

13 Funciones y gráficas

CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

EL ORIGEN DE LAS GRÁFICAS

Durante muchos años, la aritmética, la parte de las matemáticas dedicada al estudio de los números, y la geometría, dedicada al estudio de las formas, fueron casi independientes. En el siglo XVII, René Descartes, o Renatus Cartesius, fue el primer matemático en relacionarlas.

Descartes tuvo la idea de crear un sistema de coordenadas formado por dos ejes perpendiculares en el que a cada punto del plano le correspondían dos números: sus coordenadas.



Así surgieron las gráficas, que están presentes en multitud de contextos de nuestra vida cotidiana.

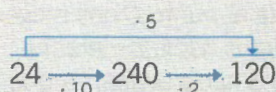
Investiga

1. Encuentra información sobre otras contribuciones de Descartes a las matemáticas.
2. Busca gráficas en periódicos o revistas. ¿Qué similitudes y diferencias hay entre ellas?
3. ¿Por qué crees que es útil la información expresada en forma gráfica?

CÁLCULO MENTAL

Multiplicar por 5: multiplicar por 10 y dividir entre 2

$$24 \cdot 5$$



Calcula mentalmente.

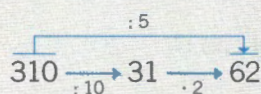
$$42 \cdot 5 = \quad 84 \cdot 5 =$$

$$26 \cdot 5 = \quad 426 \cdot 5 =$$

$$68 \cdot 5 = \quad 628 \cdot 5 =$$

Dividir entre 5: dividir entre 10 y multiplicar por 2

$$310 : 5$$



Calcula mentalmente.

$$80 : 5 = \quad 420 : 5 =$$

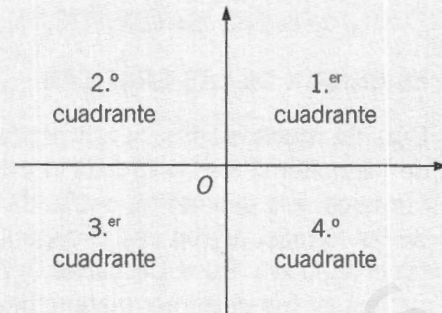
$$90 : 5 = \quad 330 : 5 =$$

$$140 : 5 = \quad 270 : 5 =$$

1 Conocer los sistemas de coordenadas

Un **sistema de coordenadas cartesianas** está formado por:

- Dos rectas numéricas perpendiculares, llamadas **ejes** de coordenadas.
La recta horizontal es el eje de **abscisas**, X .
La recta vertical es el eje de **ordenadas**, Y
- El punto en el que se cortan los ejes es el **origen** de coordenadas y se representa por O .



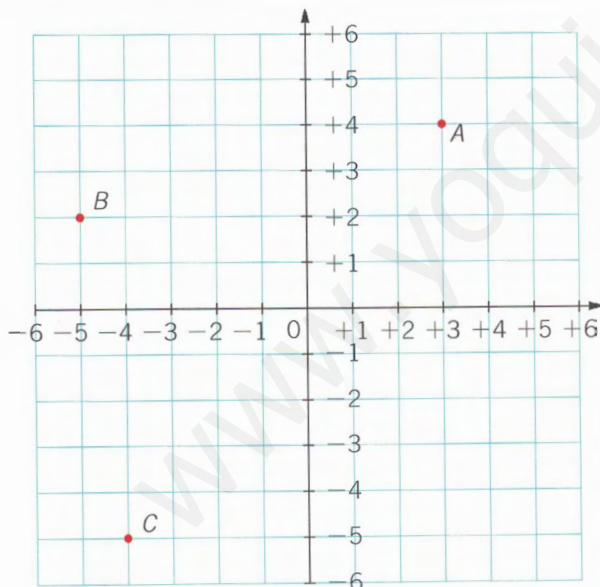
1. Completa la recta numérica y escribe el número que representa cada punto.



2. Representa en la recta numérica vertical de la derecha los siguientes números:

-2 -4 +1 +3 -1 -5 +4 -9

3. Observa y contesta.



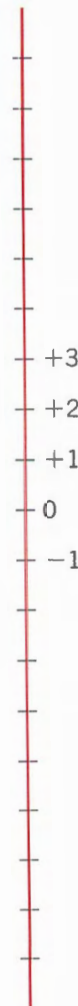
a) Si desde el punto A nos movemos 4 cuadrillos a la izquierda, ¿a qué cuadrante llegaremos?

b) Si desde el punto B nos movemos 3 cuadrillos hacia abajo, ¿a qué cuadrante llegaremos?

c) Si desde el punto C nos movemos 5 cuadrillos hacia la derecha y luego 8 hacia arriba, ¿a qué cuadrante llegaremos?

d) ¿En cuál de los cuatro cuadrantes no hay ningún punto representado?

e) Representa un punto alineado en vertical con B y en horizontal con C .
¿En qué cuadrante está?

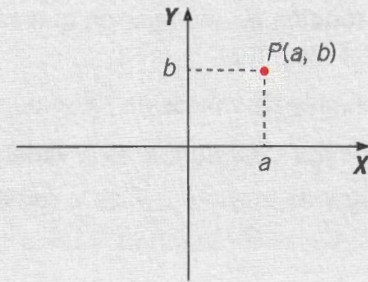


2 Trabajar con coordenadas cartesianas

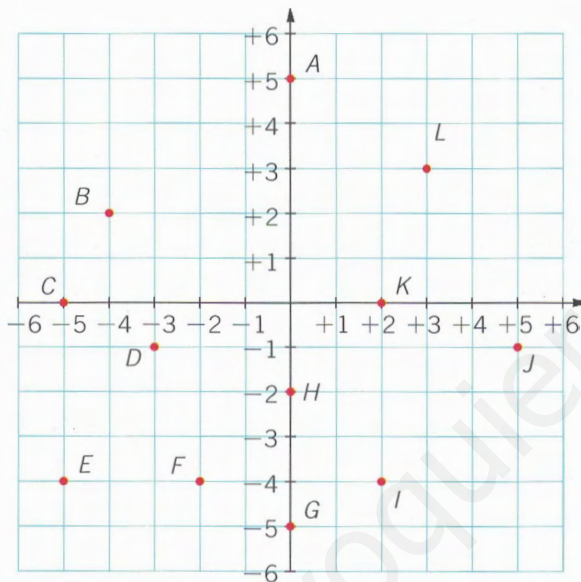
La posición de un punto P en el plano se indica por un par de números (a, b) llamados **coordenadas cartesianas** del punto P .

La primera coordenada, a , se llama **abscisa** y se mide en el eje horizontal.

La segunda coordenada, b , se llama **ordenada** y se mide en el eje vertical.



4. Fíjate en el ejemplo y escribe las coordenadas de cada punto. Después, contesta.



$A(0, +5)$	B	C
D	E	F
G	H	I
J	K	L

- ¿Qué puntos tienen la misma abscisa? ¿Cuál es?
- ¿Cuáles tienen la misma ordenada? ¿Cuál es su valor?

5. Piensa y contesta.

- ¿Qué coordenada tienen en común los puntos que están en el eje X ? Escribe tres ejemplos.
- ¿Y los puntos que están en el eje Y ? Escribe tres ejemplos.
- Un punto P tiene la primera coordenada (su abscisa) positiva. ¿En qué cuadrantes puede estar?
- Un punto Q tiene la segunda coordenada (su ordenada) negativa. ¿En qué cuadrantes puede estar?

3 Utilizar el concepto de función

- Una **función** es una relación que asocia a cada valor de una magnitud un único valor de otra magnitud.
- Al conjunto de valores de cada magnitud se le llama **variable**.
La primera magnitud, x , es la **variable independiente**.
La segunda magnitud, y , es la **variable dependiente**.

6. Piensa y contesta.

Una máquina realiza 6 tornillos en 1 minuto.

a) ¿Cuántos tornillos realiza en 5 minutos? ¿Y en 10 minutos?

b) La relación entre número de tornillos y tiempo, ¿es una función?

c) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

7. Lee y contesta.

En una frutería, con 1,50 € nos dan 1 kg de manzanas.

a) ¿Cuánto costarán 2 kg? ¿Y 3 kg? ¿Y 6 kg?

b) La relación precio y número de kilos, ¿es una función?

c) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

8. Piensa y escribe.

a) La relación entre dos magnitudes que sea una función.

b) La relación entre dos magnitudes que no sea una función.

4 Expresar una función mediante tablas y gráficas

- Los pares de valores (x, y) que obtenemos al relacionar dos magnitudes se pueden organizar en una **tabla**. En esta tabla aparece la temperatura media de una ciudad ($^{\circ}\text{C}$).

Mes	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Temperatura	6°	8°	9°	11°	16°	19°	25°	23°	19°	14°	9°	7°

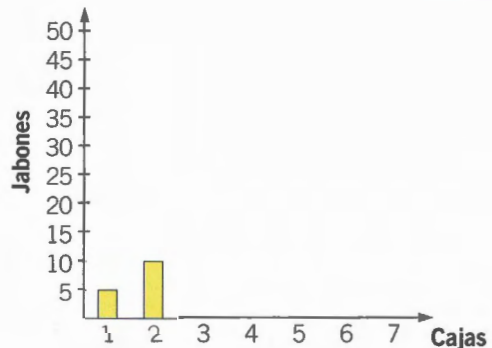
- La **gráfica** de una función es la representación en un sistema de coordenadas del conjunto de puntos de la función.



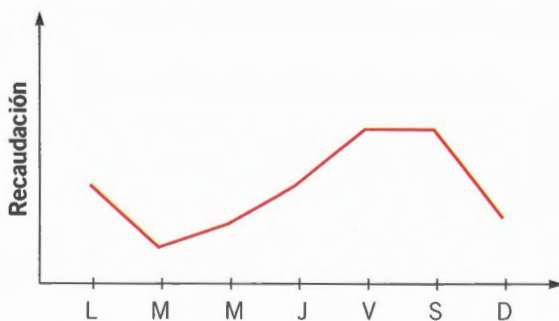
9. Completa la tabla y representa los datos en un gráfico de barras.

En una caja hay 6 jabones. ¿Cuántos jabones hay en 2 cajas? ¿Y en 3, 4, 5, 6 y 7 cajas?

N.º de cajas	1	2	3	4	5	6	7
N.º de jabones							



10. Observa la gráfica de la recaudación en un museo en una semana y contesta.



a) ¿Qué día aumentó la recaudación con respecto al día anterior?

b) ¿Qué día disminuyó la recaudación con respecto al día anterior?

5 Expresar una función mediante una ecuación

- La **ecuación** de una función es la expresión algebraica de la función $y = f(x)$.

Dada la ecuación de una función, podemos obtener, a partir de los valores de x , los correspondientes valores de y .

A cada número le asociamos la suma de su doble más 3 unidades.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Variable independiente: } x \\ \text{Variable dependiente: } y \end{array} \right\} y = 2x + 3$$

x	-2	-1	0	+1	+2
y	-1	+1	+3	+5	+7

11. Completa la tabla de valores para cada función.

a) $y = x + 5$

x	-3	-2	0	+1	+2	+3
y						

c) $y = 2x - 4$

x	-3	-2	-1	0	+1	+4
y						

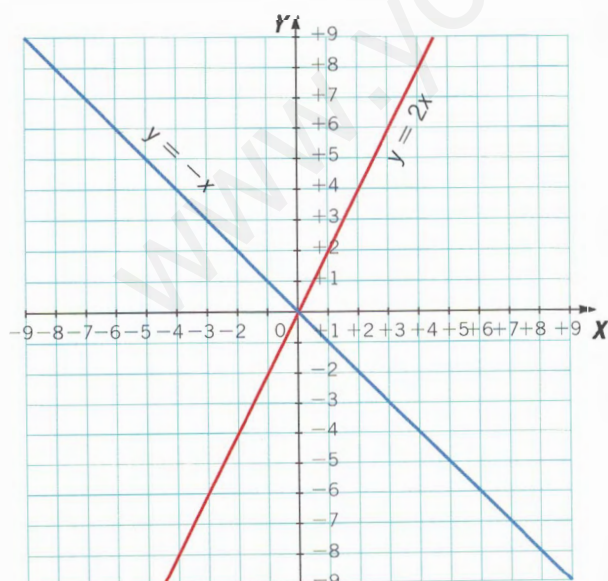
b) $y = -x + 4$

x	-3	-2	-1	0	+1	+4
y						

d) $y = -3x - 5$

x	-4	-3	-1	0	+3	+5
y						

12. Observa la gráfica de las funciones y contesta.



- a) ¿Pasan las dos gráficas por el punto $(-2, 0)$?
¿Cuál pasa por el punto $(+3, +6)$?
- b) ¿Por qué punto pasan ambas gráficas?
- c) Escribe tres puntos por los que pasa la gráfica de la función $y = 2x$.
- d) Escribe tres puntos por los que pasa la gráfica de la función $y = -x$.

13. Completa la tabla de valores de cada función a partir de su ecuación y represéntalas gráficamente.

a) $y = x + 3$

x	y
0	
1	
-1	
2	
-2	

b) $y = x - 1$

x	y

c) $y = 2x - 1$

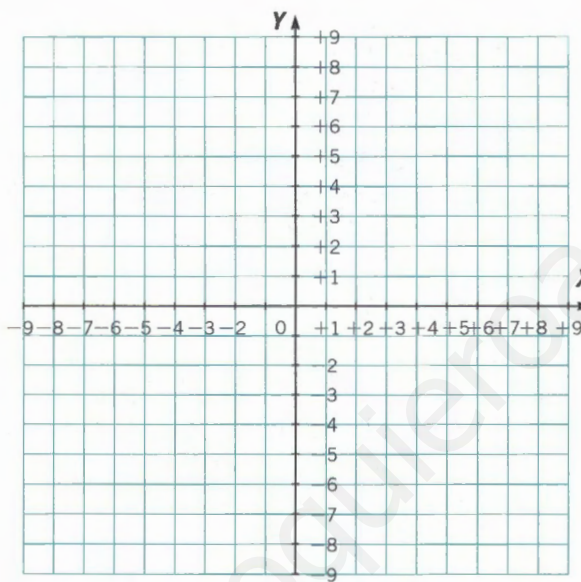
x	y

d) $y = -x + 2$

x	y

e) $y = -x + 1$

x	y



14. Lee y contesta.

El beneficio obtenido por una empresa en euros es igual a la suma de 100 € más el producto de 50 por el número de días trabajados.

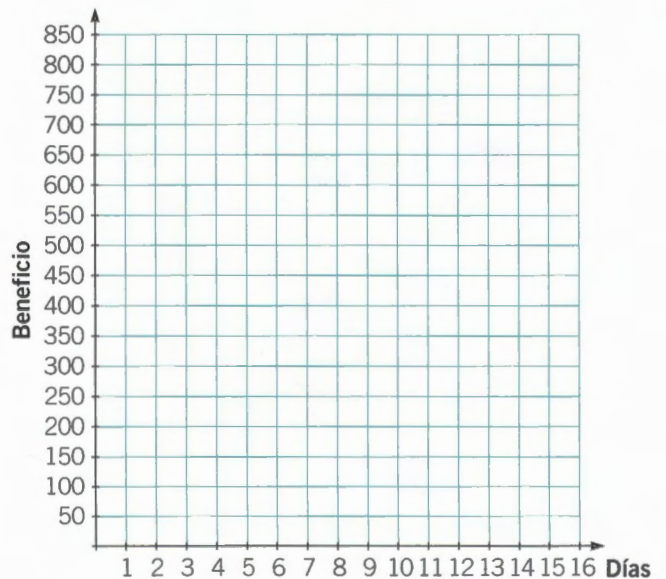
a) ¿Cuál es la ecuación de esa función?

b) Completa la tabla asociada.

N.º de días	1	2	3	4	5	6	7
Beneficio							

c) Representa la función.

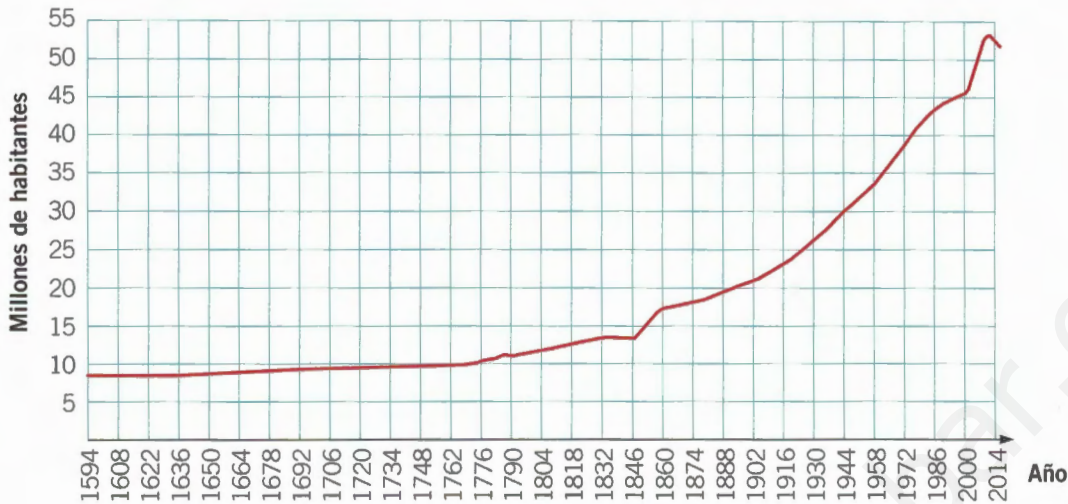
d) La función, ¿pasa por el punto (10, 500)?
¿Y por el punto (20, 1 100)?



6 Resolver problemas con funciones y gráficas

15. Observa el gráfico y contesta.

En el gráfico aparece la evolución de la población en España desde 1594 hasta 2014.



- a) ¿En qué años la población fue inferior a 15 millones?
- b) ¿En qué años la población fue superior a 30 millones?
- c) ¿Qué incremento de población tuvo España aproximadamente desde el año 1916 hasta el año 2000?
- d) Se prevé que en el año 2100 la población sea de 45 millones. ¿Cómo será la gráfica desde el año 2014 al 2100?
- e) ¿Entre qué años hubo un descenso en la población?
- f) La gráfica de la población, ¿pasa por el punto (1958, 30 000 000)? ¿Y por el punto (1720, 10 000 000)?
- g) Busca información acerca de la evolución de la población de tu comunidad autónoma en los últimos 10 años y haz una gráfica con la información obtenida.



16. Lee y contesta.

Marcos ha dado un paseo con sus padres. Han salido de casa, han ido al parque y han vuelto a casa. El siguiente gráfico muestra su trayectoria.



- a) ¿Qué variables aparecen en el gráfico?
- b) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?
- c) ¿Cuánto tiempo ha durado el paseo?
- d) ¿Cuál es la máxima distancia a la que han estado de la casa?
- e) ¿Cuándo han caminado más rápido, a la ida o a la vuelta?
- f) ¿Qué crees que significan los tramos horizontales?
- g) Describe un camino y haz la gráfica correspondiente.

REPASA LO APRENDIDO

1 Escribe en forma de potencia y calcula su valor.

a) $11 \cdot 11 =$

b) $10 \cdot 10 \cdot 10 =$

c) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$

d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

e) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

2 Escribe la descomposición polinómica de cada número.

a) $3897 =$

b) $15742 =$

c) $931754 =$

d) $12874321 =$

3 Piensa y escribe cinco números.

a) Divisibles por 2.

c) Divisibles por 2 y por 3.

b) Divisibles por 3.

d) Divisibles por 3 y por 5.

4 Calcula.

a) $(-4 - 3 + 5 - 7) \cdot (-3 + 5 - 6) =$

b) $(-10) \cdot (-3 + 5 - 1) + (-5 + 4 - 3) : (-2) =$

c) $(-3 - 4 - 5) : (-3 + 2 - 1) - (-7 + 3) \cdot (-6 - 2) =$

5 Ordena las fracciones de menor a mayor.

a) $\frac{2}{3}, \frac{1}{5}$ y $\frac{4}{6}$

b) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}$ y $\frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{7}, \frac{1}{10}$ y $\frac{5}{8}$