{cases} D = 40^\circ \\ C = 30^\circ + 85^\circ = 115^\circ \\ A = 180^\circ - (40 + 115) = 25^\circ \end{cases}$

$$\frac{600}{\operatorname{sen}25} = \frac{\overline{AD}}{\operatorname{sen}115^\circ} \Rightarrow \overline{AD} = \frac{600\cdot\operatorname{sen}115^\circ}{\operatorname{sen}25^\circ} = 1286{,}7041\,m$$

En $\overset{\frown}{ADB} \Rightarrow X^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DB}^2 - 2\,\overline{AD}\cdot\overline{DB}\cdot\cos 93^\circ =$

$$= 1286{,}7041^2 + 1026{,}0911^2 - 2\cdot 1286{,}7041\cdot 1026{,}0911\cdot(-0{,}0523) =$$

$$= 2846571{,}2169 \Rightarrow X = \sqrt{2846571{,}2169} = \boxed{1687{,}1784\,m}$$

② a) $\underbrace{z \in \mathbb{R}}_{Im(z)=0} \Rightarrow z = \dfrac{m+i}{2-3i} = \dfrac{(m+i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} = \dfrac{2m+3mi+2i+3i^2}{2^2-(3i)^2} = \dfrac{(2m-3)+(3m+2)i}{4+9}$

$$= \frac{2m-3}{13} + \frac{3m+2}{13}\,i$$

Luego $\dfrac{3m+2}{13} = 0 \Rightarrow 3m + 2 = 0 \Rightarrow 3m = -2 \Rightarrow \boxed{m = \dfrac{-2}{3}}$

www.yoquieroaprobar.es

b) $\left(1-\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2-\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{12} = (*)$

$|z| = \sqrt{\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4-4\sqrt{3}+3}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{8-4\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{2-\sqrt{3}}$

$\alpha = \text{arc tg} \frac{\frac{1}{\cancel{2}}}{\frac{2-\sqrt{3}}{\cancel{2}}} = \text{arc tg} \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \begin{cases} 75^\circ \\ \cancel{255^\circ} \end{cases}$ $A \in I$

$(*) = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}_{\,75^\circ}\right)^{12} = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)_{75\cdot 12}^{12} = \left(2-\sqrt{3}\right)^6_{900^\circ} = \boxed{\left(2-\sqrt{3}\right)^6_{180^\circ}}$

$\boxed{0{,}0004_{180^\circ}}$

3 a) $\sqrt[4]{\frac{3_{240^\circ}\cdot(-1-i)}{[2\cdot(\cos 25^\circ + i \,\text{sen}\, 25^\circ)]^3}} = (*)$

$(-1-i) \Rightarrow \begin{cases} \rho = \sqrt{(-1)^2+(-1)^2} = \sqrt{2} \\ \alpha = \text{arc tg} \frac{-1}{-1} = \text{arc tg}\, 1 = \begin{cases} \cancel{45^\circ} \; A\in III \\ 225^\circ \end{cases} \end{cases}$ $A(-1,-1)\in III$ $\Rightarrow (-1-i) = \sqrt{2}_{\,225^\circ}$

$[2\cdot(\cos 25^\circ + i\,\text{sen}\, 25^\circ)]^3 \xrightarrow{\text{F.Moivre}} 2^3\cdot(\cos 3\cdot 25^\circ + i\,\text{sen}\, 3\cdot 25^\circ) = 8(\cos 75^\circ + i\,\text{sen}\,75^\circ) =$

$= 8_{75^\circ}$

$(*) = \sqrt[4]{\frac{3_{240^\circ}\cdot\sqrt{2}_{\,225^\circ}}{8_{75^\circ}}} = \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}_{\,465^\circ}}{8_{75^\circ}}} = \sqrt[4]{\left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right)_{390^\circ}} = \sqrt[4]{\left(\frac{3\sqrt{2}}{8}\right)_{30^\circ}} =$

$= \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{\frac{30^\circ+360k}{4}} = \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{7{,}5^\circ+90k}$

Si $k=0 \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{7{,}5^\circ}$ Si $k=1 \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{97{,}5^\circ}$ Si $k=2 \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{187{,}5^\circ}$

Si $k=3 \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{3\sqrt{2}}{8}}_{277{,}5^\circ}$

b) $P(x) = x^3-3x^2+x+5$ Busco divisores t.i. $\{\pm1, \pm5\}$

$P(-1) = (-1)^3-3(-1)^2+(-1)+5 = -1-3-1+5 = 0 \Rightarrow x=-1$ raíz $\Rightarrow x+1$ factor

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 1 & 5 \\ -1 & & -1 & 4 & -5 \\ \hline & 1 & -4 & 5 & \boxed{0=R} \end{array}$$

$P(x) = (x+1)(x^2-4x+5) \Rightarrow$

$Q(x) = x^2-4x+5 \Rightarrow x = \frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1} = \frac{4\pm\sqrt{16-20}}{2} = \frac{4\pm\sqrt{-4}}{2} = \frac{4\pm 2i}{2} =$

$\rightarrow 2+i$ es raíz $\Rightarrow (x-2-i)$ es factor

$\rightarrow 2-i$ es raíz $\Rightarrow (x-2+i)$ es factor

$\Rightarrow \boxed{P(x) = (x+1)(x-2-i)(x-2+i)}$

www.yoquieroaprobar.es