Ejercicios sobre ensayos de tracción, dureza y resiliencia de materiales

<u>Ejercicio 1</u>

Se dispone de un cable de acero de 12 m de longitud y 80 mm^2 de sección. Al someterlo a una carga axial de 100 kN, llega a medir 12.078 m. Calcule:

a) La deformación unitaria ε y el esfuerzo unitario σ en GPa (1 punto).
b) El módulo de elasticidad E del acero utilizado en GPa (0.5 puntos).
c) La fuerza en kN que hay que aplicar a un cable idéntico, para conseguir un alargamiento de 35 mm (1 punto).

<u>Solución</u>

a) $\varepsilon = \dfrac{L - L_o}{L_o} \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \dfrac{0.078}{12} = 6.5 \times 10^{-3}$

$\sigma = \dfrac{F}{A} \quad \rightarrow \quad \sigma = \dfrac{100 \times 10^3}{80 \times 10^{-6}} \text{ Pa} = 1.25 \text{ GPa}$

b) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} \quad \rightarrow \quad E = \dfrac{1.25}{6.5 \times 10^{-3}} \text{ GPa} \cong 192.3 \text{ GPa}$

c) $\varepsilon = \dfrac{36 \times 10^{-3}}{12} = 3 \times 10^{-3}$

$\sigma = (3 \times 10^{-3}) \times 192.3 \text{ GPa} = 576.9 \text{ MPa}$

$F = (576.9 \times 10^6) \times (80 \times 10^{-6}) \text{ N} \cong 46.15 \text{ kN}$

<u>Ejercicio 2</u>

Calcule el módulo de elasticidad (E) en MPa, la dureza Brinell, expresada según la norma y la resiliencia (ρ) en J/mm^2, de un material, teniendo en cuenta que:

a) Una probeta de 100 mm de longitud y 150 mm^2 de sección, se alarga 0.080 mm cuando se carga con 15 kN (1 punto).
b) Una bola de diámetro D=2.5 mm, al aplicarle una fuerza de 188.5 kp durante 20 s, deja una huella de 0.24 mm de profundidad. Recuerde que el área de la huella que deja una bola de acero de diámetro D al penetrar la probeta una profundidad f es A=πDf (0.5 puntos).
c) La maza de 20 kg de un péndulo de Charpy, cae desde 1 m de altura sobre una probeta de 400 mm^2 de sección y asciende 45 cm después de romper la probeta (g=9.81 m/s^2) (1 punto).

<u>Solución</u>

a) $\varepsilon = \dfrac{L - L_o}{L_o} \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \dfrac{0.080}{100} = 8 \times 10^{-4}$

$\sigma = \dfrac{F}{A} \quad \rightarrow \quad \sigma = \dfrac{15 \times 10^3}{150 \times 10^{-6}} \text{ Pa} = 100 \text{ MPa}$

$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} \quad \rightarrow \quad E = \dfrac{100 \times 10^6}{8 \times 10^{-4}} \text{ Pa} = 125 \text{ GPa}$

b) $A = \pi\, D\, f \quad \rightarrow \quad A \cong 3.1416 \times 2.5 \times 0.24 \cong 1.885 \text{ mm}^2$

$HB = \dfrac{188.5}{1.885} \dfrac{\text{kp}}{\text{mm}^2} = 100 \dfrac{\text{kp}}{\text{mm}^2}$

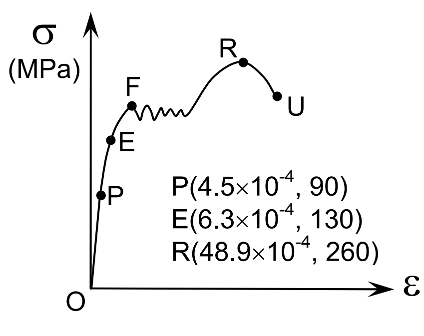
Dureza Brinell: 100 HB 2.5/188.5/20

c) $\rho = \dfrac{mg(H - h)}{A} \quad \rightarrow \quad \rho = \dfrac{40 \times 9.81 \times 0.55}{400} \dfrac{\text{J}}{\text{mm}^2} \cong 0.54 \dfrac{\text{J}}{\text{mm}^2}$

<u>Ejercicio 3</u>

El diagrama de tracción del material de una barra de 400 mm de longitud y 25 mm^2 de sección es el que se muestra en la figura adjunta. Calcule:

a) El módulo de elasticidad del material en GPa (1 punto).
b) La longitud de la barra en mm, al aplicar en sus extremos una fuerza de 115 kN (1 punto).
c) La fuerza en kN, que produce la rotura del material (0.5 puntos).



Solución

a) $E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad \rightarrow \quad E = \frac{90}{4.5 \times 10^{-4}} \text{ MPa} = 200 \text{ GPa}$

b) $\sigma = \frac{F}{A} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{115 \times 10^{3}}{25 \times 10^{-6}} \text{ Pa} = 4.6 \text{ GPa}$

$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \frac{4.6}{200} = 0.023$

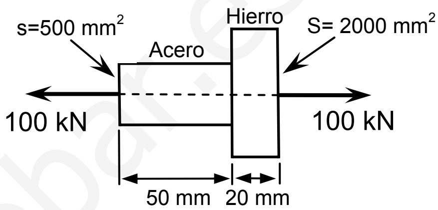
$\varepsilon = \frac{L - L_o}{L_o} \quad \rightarrow \quad L - L_o = 0.023 \times 400 \text{ mm} = 9.2 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad L = 409.2 \text{ mm}$

c) $\sigma_R = \frac{F_R}{A} \quad \rightarrow \quad F_R = (260 \times 10^{6}) \times (25 \times 10^{-6}) \text{ N} = 6.5 \text{ kN}$

Ejercicio 4

La figura adjunta muestra dos cilindros concéntricos que soportan una carga axial de 100 kN. Si el cilindro de la izquierda es de acero (E=200 GPa) y el de la derecha de hierro fundido (E=80 GPa), calcule:

a) El esfuerzo unitario de cada cilindro en MPa (1 punto).
b) La deformación unitaria de cada cilindro (1 punto).
c) El alargamiento de cada cilindro en mm (0.5 puntos).



Solución

a) $\sigma = \frac{F}{A} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \sigma_A = \frac{100 \times 10^{3}}{500 \times 10^{-6}} \text{ Pa} = 200 \text{ MPa} \\ \sigma_H = \frac{100 \times 10^{3}}{2000 \times 10^{-6}} \text{ Pa} = 50 \text{ MPa} \end{cases}$

b) $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \varepsilon_A = \frac{200}{200 \times 10^{-3}} = 0.001 \\ \varepsilon_H = \frac{50}{80 \times 10^{-3}} = 0.625 \times 10^{-3} \end{cases}$

c) $\varepsilon = \frac{L - L_o}{L_o} = \frac{\delta}{L_o} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \delta_A = 0.001 \times 50 \text{ mm} = 0.05 \text{ mm} \\ \delta_H = (0.625 \times 10^{-3}) \times 20 \text{ mm} = 0.0125 \text{ mm} \end{cases}$

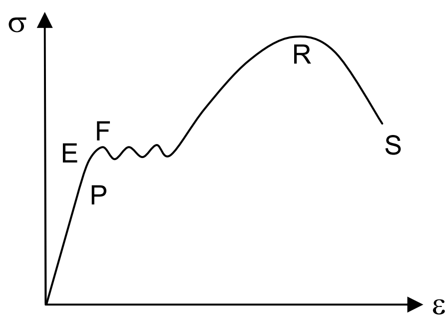
Ejercicio 5

a) Dibuje en el diagrama genérico de tracción del acero, los puntos límites de fluencia y de rotura. Indique qué ocurre en ellos (0.5 puntos).
b) Calcule la sección mínima en mm^2, de un cable de acero (E=200 GPa) de 50 m de longitud, capaz de soportar una carga de 10 kN, si el esfuerzo normal no puede superar los 150 MPa, ni el alargamiento los 25 mm (1 punto).
c) Calcule la resiliencia de este acero en J/mm^2, si la maza de 40 kg de un péndulo de Charpy que cae desde 1m de altura, asciende 35 cm después de romper una probeta de 625 mm^2 de sección (g=9.81 m/s^2) (1 punto).

Solución

a) El límite de fluencia F, es un punto situado por encima del límite elástico (E), a partir del cual se produce un alargamiento rápido del material sin que varíe la tensión que se le está aplicando. Este comportamiento es característico de algunos materiales, entre los que se encuentra el acero.

El límite de rotura R, es el punto que define la máxima tensión que puede soportar un material antes de romperse. A partir de este punto el material se considera roto, aunque no se haya producido la fractura visual. Ambos puntos se encuentran en la zona plástica.



b) Condiciones impuestas son: σ<150 MPa y δ<25 mm

$$\frac{\delta}{L_o} = \frac{\sigma}{E} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \text{si } \ \sigma = 150 \text{ MPa} \quad \rightarrow \quad \delta = 37.5 \text{ mm} \quad \text{NO VÁLIDO} \\ \text{si } \ \delta = 25 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad \sigma = 100 \text{ MPa} \quad \text{VÁLIDO} \end{cases}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \rightarrow \quad A = \frac{10}{100 \times 10^3} \text{ m}^2 = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

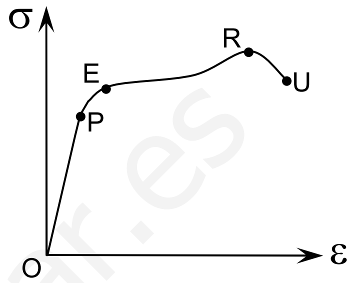
c) $$\rho = \frac{mg(H-h)}{A} \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{40 \times 9.81 \times 0.65}{625} \frac{J}{mm^2} \cong 0.41 \frac{J}{mm^2}$$

<u>Ejercicio 6</u>

a) La figura adjunta muestra el diagrama de tracción de un material. Comente las características principales de los intervalos O-P, P-E, E-R y R-U (0.5 puntos).

b) Calcule la dureza Vickers del material, expresada según la norma, sabiendo que una punta piramidal de diamante deja una huella de diagonal D=0.45 mm, al aplicarle una fuerza de 50 kp durante 20 s. Recuerde que el área de la huella de diagonal D, que deja una punta piramidal de diamante al penetrar la probeta es $A=D^2/1.8543$ (1 punto).

c) Calcule la altura en m, desde la que se dejó caer la maza de 40 kg de un péndulo de Charpy, si la resiliencia del material vale 0.46 J/mm^2 y aquella ascendió 38 cm después de romper una probeta de 200 mm^2 de sección (1 punto).



<u>Solución</u>

a) <u>Zona elástica OE</u> se caracteriza porque al cesar las tensiones aplicadas, los materiales recuperan su longitud original. Esta zona se subdivide en:

- <u>zona proporcional OP</u>, en la que los esfuerzos unitarios (σ) son proporcionales a las deformaciones unitarias (ε); esto es, se verifica la ley de Hooke, $\sigma = E\,\varepsilon$, siendo E es el módulo de elasticidad o módulo de Young.
- <u>zona no proporcional PE</u>, en la que los desplazamientos dejan de ser proporcionales a los esfuerzos, esto es, $\sigma \neq E\,\varepsilon$.

<u>Zona plástica EU</u> se caracteriza porque al cesar las tensiones aplicadas, los materiales no recuperan su longitud original, esto es, adquieren deformaciones permanentes. Esta zona se subdivide en:

- <u>zona límite de rotura ER</u>, en la que a incrementos positivos de σ corresponden incrementos positivos de ε
- <u>zona de rotura RU</u>, en la que a incrementos negativos de σ corresponden incrementos positivos de ε

Los puntos característicos son:

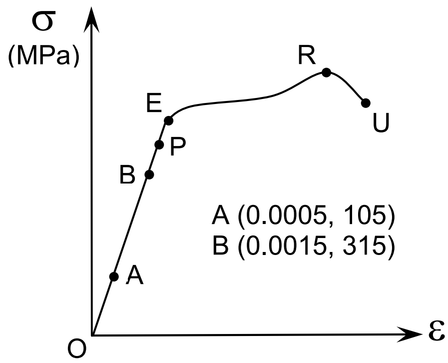
- P, límite de proporcionalidad: hasta este punto es válida la ley de Hooke.
- E, límite de elasticidad: a partir de este punto los materiales se comportan plásticamente. Es un punto difícil de determinar por lo que se acepta que es aquel cuya tensión corresponde a una deformación permanente del 0.2%.
- R, límite de rotura; a partir de este punto el material se considera roto aunque no se haya producido la fractura visual.
- U, punto en el que se produce la fractura visual del material.

b) $$\left. \begin{aligned} A &= \frac{D^2}{1.8543} \\ HV &= \frac{F}{A} \end{aligned} \right\} \quad \Rightarrow \quad HV = \frac{1.8543 \times F}{D^2} \quad \rightarrow \quad HV = \frac{1.8543 \times 50}{(0.45)^2} \frac{kp}{mm^2} \cong 457.85 \frac{kp}{mm^2}$$

Dureza Vickers: 457.85 HV 50/20

c) $$\rho = \frac{mg(H-h)}{A} \quad \Rightarrow \quad H = h + \frac{\rho\, A}{m\, g} \quad \rightarrow \quad H = 0.38 + \frac{0.46 \times 200}{40 \times 9.81} \cong 0.61\,\text{m}$$

Ejercicio 7

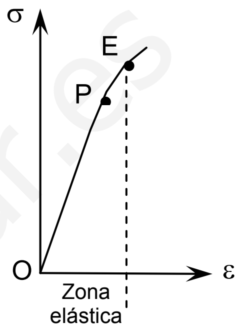


a) **En un ensayo de tracción: ¿qué son el esfuerzo y la deformación unitaria?. ¿en qué unidades se miden en el sistema internacional? ¿qué relación matemática existe entre ambas cuando se trabaja por debajo del límite elástico (en la zona de proporcionalidad)? (0.5 puntos).**

b) **Calcule el módulo de elasticidad del material en GPa, teniendo en cuenta los valores de los puntos A y B de la gráfica de tracción (1 punto).**

c) **Calcule el diámetro en mm, que debe tener una barra de este material, de 0.5 m de longitud, para soportar una fuerza de 7350 N sin alargarse más de 35 mm (1 punto).**

Solución



a) Por debajo del límite elástico E, se distiguen dos zonas:

- zona proporcional OP, en la que los esfuerzos unitarios (σ) son proporcionales a las deformaciones unitarias (ε), verificándose la ley de Hooke, $\sigma = E\ \varepsilon$. En esta ecuación E es el módulo de elasticidad o módulo de Young, que al igual que el esfuerzo unitario se mide en pascales (Pa); la deformación unitaria es una magnitud adimensional.
- zona no proporcional PE, en la que los deformaciones dejan de ser proporcionales a los esfuerzos, esto es, $\sigma \neq E\ \varepsilon$.

b) $E = \dfrac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad \rightarrow \quad E = \dfrac{210}{0.0010}\ \text{MPa} = 210\ \text{GPa}$

c) $\varepsilon = \dfrac{L - L_o}{L_o} \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \dfrac{35}{500} = 0.07$

$$\sigma = E\ \varepsilon \quad \rightarrow \quad \sigma = (210 \times 10^3) \times 0.07\ \text{MPa} = 14.7\ \text{MPa}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{7350}{14.7 \times 10^6}\ \text{m}^2 = 5 \times 10^{-4}\ \text{m}^2 = 500\ \text{mm}^2$$

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 \quad \Rightarrow \quad D = \sqrt{\frac{4\ A}{\pi}} \quad \rightarrow \quad D = \sqrt{\frac{4 \times 500}{\pi}} \cong 25.23\ \text{mm}$$