Sucesos compatibles e incompatibles

1. Se ha comprobado que en una ciudad están enfermos con diarrea el 60% de los niños, con sarampión el 50% y el 20% con ambas enfermedades. Calcular la probabilidad de que elegido un niño al azar:

a) Esté enfermo con diarrea, sarampión o ambas enfermedades.
b) Esté enfermo solo con sarampión.
c) Padezca solo una enfermedad.
d) Esté sano.

---

2. La probabilidad de que a un habitante de un cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a $0'55$, la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a $0'40$ y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a $0'25$. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo, calcular la probabilidad de que le guste:

a) Al menos uno de los dos tipos de música.
b) La música clásica y también la música moderna.
c) Sólo la música clásica.

---

3. En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que, escogido al azar uno de la clase:

   a) Juegue solo al fútbol.
   b) Practique uno solo de los deportes.
   c) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto.

---

4. En una fábrica de automóviles, el 6% de los coches tienen defectos en el motor, e 8% tienen defectos en la carrocería y el 2% tienen defectos en ambos. Calcular la probabilidad de que:

a) Un coche tenga al menos un defecto.
b) Un coche tenga tan solo un defecto.
c) Un coche no sea defectuoso.

---

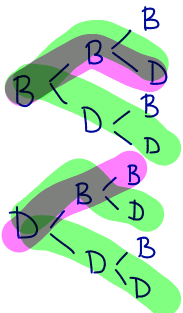
5. En un edificio dotado de energía solar y eólica, se sabe que la energía suministrada cada día proviene de placas solares con probabilidad $0'4$, de molinos eólicos con probabilidad $0'26$ y de ambos tipos de instalaciones con probabilidad $0'12$. Elegido un día al azar, calcúlese la probabilidad de que la energía sea sumnistrada al edificio:

a) Por alguna de las dos instalaciones.
b) Solamente por una de las dos.

Sucesos y espacios muestrales

1. Consideremos el experimento que consiste en la extracción de tres tornillos de una caja que contiene tornillos buenos y defectuosos. Se pide describir el espacio muestral y formar:

   a) El suceso: $\boldsymbol{A}$ → (el último tornillo extraído es defectuoso).
   b) El suceso: $\boldsymbol{B}$ → (solo hay un tornillo defectuoso).
   c) El suceso: $\boldsymbol{C}$ → (extraer al menos un tornillo defectuoso).



$A = \{BBD, BDD, DBD, DDD\}$

$B = \{BBD, DBB, BDB\}$

$C = E \setminus \{BBB\} = \{BBD, BDB, BDD, DBB, DBD, DDB, DDD\}$

2. Se considera el experimento aleatorio consistente en tirar tres dados al aire y anotar los puntos de las caras superiores. Se pide formar los siguientes sucesos:

   a) El suceso: $\boldsymbol{A}$ → (sacar al menos dos cincos).
   b) El suceso: $\boldsymbol{B}$ → (sacar dos doses y un tres).
   c) El suceso: $\boldsymbol{C}$ → (la suma de los valores obtenidos en los tres dados es mayor de quince).

a) A = "sacar al menos 2 cincos" = "sacar 2 cincos" $\cup$ "sacar 3 cincos" =
$= \{551, 552, 553, 554, 556, 515, 525, 535, 545, 565, 155, 255, 355, 455, 655, 555\}$

b) B = "sacar dos doses y un tres" $= \{223, 232, 322\}$

c) C = "la suma de los valores obtenidos es mayor de 15"

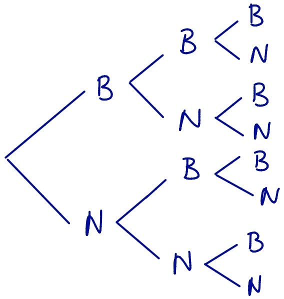
$15 = 1+2+12 = 1+3+11 = 1+4+10 = 1+5+9 = 1+6+8 = 1+7+7$
$= 2+2+11 = 2+3+10 = 2+4+9 = 2+5+8 = 2+6+7 =$
$= 3+3+9 = 3+4+8 = 3+5+7 = 3+6+6 \rightarrow \{366, 636, 663\}$
$= 4+4+7 = 4+5+6 \rightarrow \{456, 465, 546, 645, 564, 654\}$
$= 5+5+5 \rightarrow \{555\}$
$= 6+6+3$

$$P(C) = \frac{9}{6^3} = \frac{3 \cdot 3}{2^3 \cdot 3^3} = \frac{1}{24}$$

Mayor de 15 → {664, 665, 666, 646, 656, 466, 566, 556, 565, 655}

3. Una urna contiene bolas negras y blancas en número superior a tres. Se sacan sucesivamente tres bolas de la urna. Se pide describir el espacio muestral y formar:

a) El suceso: $\boldsymbol{A}$ → (sacar al menos una bola negra).
b) El suceso: $\boldsymbol{B}$ → (sacar las tres bolas del mismo color).
c) El suceso: $\boldsymbol{C}$ → (sacar dos bolas blancas).



E = {BBB, BBN, BNB, BNN, NBB, NBN, NNB, NNN}

a) A = E \ {BBB} =
= {BBN, BNB, BNN, NBB, NBN, NNB, NNN}

b) B = {BBB, NNN}

c) C = {BBN, BNB, NBB}

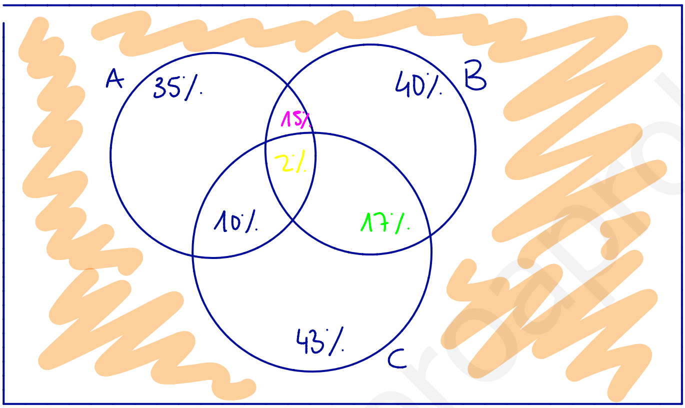
4. Se lanzan dos dados cúbicos con las caras numeradas del 1 al 6. Formar los sucesos:

a) $\boldsymbol{A}$ → (la suma de sus puntuaciones es 10). → {64, 46, 55}
b) $\boldsymbol{B}$ → (el producto de sus puntuaciones es un múltiplo de 3). → {13, 31, 23, 32, 33, 34, 43, 35, 53, 36, 63, 61, 16, k6, 6k}
c) $\boldsymbol{C}$ → (el producto de sus puntuaciones es un número primo). → {12, 21, 13, 31, 51, 15}
d) $\boldsymbol{D}$ → (la suma de sus puntuaciones es un múltiplo de 5).
e) $\boldsymbol{E}$ → (la suma de sus puntuaciones es superior a 1).

d) {14, 41, 23, 32, 46, 64, 64, 55}
e) E

5. En una ciudad se publican tres periódicos $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$. El $\mathbf{35\%}$ de la población lee el periódico $\boldsymbol{A}$; el $\mathbf{40\%}$ el $\boldsymbol{B}$, y el $\mathbf{43\%}$ el $\boldsymbol{C}$. El $\mathbf{15\%}$ lee el $\boldsymbol{A}$ y el $\boldsymbol{B}$; el $\mathbf{17\%}$ el $\boldsymbol{B}$ y el $\boldsymbol{C}$, y el $\mathbf{10\%}$ el $\boldsymbol{A}$ y el $\boldsymbol{C}$. El $\mathbf{2\%}$ de la población lee los tres periódicos.

a) Representar los datos utilizando los diagramas de Venn.
b) ¿Qué porcentaje de ciudadanos no lee la prensa?
c) ¿Cuántas personas leen como mínimo dos periódicos?
d) ¿Cuántas personas leen el periódico $\boldsymbol{A}$ o el $\boldsymbol{C}$.
e) ¿Cuántas personas no leen el periódico $\boldsymbol{A}$.



b) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) = 0'78$

$P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C) = 1 - 0'78 = 0'22 \rightarrow 22\%$

c) $P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - 2P(A \cap B \cap C) = 0'10 + 0'17 + 0'15 - 2 \cdot 0'02 =$

$= 0'38 \rightarrow 38\%$

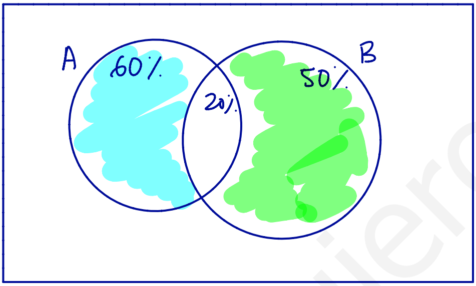
d) $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = 0'35 + 0'43 - 0'10 = 0'68 \rightarrow 68\%$

e) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0'35 = 0'65 \rightarrow 65\%$

Sucesos compatibles e incompatibles

1. Se ha comprobado que en una ciudad están enfermos con diarrea el 60% de los niños, con sarampión el 50% y el 20% con ambas enfermedades. Calcular la probabilidad de que elegido un niño al azar:

a) Esté enfermo con diarrea, sarampión o ambas enfermedades.
b) Esté enfermo solo con sarampión.
c) Padezca solo una enfermedad.
d) Esté sano.



A = "tener diarrea"
B = "tener sarampión"

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$
$= 0'6 + 0'5 - 0'2 = 0'9 \rightarrow 90\%$

b) $P(B \cap \bar{A}) = P(B - A \cap B) =$
$= P(B) - P(A \cap B) = 0'5 - 0'2 = 0'3$

c) $P(A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A}) = P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A}) = P(A) - P(A \cap B) + P(B \cap \bar{A}) - 30\%$
$= 0'6 - 0'2 + 0'3 = 0'7 \rightarrow 70\%$
$P(A \cup B - A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0'9 - 0'2 = 0'7 \rightarrow 70\%$

d) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0'9 = 0'1 \rightarrow 10\%$

2. La probabilidad de que a un habitante de un cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a $0'55$, la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a $0'40$ y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a $0'25$. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo, calcular la probabilidad de que le guste:

a) Al menos uno de los dos tipos de música.
b) La música clásica y también la música moderna.
c) Sólo la música clásica.

A = "gutar música moderna" D = "clásica" $P(A) = 0'55$ $P(B) = 0'4$
$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 0'25$

a) $P(A \cup B) = 0'75$ b) $P(A \cap B) = 0'20$

c) $P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0'20$

3. En una clase en la que todos practican algún deporte, el 60% de los alumnos juega al fútbol o al baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Si además hay un 60% que no juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que, escogido al azar uno de la clase:

a) Juegue solo al fútbol.
b) Practique uno solo de los deportes.
c) No juegue ni al fútbol ni al baloncesto.

$A =$ "jugar al fútbol" $\quad B =$ "jugar al baloncesto"

$P(A \cup B) = 60\% \quad P(A \cap B) = 10\% \quad P(\bar{A}) = 60\% \rightarrow P(A) = 40\%$

a) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0'4 - 0'1 = 0'3 \rightarrow 30\%$

b) $P(A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A}) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$

$P(A \cup B - A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0'6 - 0'1 = 0'5 \rightarrow 50\%$

c) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0'6 = 0'4 \rightarrow 40\%$