10a) $\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}=\frac{1}{8}$; $\frac{8x}{8x^2}-\frac{16}{8x^2}=\frac{x^2}{8x^2}$; $8x-16=x^2$; $x^2-8x+16=0$ $\quad (x-4)^2=0 \Rightarrow x=4$

$x=\frac{8\pm\sqrt{64-64}}{2\cdot 1}=4$ Comprob. $\frac{1}{4}-\frac{2}{16}=\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$ ✓

10b) $20x+\frac{12}{5x+3}=7$; $\frac{20x\cdot(5x+3)+12}{5x+3}=\frac{7\cdot(5x+3)}{5x+3}$; Comp.

$100x^2+60x+12=35x+21$;

$100x^2+25x-9=0$; $x=\frac{-25\pm\sqrt{625+3600}}{200}=\frac{-25\pm 65}{200}=$ $\frac{-90}{200}=\frac{-9}{20}$ ✓ ; $\frac{40}{200}=\frac{1}{5}$ ✓

10d) $\frac{9}{2+x}+\frac{7}{2-x}=10$; $\frac{9\cdot(2-x)+7\cdot(2+x)}{(2+x)\cdot(2-x)}=\frac{10\cdot(2+x)\cdot(2-x)}{(2+x)\cdot(2-x)}$

$18-9x+14+7x=40-10x^2$

$10x^2-2x-8=0$; $5x^2-x-4=0$ Comp.

$x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot 5\cdot(-4)}}{2\cdot 5}=\frac{1\pm 9}{10}=$ $1$ ✓ ; $\frac{-8}{10}=\frac{-4}{5}$ ✓

11) nº + inverso $=\frac{5}{2}$

nº : $x$
inverso del nº : $\frac{1}{x}$

$x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$; $\frac{2x^2+2}{2x}=\frac{5x}{2x}$; $2x^2-5x+2=0$

$x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}=\frac{5\pm 3}{4}=$ $2$ ; $\frac{1}{2}$

$\boxed{\text{Sol: El nº puede ser } 2 \text{ o } \frac{1}{2}}$

12) La diferencia entre el inverso de un nº y el inverso de su doble es 1. Calcula este nº.

nº : $x$ ; doble del nº : $2x$
inverso del nº : $\frac{1}{x}$ ; inverso del doble : $\frac{1}{2x}$

$\frac{1}{x}-\frac{1}{2x}=1$; $\frac{2-1}{2x}=\frac{2x}{2x}$; $2x=1$

$x=\frac{1}{2}$

$\boxed{\text{Solución: } \frac{1}{2}}$

**14b)** $\left(3\sqrt{x-20}\right)^2=\left(\dfrac{x}{4}\right)^2$ ; $9\cdot(x-20)=\dfrac{x^2}{16}$ ; $(9x-180)\cdot 16=x^2$

$144x-2880=x^2$ ; $x^2-144x+2880=0$ ; $x=\dfrac{144\pm\sqrt{20736-11520}}{2}=$

$=\dfrac{144\pm\sqrt{9216}}{2}=\dfrac{144\pm 96}{2}=\begin{cases}\dfrac{240}{2}=120 & \checkmark\\ \dfrac{48}{2}=24 & \checkmark\end{cases}$ Comprob.

**14c)** $x=9-\sqrt{15-x}$

$(x-9)^2=\left(-\sqrt{15-x}\right)^2$ ; $x^2-18x+81=15-x$ ; $x^2-17x+66=0$ ;

$x=\dfrac{17\pm\sqrt{289-264}}{2}=\dfrac{17\pm\sqrt{25}}{2}=\dfrac{17\pm5}{2}=\begin{cases}11 & \text{No al comprob.}\\ 6 & \text{Sí " "}\end{cases}$

**14d)** $\sqrt[3]{(x+1)\cdot(x+3)}-1=x$

$\left(\sqrt[3]{(x+1)\cdot(x+3)}\right)^3=(x+1)^3$ ;

$(x+1)\cdot(x+3)=(x+1)^3$ ; $\Rightarrow (x+1)\cdot\left((x+1)^2-(x+3)\right)=0$

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$ ✓

$x^2+1+2x-x-3=0$

$x^2+x-2=0$ ; $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{9}}{2}=\dfrac{-1\pm3}{2}=\begin{cases}1 & \checkmark\\ -2 & \checkmark\end{cases}$

**15a)** $\sqrt{x}+\sqrt{x-5}=5$

$\left(\sqrt{x-5}\right)^2=\left(5-\sqrt{x}\right)^2$ ; $\cancel{x}-5=25+\cancel{x}-10\sqrt{x}$ ; $-30=-10\sqrt{x}$ Comprob.

$3=\sqrt{x}$ ; $x=9$ ✓

**15b)** $\left(\sqrt{2\sqrt{6x-7}}\right)^2=\left(\sqrt{3x-2}\right)^2$ ; $2\sqrt{6x-7}=3x-2$

$\left(2\sqrt{6x-7}\right)^2=(3x-2)^2$

$4\cdot(6x-7)=9x^2+4-12x$

$24x-28=9x^2+4-12x$

$9x^2-36x+32=0$

$x=\dfrac{36\pm\sqrt{1296-1152}}{18}=\dfrac{36\pm\sqrt{144}}{18}=\dfrac{36\pm12}{18}=$ Comprob.

$=\begin{cases}\dfrac{48}{18}=\dfrac{8}{3} & \checkmark\\ \dfrac{24}{18}=\dfrac{4}{3} & \checkmark\end{cases}$

**18** a) $(5^{x-1})^3=1$ ; $5^{3x-3}=5^0$ ; $3x-3=0$ ; $x=1$

b) $3^{2x-1}=243$; $3^{2x-1}=3^5$; $2x-1=5$; $x=3$

c) $\sqrt{2^x}=8$ ; $2^{x/2}=2^3$ ; $\frac{x}{2}=3$ ; $x=6$

d) $2^{x-3}=4^{x+2}$; $2^{x-3}=(2^2)^{x+2}$ ; $x-3=2x+4$ ; $x=-7$

e) $4^{1-x^2}=\frac{1}{64}$; $4^{1-x^2}=4^{-3}$ ; $1-x^2=-3$ ; $x^2=4$ ; $x=\pm 2$

✓

**19** a) $4^{x+1}+2^{2x}=320$

$4^x\cdot 4+(2^2)^x=320$ ; $4^x\cdot 4+4^x=320$

$4^x\cdot(4+1)=320$ ; $5\cdot 4^x=320$; $4^x=\frac{320}{5}=64$

$4^x=4^3$ ; $x=3$ ✓

$\log_4 4^x=\log_4 4^3$

b) $4^{x+1}+4^x+4^{1-x}=21$

$4\cdot 4^x+4^x+\frac{4}{4^x}=21$

$4^x=z$ $\quad 4\cdot z+z+\frac{4}{z}=21$

$5z+\frac{4}{z}=21$ ; $5z^2+4=21z$;

$5z^2-21z+4=0$;

$z=\frac{21\pm\sqrt{21^2-4\cdot 5\cdot 4}}{2\cdot 5}=\frac{21\pm\sqrt{441-80}}{10}=$

$=\frac{21\pm\sqrt{361}}{10}=\frac{21\pm 19}{10}=$ $\frac{40}{10}=4=4^x \Rightarrow \boxed{x=1}$ ✓ ; $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}=4^x \Rightarrow x=\log_4 0'2=\frac{\log 0'2}{\log 4}=\boxed{-1'1609}$ ✓

Comprob.

Cambio de base

Calculadora

c) $2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}=112$

$2\cdot 2^x+2^2\cdot 2^x+2^3\cdot 2^x=112$

$2^x\cdot(2+2^2+2^3)=112$

$2^x\cdot 14=112$ ; $2^x=\frac{112}{14}=8 \Rightarrow x=3$ ✓

**20** a) $3\cdot e^x-2=121$

Calculadora

$3\cdot e^x=123$; $e^x=\frac{123}{3}=41$; $x=\ln 41=3'713\ldots$

b) $e^{x-2}=1 \Rightarrow x-2=0$ ; $x=2$

Cambio de base    Calculadora

c) $3^{x+1}=2^x$ ; $3\cdot 3^x=2^x$; $\frac{3^x}{2^x}=\frac{1}{3}$; $\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{1}{3}$; $x=\log_{3/2}\frac{1}{3}=\frac{\log 1/3}{\log 3/2}=-2'709$

d) $9^{x^2-3}=\frac{1}{100}$; $\log 9^{x^2-3}=\log 10^{-2}$; $(x^2-3)\cdot\log 9=-2$

$(\log 9)\cdot x^2=-2+3\cdot\log 9$ Calculadora

$x^2=\frac{-2+3\cdot\log 9}{\log 9}=\frac{0'862727}{0'95424}=0'904$

$x=\pm 0'95$ ✓

**21** a) $\sqrt{\frac{1}{5^{1-x^2}}}=25$; $\left(5^{-(1-x^2)}\right)^{1/2}=5^2$ ; $5^{\frac{x^2-1}{2}}=5^2$;

$\frac{x^2-1}{2}=2$; $x^2-1=4$; $x^2=5$; $x=\pm\sqrt{5}$ ✓ tras comprobar

29) c) $\begin{cases} 2\cdot \log x + \log y = -3 \\ x\cdot y = 1 \end{cases} \Rightarrow \log x^2\cdot y = -3;\quad x^2\cdot y = 10^{-3}$

$\begin{cases} x^2\cdot y = 10^{-3} \\ x\cdot y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \end{cases} \quad x^2\cdot\frac{1}{x} = 10^{-3};\quad x = 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = x$ ✓

$y = 10^3$ ✓

e) $\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 7 \\ \log_2 x^2 - \log_2 y = 2 \end{cases}$

$+\begin{cases} \log_2 x + \log_2 y = 7 \\ 2\cdot\log_2 x - \log_2 y = 2 \end{cases}$

$3\log_2 x \quad / \quad = 9 \Rightarrow \log_2 x = 3;\quad x = 2^3 = 8$ ✓

$\Rightarrow \log_2 y = 7 - 3 = 4;\quad y = 2^4 = 16$ ✓

30) f) $\begin{cases} 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = -6 \\ 2^{x+2} - 3^{y+1} = -11 \end{cases}$ $\begin{cases} 3\cdot 2^x - 2\cdot 3^y = -6 \\ 2^2\cdot 2^x - 3^y\cdot 3 = -11 \end{cases}$ Cambio de variable $2^x = u;\ 3^y = v$

$\begin{cases} 3u - 2v = -6 \Rightarrow u = \frac{2v-6}{3} \\ 4u - 3v = -11 \Rightarrow u = \frac{3v-11}{4} \end{cases}$ $\frac{2v-6}{3} = \frac{3v-11}{4}$

$8v - 24 = 9v - 33$

$9 = v = 3^y \Rightarrow y = 2$ ✓

$u = \frac{2\cdot 9 - 6}{3} = 4 = 2^x \Rightarrow x = 2$ ✓

31) f) $\begin{cases} \frac{e^x}{e^y} = e^3 \\ \log 4x - \log y = -1 \end{cases};\quad \begin{cases} e^{x-y} = e^3 \\ \log\frac{4x}{y} = \log 10^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{4x}{y} = \frac{1}{10} \Rightarrow y = 40x \end{cases}$

$\Rightarrow x - 40x = 3;\quad -39x = 3$

$x = -\frac{3}{39} = -\frac{1}{13}$ No soluc.

$y = -\frac{40}{13}$ NO porque ∄ log. de nº negativo.

25a) $\begin{cases} x+y+2z=3 \\ x+3y+3z=7 \\ -x+2y+z=1 \end{cases} \xrightarrow[\substack{e'_2=e_2-e_1 \\ e'_3=e_3+e_1}]{} \begin{cases} x+y+2z=3 \\ \cancel{\ } +2y+z=4 \\ \cancel{\ } +3y+3z=4 \end{cases} \xrightarrow[e'_3=e_3-3\cdot e_2]{}$

$\begin{cases} x+y+2z=3 \\ 2y+z=4 \\ -3y \ \cancel{\ } =-8 \end{cases} \Rightarrow \underline{y=\frac{8}{3}}$

$x+\frac{8}{3}+2\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)=3 \Rightarrow \underline{x=3}$

$2\cdot\frac{8}{3}+z=4;\ z=4-\frac{16}{3}=\underline{-\frac{4}{3}}$

Sistema Comp. Det.

$\boxed{\begin{array}{l} \text{Solución:} \\ x=3 \\ y=\frac{8}{3} \\ z=-\frac{4}{3} \end{array}}$

25b) $\begin{cases} x+7y-4z=5 \\ 2x-y+3z=5 \\ 3x+6y-z=8 \end{cases} \xrightarrow[\substack{e'_2=e_2-2e_1 \\ e'_3=e_3-3e_1}]{} \begin{cases} x+7y-4z=5 \\ \cancel{\ } -15y+11z=-5 \\ \cancel{\ } -15y+11z=-7 \end{cases} \to$ S. Inc. $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

O bien seguimos, y llegamos a la misma conclusión

$\xrightarrow[e'_3=e_3-e_2]{} \begin{cases} x+7y-4z=-5 \\ -15y+11z=-5 \\ 0+0=-2 \text{ Imposible!!} \end{cases} \longrightarrow$ S. Incompatible

25c) $\begin{cases} x+3y+2z=6 \\ 2x+y+3z=6 \\ 4x+7y+7z=18 \end{cases} \xrightarrow[\substack{e'_2=e_2-2e_1 \\ e'_3=e_3-4\cdot e_1}]{} \begin{cases} x+3y+2z=6 \\ \cancel{\ } -5y-z=-6 \\ \cancel{\ } -5y-z=-6 \end{cases} \xrightarrow[e'_3=e_3-e_2]{}$

$\begin{cases} x+3y+2z=6 \\ -5y-z=-6 \\ 0=0 \end{cases} \to$ Infinitas soluciones $\boxed{\text{S.C. Indeterminado}}$

$y=\lambda \to$ parámetro real.

$z=-5\lambda+6$

$x=-3\lambda-2\cdot(-5\lambda+6)+6=7\lambda-6$

$\boxed{\begin{array}{l} \text{Solución:} \\ y=\lambda;\ \lambda\in\mathbb{R} \\ z=-5\lambda+6 \\ x=7\lambda-6 \end{array}}$

25d) $\begin{cases} 2x-y+z=-2 \\ x+y+z=-1 \\ 3x-y+z=1 \end{cases} \xrightarrow[\substack{e'_2=e_2-e_1 \\ e'_3=e_3-e_1}]{} \begin{cases} 2x-y+z=-2 \Rightarrow z=-2+2-2\cdot 3 \Rightarrow \boxed{z=-6} \\ -x+2y \ \cancel{\ } =1 \quad 2y=1+3 \Rightarrow \boxed{y=2} \\ x \ \cancel{\ } \ \cancel{\ } =3 \Rightarrow \boxed{x=3} \end{cases}$

S.C. Determinado

**26 b**

$$\left\{\begin{array}{l} -x+3y-5z=8 \\ -2x+2y+8z=26 \\ x+5y+z=4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} e_1 \leftrightarrow e_3 \\ e_2' = \frac{e_2}{2} \end{array} \left\{\begin{array}{l} x+5y+z=4 \\ -x+y+4z=13 \\ -x+3y-5z=8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Longrightarrow \\ e_2'=e_2+e_1 \\ e_3'=e_3+e_1 \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{l} x+5y+z=4 \\ 0+6y+5z=17 \\ 0+8y-4z=12 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Longrightarrow \\ e_3'=\frac{e_3}{4} \end{array} \left\{\begin{array}{l} x+5y+z=4 \\ 6y+5z=17 \\ 2y-z=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \Longrightarrow \\ e_2'=e_2+5e_3 \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{l} x+5y+z=4 \\ 16y \quad / =32 \\ 2y-z=3 \end{array}\right. \Rightarrow y=\frac{32}{16}=2$$

$$z=2\cdot 2-3=1$$

$$x=4-1-5\cdot 2=-7$$

Solución:
$x=-7$
$y=2$
$z=1$

**27.** Analiza el siguiente sistema según los valores de K:

$$\left\{\begin{array}{l} -x+2y-3z=1 \\ (K-1)\cdot y+z=0 \\ 5z=-10 \end{array}\right\} \Rightarrow z=\frac{-10}{5}=-2$$

$$\Longrightarrow y=\frac{-z}{K-1}=\frac{2}{K-1}$$

Si $K=1 \Rightarrow \frac{2}{0}$!! No tiene solución $\Rightarrow$ S.I.

Si $K\neq 1$ S.C.D.

$$y=\frac{2}{K-1}$$

$$x=2\cdot\frac{2}{K-1}-3\cdot(-2)-1=$$

$$=\frac{4}{K-1}+5=\frac{5K-1}{K-1}=x$$

$$y=\frac{2}{K-1}$$

$$z=-2$$

**34 d)** $\frac{x}{4}-\frac{3(x-2)}{2}\le x-17$; $\frac{x}{4}-\frac{3x-6}{2}\le x-17$; $\frac{2x}{8}-\frac{12x-24}{8}\le\frac{8x-136}{8}$;

$2x-12x+24\le 8x-136$; $2x-12x-8x\le -24-136$; $-18x\le -160$

se le da la vuelta por dividir por nº negativo

$x\ge\frac{-160}{-18}$

$\boxed{\text{Solución } \left[\frac{80}{9},+\infty\right)} \Leftarrow x\ge\frac{80}{9}$

**36 b)** $x-\frac{3-x}{3}\le\frac{3x}{2}-\frac{8-3x}{4}$;

$\frac{12x}{12}-\frac{12-4x}{12}\le\frac{18x}{12}-\frac{24-9x}{12}$; $12x-12+4x\le 18x-24+9x$;

$12x+4x-18x-9x\le +12-24$;

$-11x\le -12$; $x\ge\frac{-12}{-11}$; $x\ge\frac{12}{11}$ $\boxed{\text{Solución: } \left[\frac{12}{11},+\infty\right)}$

Cambia por dividir por un nº negativo

**38 a)** $(x-2)\cdot(x+5)-2\cdot(3x-4)\ge 4x-x^2+1$.

$x^2+5x-2x-10-6x+8\ge 4x-x^2+1$

$2x^2-7x-3\ge 0$

1º. Calculo las soluciones de $2x^2-7x-3=0$

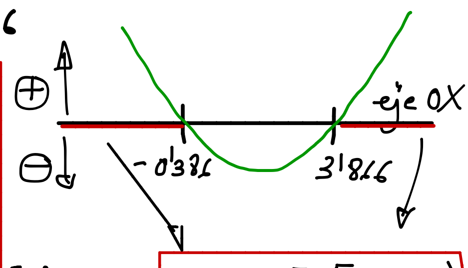
$$x=\frac{7\pm\sqrt{49-4\cdot2\cdot(-3)}}{2\cdot2}=\frac{7\pm\sqrt{73}}{4}\simeq\begin{cases}3'886\\-0'386\end{cases}$$

2º.- Divido la recta en intervalos:

| | $-\infty$ a $-0'386$ | $-0'386$ a $3'886$ | $3'886$ a $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $(x+0'386)\simeq\left(x-\frac{7-\sqrt{73}}{4}\right)$ | $-$ | $+$ | $+$ |
| $(x-3'886)\simeq\left(x-\frac{7+\sqrt{73}}{4}\right)$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| $2x^2-7x-3$ | $+$ | $-$ | $+$ |

0 0

$\boxed{\text{Solución: } \left(-\infty,\frac{7-\sqrt{73}}{4}\right]\cup\left[\frac{7+\sqrt{73}}{4},+\infty\right)}$




$\boxed{\text{Solución: } (-\infty,-0'386]\cup[3'866,+\infty)}$

44 b) $\dfrac{4x-8}{x+4} \leq 2$ ; $\dfrac{4x-8}{x+4} - 2 \leq 0$ ; $\dfrac{4x-8-2\cdot(x+4)}{x+4} \leq 0$ ;

$\dfrac{2x-16}{x+4} \leq 0$ ; $2x-16=0 \Rightarrow x=8$
$x+4=0 \Rightarrow x=-4$

| | $-\infty$ $(-\infty,-4)$ | $-4$ $(-4,8)$ | $8$ $(8,+\infty)$ $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $2\cdot(x-8)$ | $-$ | $-$ | $+$ |
| $x+4$ | $-$ | $+$ | $+$ |
| $\dfrac{2(x-8)}{x+4}$ | $+$ | $-$ | $+$ |

$x=-4$: $\nexists$ ; $x=8$: $0$

$\boxed{\text{Solución: } (-4, 8]}$

44g) $\dfrac{-7x-30}{2-5x} \leq -x$ ; $\dfrac{-7x-30}{2-5x} + x \leq 0$ ; $\dfrac{-7x-30+2x-5x^2}{2-5x} \leq 0$ ;

$\dfrac{-5x^2-5x-30}{2-5x} \leq 0$ ;

$-5x^2-5x-30=0$
$x^2+x+6=0$
$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1} \Rightarrow$ No tiene soluc. en $\mathbb{R}$

$2-5x=0$
$x=\dfrac{2}{5}$

$(-\infty,\frac{2}{5})$ $\quad \frac{2}{5} \quad$ $(\frac{2}{5},+\infty)$

$\dfrac{-}{+}=-$ $\quad \nexists \quad$ $\dfrac{-}{-}=+$

$\Rightarrow \boxed{\text{Solución: } (-\infty, \frac{2}{5})}$

45 f) $\dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{2}{3-7x} \geq -\dfrac{7}{2}+7$ ; $\dfrac{6}{15-35x} \geq -\dfrac{7}{2}+7$; $\dfrac{12}{2\cdot(15-35x)} \geq \dfrac{-7\cdot(15-35x)+14(15-35x)}{2\cdot(15-35x)}$

$0 \geq \dfrac{-105+245x+210-490x-12}{2\cdot(15-35x)}$

$0 \geq \dfrac{-245x+93}{2\cdot(15-35x)}$ ;

$-245x+93=0 \Rightarrow x=\dfrac{93}{245} \simeq 0'38$

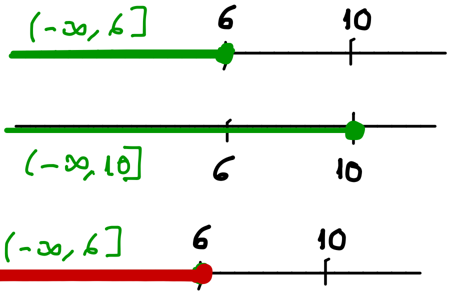
$2\cdot(15-35x)=0 \Rightarrow x=\dfrac{15}{35}=\dfrac{3}{7} \simeq 0'429$

$\dfrac{+}{+}=+$ $\quad \frac{93}{245} \quad$ $\dfrac{-}{+}=-$ $\quad \frac{3}{7} \quad$ $\dfrac{-}{-}=+$

$\frac{93}{245}$: $\boxed{0}$ ; $\frac{3}{7}$: $\nexists$

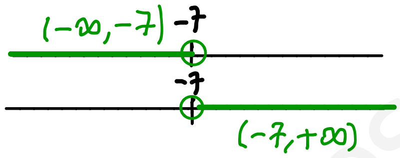
$\Rightarrow \boxed{\text{Solución: } [\frac{93}{245}, \frac{3}{7})}$

**41 a)** $\begin{cases} 2x-5\le 7 \\ 3\cdot(x-2)-24\le 0 \end{cases}$ $\begin{matrix} 2x\le 12 \;;\; x\le 6 \\ 3x\le 30 \;;\; x\le 10 \end{matrix}$



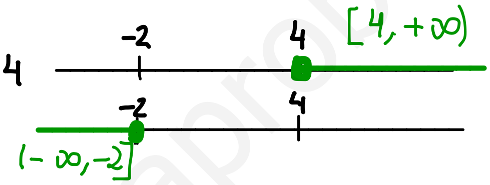

$(-\infty,6]\cap(-\infty,10]=\boxed{(-\infty,6]}$ ← Solución

**41 b)** $\begin{cases} -7-3x>14 \\ 4-(x+5)<6 \end{cases}$ $\begin{matrix} -3x>21 \\ -x-7<0 \end{matrix}$ $\begin{matrix} x<-7 \\ -7<x \end{matrix}$



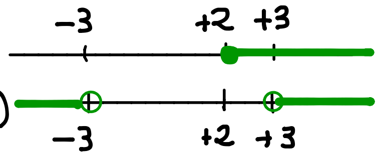

$(-\infty,-7)\cap(-7,+\infty)=\phi$ → Conjunto vacío → No tiene solución

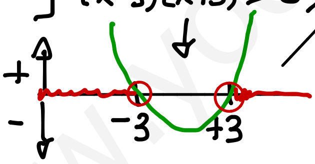
**41 c)** $\begin{cases} 5x+4\ge 3x+12 \;;\; 2x\ge 8 \;;\; x\ge 4 \\ x+2\le 0 \;;\; x\le -2 \end{cases}$



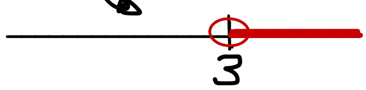

$(-\infty,-2]\cap[4,+\infty)=\phi$ → No solución.

**42 a)** $\begin{cases} 3x-6\ge 0 \\ x^2-9>0 \end{cases}$ $\begin{matrix} 3x\ge 6 \;;\; x\ge 2 \;;\; x\in[2,+\infty) \\ (x-3)(x+3)>0 \;;\; x\in(-\infty,-3)\cup(3,+\infty) \end{matrix}$



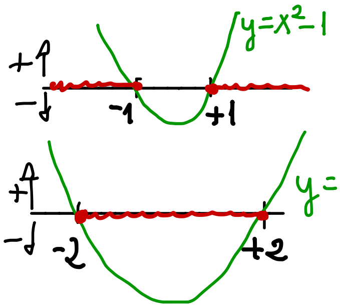




Solución: $(3,+\infty)$




**43 a)** $\begin{cases} x^2-1\ge 0 \;; \\ x^2-4\le 0 \;; \end{cases}$

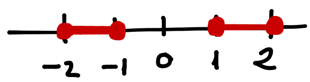
$\begin{cases} (x+1)\cdot(x-1)\ge 0 \\ (x-2)(x+2)\le 0 \end{cases}$




$;\quad x\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

$;\quad x\in[-2,+2]$

Solución del sistema: $[-2,-1]\cup[+1,+2]$



**46 f)** $4x-2(x-3y)>4$

$4x-2x+6y>4$

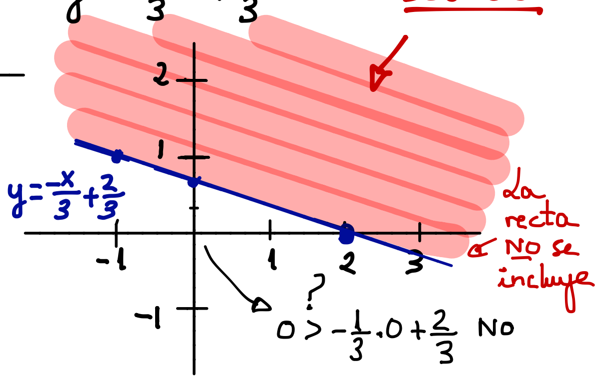
$2x+6y>4$

$6y>-2x+4$

$y>-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$

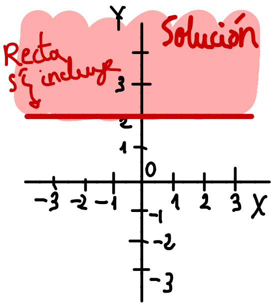
Representamos $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 2/3 |
| 2 | 0 |

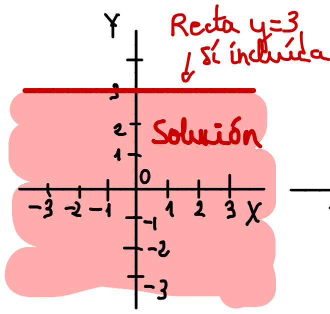



**48**

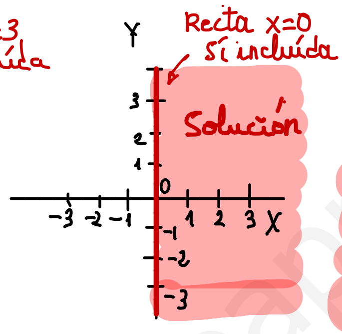
a) $y \geq 2$



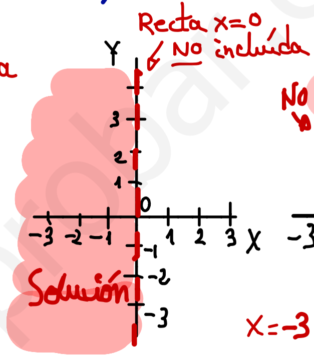

b) $y \leq 3$



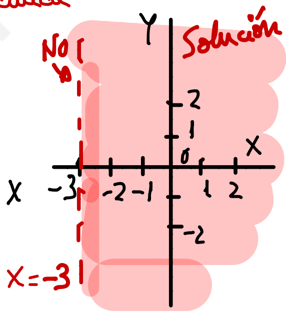

c) $x \geq 0$




d) $x<0$




e) $x>-3$

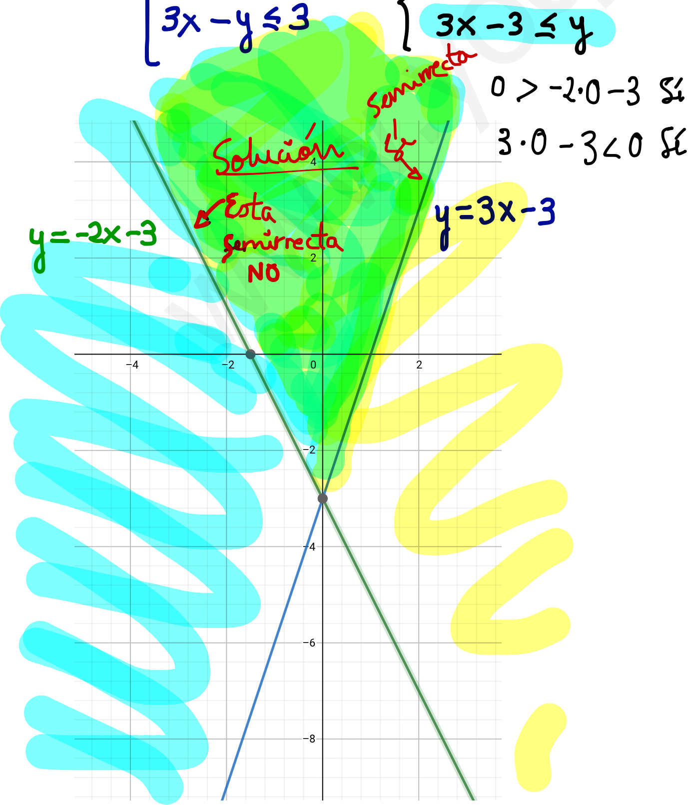



**50 c**

$$\begin{cases} 2x+y>-3 \\ 3x-y\leq 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y>-2x-3 \\ 3x-3\leq y \end{cases}$$

$0>-2\cdot 0-3$ Sí

$3\cdot 0-3<0$ Sí




**53 a**

$$\begin{cases} x-4\geq y \\ 2x+y\leq 5(x+1) \\ x-y\geq 1 \end{cases} ;\ 2x+y\leq 5x+5$$

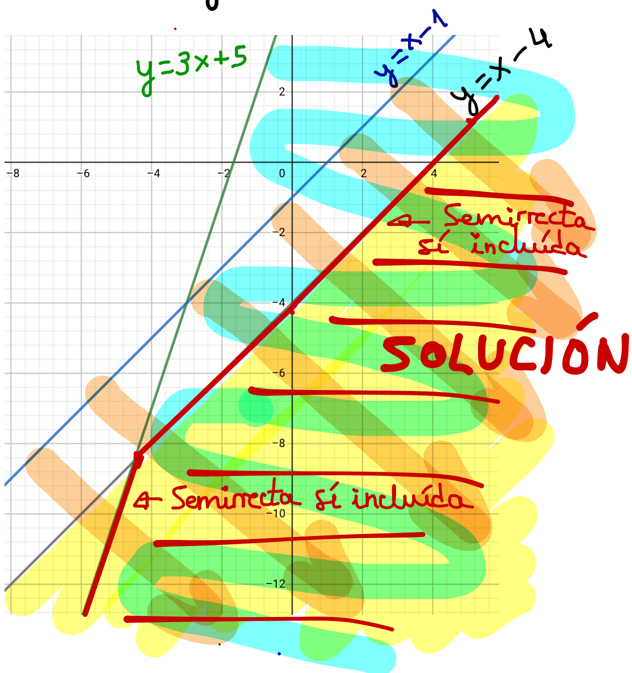
$(0,0)\in$ ?

$$\begin{cases} x-4\geq y \\ y\leq 3x+5 \\ x-1\geq y \end{cases}$$

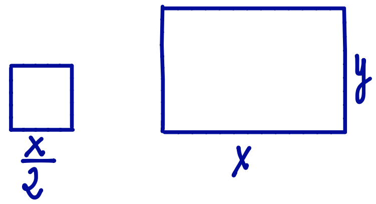
$0-4\geq 0$ NO

$0\leq 3\cdot 0+5$ Sí

$0-1\geq 0$ NO



115. El área de un cuadrado es la sexta parte del área de un rectángulo. Además, el lado del cuadrado es la mitad de uno de los lados del rectángulo y el perímetro del rectángulo es de 30 cm. Calcula las dimensiones del cuadrado y del rectángulo.




$P_{rect.} = 30$ cm

$A_{cuad} = \frac{1}{6} A_{rect.}$

$$\left\{\begin{array}{l} 2x + 2y = 30 \\ \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{x \cdot y}{6} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x + y = 15 \\ \frac{x^2}{4} = \frac{x \cdot y}{6} \end{array} \Rightarrow$$

$y = \frac{x^2}{4} \cdot \frac{6}{x} = \frac{3}{2}x$, y sustituyendo en la 1ª ecuación: $x + \frac{3x}{2} = 15$;

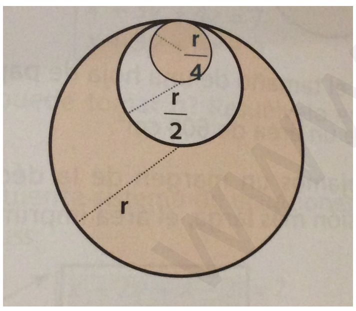
$2x + 3x = 30$

$5x = 30 \Rightarrow x = 6$

$\Leftarrow \quad y = \frac{3x}{2} = 9$

Solución:
El lado del cuadrado mide 3 cm.
Los lados del rectángulo miden 6 y 9 cm

117. Sabiendo que el área de la zona coloreada es de $26\pi$ y el radio de cada circunferencia es la mitad que el radio de la circunferencia que la contiene, calcula el radio de la circunferencia mayor.




$A_{\text{zona coloreada}} = A_{\text{círculo grande}} - A_{\text{círculo mediano}} + A_{\text{círculo pequeño}} = 26\pi$

¿r?

$\pi \cdot r^2 - \pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{r}{4}\right)^2 = 26\pi$

$\left(r^2 - \frac{r^2}{4} + \frac{r^2}{16}\right) \cdot \cancel{\pi} = 26 \cdot \cancel{\pi}$

$\frac{16r^2 - 4r^2 + r^2}{16} = 26$; $\frac{13r^2}{16} = 26$;

$r^2 = \frac{26 \cdot 16}{13} = 32$; $r = \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$ ($32 = 2^5$, $2^2$)

válida sólo la positiva

Solución: $r = 4\sqrt{2}$ cm

123. Calcula un número sabiendo que la suma de dicho número con el doble de su raíz cuadrada es inferior en 3 unidades al doble de dicho número.

¿nº? : $x$

doble de su raíz cuadrada : $2\sqrt{x}$

doble del nº : $2x$

$$x + 2\sqrt{x} = 2x - 3$$

$$2\sqrt{x} = x - 3$$

$$(2\sqrt{x})^2 = (x-3)^2$$

$$4x = x^2 + 9 - 6x \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow$$

Comprobamos

$$\Rightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4\cdot 1\cdot 9}}{2\cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} 9 \checkmark \\ 1 \text{ No} \end{cases}$$

$\boxed{\text{Solución: el nº es el 9}}$

130. La suma de las 3 cifras de un número es 6. Si se intercambian la cifra de las centenas y la de las decenas, el número aumenta en 90 unidades. Si se intercambian la de las decenas y la de las unidades, el número aumenta en 9 unidades. Calcula dicho número.

$x$: cifra centenas

$y$: cifra decenas

$z$: cifra unidades

nº : $100x + 10y + z$

nº intercambiando C y D : $100y + 10x + z$

nº intercambiando D y U : $100x + 10z + y$

Suma de las cifras es 6.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 100y + 10x + z = 100x + 10y + z + 90 \\ 100x + 10z + y = 100x + 10y + z + 9 \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ 90x - 90y &= -90 \\ 9y - 9z &= -9 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x - y &= -1 \\ y - z &= -1 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{e_3' = e_3 + e_1} \left.\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x - y &= -1 \\ x + 2y &= 5 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{e_3' = e_3 - e_2}$$

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x - y &= -1 \\ 3y &= 6 \Rightarrow y = 2 \end{aligned}$$

$z = 6 - 1 - 2 = 3$

$x = -1 + 2 = 1$

$\boxed{\text{Solución: el nº 123}}$

139. Encuentra todos los números enteros comprendidos entre 10 y 99 que verifican las condiciones siguientes:

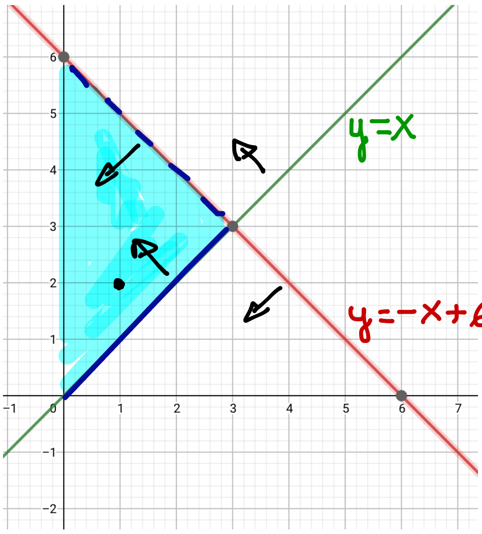
a) La suma de la cifra de las unidades y la de las decenas es menor que 6.

b) La cifra de las decenas es menor o igual que la de las unidades.

Cifra de las unidades: $y$
Cifra de las decenas: $x$

$\begin{cases} x+y<6 \rightarrow \text{Recta asociada } y=-x+6 \\ x \le y \rightarrow \text{Recta asociada } y=x \end{cases}$

$0<x\le 9$ e $0\le y\le 9$




$(0,0)$ satisface $x+y<6$? $0\overset{?}{<}6$ Sí

$(1,2)$ satisface $x\le y$? $1\overset{?}{\le}2$ Sí

Solución: $(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3)$

$\boxed{11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 22 \quad 23}$

147. Halla un número tal que la suma de su inverso y del cuadrado de su inverso sea 5/16.

nº: $x$

inverso del nº: $\frac{1}{x}$

cuadrado del inverso: $\frac{1}{x^2}$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{5}{16}$$

$$\frac{16x+16}{16x^2}=\frac{5x^2}{16x^2}$$

$$5x^2-16x-16=0$$

$$x=\frac{16\pm\sqrt{256+320}}{10}=\frac{16\pm\sqrt{576}}{10}=\frac{16\pm 24}{10}=\begin{cases}4\\ \frac{-8}{10}=-\frac{4}{5}\end{cases}$$

Válidas las 2.

$\boxed{\text{Solución: } 4 \text{ y } -\frac{4}{5}}$