1. *(2 ptos.)* Halla en forma binómica y representa la solución obtenida:

a) ***3 + 2 i · (-1 + i) – (5 – 4 i)***

3 + 2 i · (-1 + i) – (5 – 4 i) = 3 - 2i + 2i² - 5 + 4i =(3 - 2 - 5) + (-2 + 4) i = -4 + 2 i

b) $\dfrac{(3-i)\cdot i^3}{1-2\mathrm{i}}$

$$\frac{(3-i)\cdot i^3}{1-2\mathrm{i}}=\frac{3\mathrm{i}^3-i^4}{1-2\mathrm{i}}=\frac{-3\mathrm{i}-1}{1-2\mathrm{i}}=\frac{-1-3\mathrm{i}}{1-2\mathrm{i}}=\frac{(-1-3\mathrm{i})(1+2\mathrm{i})}{(1-2\mathrm{i})(1+2\mathrm{i})}=\frac{(-1+6)+(-2-3)i}{1^2+2^2}=\frac{5-5\mathrm{i}}{5}=1-i$$

2. *(2 ptos.)*

a) Calcula ***a*** y ***b*** para que ***(2 – ai)·(3 – bi) = 8 + 4i***

(6 + ab) +(-2b - 3a) i = 8 + 4 i $\rightarrow$

$$\rightarrow\left\{\begin{matrix}6+ab=8\\-2\mathrm{b}-3\mathrm{a}=4\end{matrix}\right\}\rightarrow\left\{\begin{matrix}a=\dfrac{2}{b}\\-2\mathrm{b}-3\cdot\dfrac{2}{b}=4\end{matrix}\right\}\rightarrow\frac{-2\mathrm{b}^2-6\mathrm{b}}{b}=4\rightarrow-2\mathrm{b}^2-6\mathrm{b}=4\mathrm{b}\rightarrow-2\mathrm{b}^2-10b=0\rightarrow-2\mathrm{b}(b+5)=0\rightarrow$$

$$\rightarrow\left\{\begin{matrix}b=0\\b=-5\end{matrix}\right\}$$

b) Realiza la operación, expresando el resultado en forma binómica: $\dfrac{20_{\pi/3}}{4_{\pi/6}}$

$$\frac{20_{\pi/3}}{4_{\pi/\text{٦}}}=\text{٥}_{\frac{2\pi}{\text{٦}}-\frac{\pi}{\text{٦}}}=\text{٥}_{\frac{\pi}{6}}=5(\cos\frac{\pi}{\text{٦}}+i\,sen\frac{\pi}{\text{٦}})=5(\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2})=\frac{5\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i$$

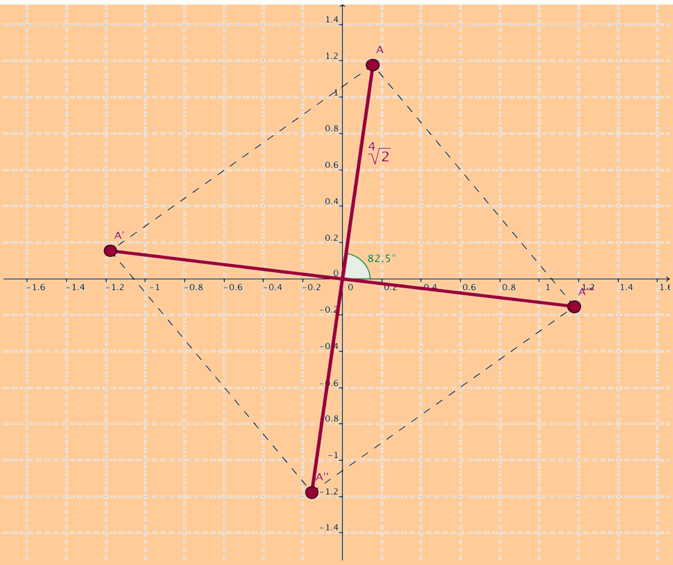
3. *(1'5 ptos.)* Calcula, expresando el resultado en forma binómica, y representa gráficamente las soluciones de $\sqrt[4]{\sqrt{3}-i}$

$$|\sqrt{3}-i|=\sqrt{\sqrt{3}^2+(-1)^2}=\sqrt{4}=2$$

$tg\,\varphi=\dfrac{-1}{\sqrt{3}}\rightarrow\varphi=arctg\,\dfrac{-1}{\sqrt{3}}=330^{o}$ *(ya que el afijo de* $\sqrt{\text{٣}}-i$ *está en el cuarto cuadrante)*

Por tanto,

$$\sqrt[4]{\sqrt{3}-i}=\sqrt[4]{2_{330}}=\sqrt[4]{2}_{\frac{330+k\cdot360}{4}}=\left\{\begin{matrix}\sqrt[4]{2}_{82'5}\\\sqrt[4]{2}_{172'5}\\\sqrt[4]{2}_{262'5}\\\sqrt[4]{2}_{352'5}\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}\sqrt[4]{2}(0'13+0'99i)\\\sqrt[4]{2}(-0'99+0'13i)\\\sqrt[4]{2}(-0'99-0'13i)\\\sqrt[4]{2}(0'99-0'13i)\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}0'13\cdot\sqrt[4]{2}+0'99\cdot\sqrt[4]{2}i\\-0'99\cdot\sqrt[4]{2}+0'13\cdot\sqrt[4]{2}i\\-0'99\cdot\sqrt[4]{2}-0'13\cdot\sqrt[4]{2}i\\0'99\cdot\sqrt[4]{2}-0'13\cdot\sqrt[4]{2}i\end{matrix}\right\}$$



4. *(1 pto.)* Determina el valor de "a" para que el número complejo (3 – 6i)·(4 + a· i)

a) Sea imaginario puro

(3 – 6i)·(4 + a· i) = (12 + 6a) + (3a - 24)·i

Para ser imaginario puro la parte real debe ser nula: 12 + 6a = 0 → 6a = -12 → a = -2

b) Tenga módulo 30

Si φ = 30º → *tg 30 = (3a - 24)/(12+6a)* → $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{3a-24}{12+6a}\rightarrow 12+6a=3\sqrt{3}a-24\sqrt{3}$

$\rightarrow(6-3\sqrt{3})a=-12-24\sqrt{3}\rightarrow a=\frac{-12-24\sqrt{3}}{6-3\sqrt{3}}=\frac{-12(1+2\sqrt{3})}{3(2-\sqrt{3})}=\frac{-4(1+2\sqrt{3})}{2-\sqrt{3}}$

5. *(2 ptos.)* Resuelve las ecuaciones, expresando el resultado en forma binómica:

a) $z^3+8i=0$

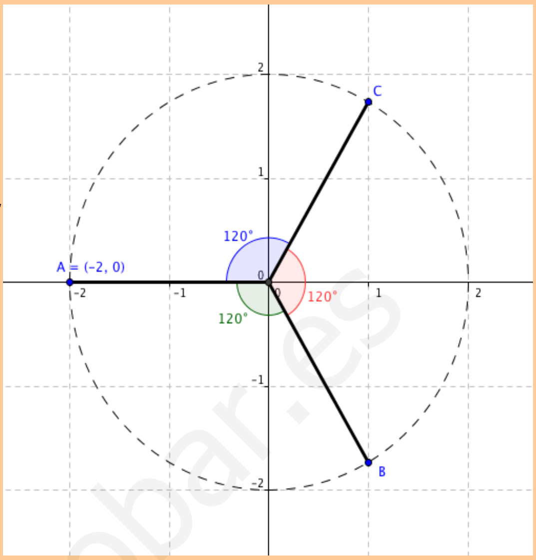
$z^3+8i=0\rightarrow z^3=-8i$

$$z=\sqrt[3]{-8i}=\sqrt[3]{8_{270^\circ}}=\sqrt[3]{8}_{\frac{270^\circ+k\cdot 360^\circ}{3}}=2_{\frac{270^\circ+k\cdot 360^\circ}{3}}=\begin{cases}2_{90^\circ}=2\cdot i\\ 2_{210^\circ}=2(cos210+i\cdot sen210)=2(\frac{-\sqrt{3}}{2}+i\cdot\frac{1}{2})=-\sqrt{3}+i\\ 2_{330^\circ}=2(cos330+i\cdot sen330)=2(\frac{\sqrt{3}}{2}-i\cdot\frac{1}{2})=\sqrt{3}-i\end{cases}$$

b) $z^2+z+1=0$

$$z=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot 1}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{3}\cdot i}{2}=\begin{cases}\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i\\ \frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i\end{cases}$$

6. *(1'5ptos.)* Halla las coordenadas de los vértices de un triángulo equilátero centrado en el origen de coordenadas del que sabemos que una de ellas es (-2, 0).



Supongamos que el vértice ***A (-2, 0)*** *es el afijo del complejo* $z_A = -2 + 0 \cdot i = 2_\pi$

Puesto que el triángulo equilátero está centrado en el origen, la longitud del segmento que une este punto con cada vértice es la misma y el ángulo que forma ese segmento el que une el origen con el siguiente vértice es de 120º (= 360º / 3).

En consecuencia, el afijo correspondiente al vértice B tendrá el mismo módulo que el de A y un argumento 120º mayor. Teniendo en cuenta las propiedades del producto, sabemos que esto se obtiene multiplicando el complejo z_A *por otro que tenga módulo 1 y argumento 120º. Por tanto:*

$z_B = z_A \cdot 1_{120}$ *y* $z_C = z_B \cdot 1_{120}$

$$z_B = 2_{180} \cdot 1_{120} = 2_{300} = 2(\cos 300 + i \cdot sen\, 300) = 2\left(\frac{1}{2} + i \cdot \frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = 1 - \sqrt{3} \cdot i \rightarrow B(1, -\sqrt{3})$$

$$z_C = 2_{300} \cdot 1_{120} = 2_{60} = 2(\cos 60 + i \cdot sen\, 60) = 2\left(\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + \sqrt{3} \cdot i \rightarrow C(1, \sqrt{3})$$