Sucesos dependientes e independientes 2

1. Sean $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que : $\boldsymbol{P(A) = 1/4}$, $\boldsymbol{P(B) = 1/3}$ y $\boldsymbol{P(A \cup B) = 1/2}$. ¿Son $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ sucesos independientes? . Calcúlese además $\boldsymbol{P\left(\overline{A}/\overline{B}\right)}$.

---

2. Sean $\boldsymbol{A, B\ y\ C}$ tres sucesos independientes tales que $\boldsymbol{P(A) = 0'2}$, $\boldsymbol{P(B) = 0'8\ y\ P(C) = 0'7}$. Calcular:

   a) $\boldsymbol{P(A \cup B)}$ b) $\boldsymbol{P(A \cup C)}$ c) $\boldsymbol{P(A \cup B \cup C)}$

---

3. En una urna hay $\mathbf{5}$ bolas blancas y $\mathbf{7}$ bolas negras, iguales. Se sacan cuatro bolas sucesivamente y con reemplazamiento. Hallar la probabilidad de que las cuatro sean del mismo color.

---

4. En el programa de Matemáticas hay $\mathbf{29}$ temas. Un estudiante prepara solamente $\mathbf{20}$ de ellos. En el examen se sacan $\mathbf{3}$ temas al azar. Calcular la probabilidad de que por lo menos dos de ellos estén entre los $\mathbf{20}$ que tiene preparados.

---

5. Una urna contiene $\mathbf{3}$ bolas rojas y $\mathbf{7}$ negras. Se extraen dos bolas al azar. Describir el espacio muestral y la probabilidad de cada uno de los sucesos que lo componen, cuando:

   a) Se extraen con reemplazamiento.
   b) Se extraen sin reemplazamiento.

---

6. En una bolsa hay $\mathbf{3}$ bolas blancas y $\mathbf{4}$ negras, todas ellas iguales. Se sacan tres bolas sucesivamente y con reemplazamiento.

   a) Hallar la probabilidad de que sean las tres del mismo color.
   b) Calcular la probabilidad de que aparezcan dos blancas y una negra.

---

7. Una caja con una docena de huevos contiene dos de ellos que están rotos. Se extraen al azar y sin reemplazamiento cuatro huevos. Calcular la probabilidad de extraer:

   a) Los cuatro huevos en buen estado.
   b) De entre los cuatro huevos, exactamente uno roto.

Sucesos dependientes e independientes 2

1. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio, tales que : $P(A) = {}^1/_4$, $P(B) = {}^1/_3$ y $P(A \cup B) = {}^1/_2$. ¿Son A y B sucesos independientes? . Calcúlese además $P\left(\overline{A}/\overline{B}\right)$.

De la fórmula derivada de los axiomas de Kolmogorov

$$P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{3+4-6}{12} = \frac{1}{12}$$

Por otro lado, de la fórmula de probabilidad condicionada se obtiene:

$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{1/12}{1/4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = P(B) \Rightarrow A \text{ y } B \text{ son indeptes.}$$

2. Sean A, B y C tres sucesos independientes tales que $P(A) = 0'2$, $P(B) = 0'8$ y $P(C) = 0'7$. Calcular:

a) $P(A \cup B)$ b) $P(A \cup C)$ c) $P(A \cup B \cup C)$

a) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0'2 + 0'8 - 0'2 \cdot 0'8 = 1 - 0'16 = 0'84$

b) $P(A\cup C) = P(A) + P(B) - P(A\cap C) = 0'2 + 0'7 - 0'2 \cdot 0'7 = 0'9 - 0'14 = 0'76$

c) $P(A\cup B\cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B) - P(A\cap C) - P(B\cap C) + P(A\cap B\cap C) =$

$= 0'2 + 0'8 + 0'7 - 0'16 - 0'14 - 0'56 + 0'2 \cdot 0'8 \cdot 0'7 = 1'7 - 0'86 + 0'112 = 0'952$

3. En una urna hay **5** bolas blancas y **7** bolas negras, iguales. Se sacan cuatro bolas sucesivamente y con reemplazamiento. Hallar la probabilidad de que las cuatro sean del mismo color.

↓

Sucesos independientes.

B = salir bola blanca $\to P(B)=\frac{5}{12}$ $\quad \bar{B}$ = salir bola negra $\to P(\bar{B})=\frac{7}{12}$

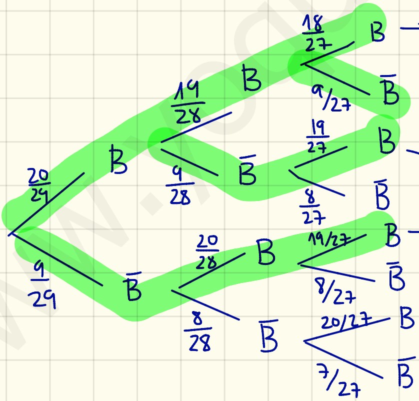
A = salir cuatro del mismo color $=\{BBBB, \bar{B}\bar{B}\bar{B}\bar{B}\}$

$$P(A)=P(B\cap B\cap B\cap B \cup \bar{B}\cap\bar{B}\cap\bar{B}\cap\bar{B})=P(B\cap B\cap B\cap B)+P(\bar{B}\cap\bar{B}\cap\bar{B}\cap\bar{B})=$$

$$=\left(\frac{5}{12}\right)^4+\left(\frac{7}{12}\right)^4=\frac{3026}{12^4}=\frac{1513}{10\,368}\simeq 0'146$$

4. En el programa de Matemáticas hay **29** temas. Un estudiante prepara solamente **20** de ellos. En el examen se sacan **3** temas al azar. Calcular la probabilidad de que por lo menos dos de ellos estén entre los **20** que tiene preparados.

B = sale un tema preparado $\to P(B)=\frac{20}{29}$ (ley de Laplace)



$\to P(BBB)=\frac{20}{29}\cdot\frac{19}{28}\cdot\frac{18}{27}=\frac{6840}{21924}=\frac{190}{609}=0'312$

$\to P(BB\bar{B})=\frac{20}{29}\cdot\frac{19}{28}\cdot\frac{9}{27}=\frac{3420}{21\,924}=\frac{95}{609}=0'156$

$\to P(B\bar{B}B)=\frac{20}{29}\cdot\frac{9}{28}\cdot\frac{19}{27}=\frac{3420}{21\,924}=\frac{95}{609}=0'156$

$\to P(\bar{B}BB)=\frac{9}{29}\cdot\frac{20}{28}\cdot\frac{19}{27}=\frac{3420}{21924}=\frac{95}{609}=0'156$

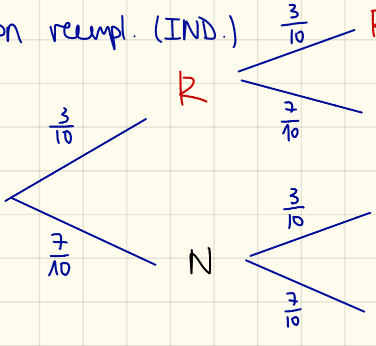
$$P_{TOTAL}=P(BBB)+3\cdot P(BB\bar{B})=$$

$$=\frac{190+3\cdot 95}{609}=\frac{475}{609}=0'780$$

5. Una urna contiene **3** bolas rojas y **7** negras. Se extraen dos bolas al azar. Describir el espacio muestral y la probabilidad de cada uno de los sucesos que lo componen, cuando:

a) Se extraen con reemplazamiento.
b) Se extraen sin reemplazamiento.

Con reempl. (IND.)



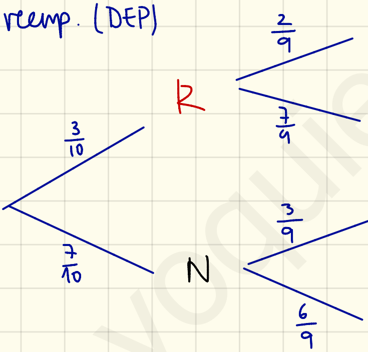
$R \rightarrow P(RR) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$

$N \rightarrow P(RN) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$

$R \rightarrow P(NR) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$

$N \rightarrow P(NN) = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$

Sin reemp. (DEP)



$R \rightarrow P(RR) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$

$N \rightarrow P(RN) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$

$R \rightarrow P(NR) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$

$N \rightarrow P(NN) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$

6. En una bolsa hay **3** bolas blancas y **4** negras, todas ellas iguales. Se sacan tres bolas sucesivamente y con reemplazamiento. $\rightarrow$ IND.

a) Hallar la probabilidad de que sean las tres del mismo color.
b) Calcular la probabilidad de que aparezcan dos blancas y una negra.

a) $P(BBB \cup NNN) = P(B)^3 + P(\bar{B})^3 = \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{27+64}{343} = \frac{91}{343} = \frac{13}{49} = 0'265$

b) $P(BBN \cup BNB \cup NBB) = 3 \cdot P(BBN) = 3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{7}\right) = \frac{108}{343} = 0'315$

7. Una caja con una docena de huevos contiene dos de ellos que están rotos. Se extraen al azar y sin reemplazamiento cuatro huevos. Calcular la probabilidad de extraer:

↳ DEP

a) Los cuatro huevos en buen estado.
b) De entre los cuatro huevos, exactamente uno roto.

a) $P(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) = P(B_1) \cdot P(B_2/B_1) \cdot P(B_3/B_1 \cap B_2) \cdot P(B_4/B_1 \cap B_2 \cap B_3) =$

$= \frac{10}{12} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{5040}{11880} = \frac{14}{33} = 0'\widehat{42}$

b) $P(\bar{B}_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap B_4) + P(B_1 \cap \bar{B}_2 \cap B_3 \cap B_4) + P(B_1 \cap B_2 \cap \bar{B}_3 \cap B_4) + P(B_1 \cap B_2 \cap B_3 \cap \bar{B}_4)$

$= 4 \cdot \left(\frac{2}{12} \cdot \frac{10}{11} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \right) = 4 \cdot \frac{1440}{11880} = \frac{16}{33} = 0'\widehat{48}$