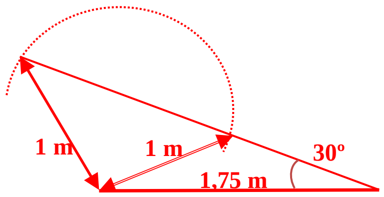
Nombre **Apellidos**

1) Resolver la siguiente ecuación $\dfrac{2tgx}{1+tg^2x}=\cos x$.

$$2tagx=\left(1+tg^2x\right)\cdot\cos x\Rightarrow 2\frac{senx}{\cos x}=\sec^2x\cdot\cos x\Leftrightarrow 2\frac{senx}{\cos x}=\frac{1}{\cos x}\Rightarrow\left\langle\begin{array}{l}\cos x=0\Rightarrow\left\langle\begin{array}{l}x=90^o+360k\quad k\in\mathbb{R}\\ x=270^o+360k\quad k\in\mathbb{R}\end{array}\right.\\ senx=1/2\quad\left\langle\begin{array}{l}x=30^o+360^o k\quad k\in\mathbb{R}\\ x=150^o+360^o k\quad k\in\mathbb{R}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

2) A un carpintero le han encargado la construcción de un tablero triangular. Dos de los lados de dicho triángulo deben medir 1 y 1'75 m. y el ángulo opuesto al primero 30º. ¿tiene el carpintero suficientes datos para construir el tablero? En caso afirmativo calcular la longitud del tercer lado.



Hay dos soluciones:

$$Teorema\ \ del\ \ Seno:\frac{1}{sen30^o}=\frac{1,75}{sen\alpha}\Rightarrow sen\alpha=0,875\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\alpha=arcsen\,0,875\Rightarrow\alpha_1\approx 61,045\quad\alpha_2=118,955$$

$\odot$ $\alpha_1=61,045^o\ \Rightarrow\beta=88,995^o$

$$\Rightarrow Tma.\ Seno:\frac{1}{sen30^o}=\frac{x}{sen88,995^o}\Rightarrow x=\frac{0,9998}{0,5}=1,9996\approx 2$$

$\odot$ $\ _2=118,995\Rightarrow\beta=31,005^o$

$$\Rightarrow Tma.\ Seno\ \frac{1}{sen30^o}=\frac{x}{sen31,005^o}\Rightarrow x=\frac{0,515}{0,5}=1,03\approx 1$$

3) Sabiendo que $sen\alpha=\dfrac{4}{5}\quad y\quad\alpha\in I\ cuadrante$, hallar: $\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$, $tag(2\alpha)\ y\ \cos ec(\pi+\alpha)$

$$\frac{16}{25}+\cos^2\alpha=1\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{9}{25}\Rightarrow\cos\alpha=\pm\frac{3}{5}\Rightarrow 0^o\le\alpha\le 90^o\qquad\cos\alpha=\frac{3}{5}\qquad tg\alpha=\frac{4}{3}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=\sqrt{\frac{1+3/5}{2}}=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}\approx 0,894$$

$$tg2\alpha=\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}=\frac{2\cdot 4/3}{1-16/9}=\frac{8/3}{-7/9}=-\frac{24}{7}\approx -3,43$$

$$\cos ec\left(\pi+\alpha\right)=\frac{1}{sen\left(\pi+\alpha\right)}=-\frac{1}{sen\alpha}=-\frac{5}{4}=-1,25$$

4) Una de las raíces octavas del número complejo z es el número $w=\sqrt{2}\left(\cos 150^o+isen150^o\right)$. Hallar las otras siete raíces, así como el número complejo z.

$$w=\sqrt{2}\left(\cos 150^o+isen150^o\right)=\sqrt{2}_{150^o}\Rightarrow w^8=\left(\sqrt{2}\right)^8_{150^o\cdot 8}=16_{120^o}=z$$

$$\sqrt[8]{z}=\sqrt[8]{16_{120^o}}=\sqrt{2}_{\frac{120^o+360^o k}{8}}\ {}_{k=0,1,2,\ldots,8}\Rightarrow$$

$$z_1=\sqrt{2}_{15^o};\ \ z_2=\sqrt{2}_{60^o};\quad z_3=\sqrt{2}_{105^o};\ \ z_4=w=\sqrt{2}_{150^o};\ \ z_5=\sqrt{2}_{195^o};\ \ z_6=\sqrt{2}_{240^o};\ \ z_7=\sqrt{2}_{285^o};\ \ z_8=\sqrt{2}_{330^o}$$

Las faltas de ortografía pueden penalizar hasta un 2% de la nota

¡SE DEBEN JUSTIFICAR TODOS LOS PASOS Y SIMPLIFICAR! TODO EJERCICIO ESCRITO A LÁPIZ NO SERÁ EVALUADO

5) Determinar "x" para que el número complejo $w = \dfrac{3- \ \ xi}{4- \ \ i}$

a) Sea un número real.

b) El afijo de w esté en la bisectriz del I y III cuadrante.

$$w = \frac{3-2xi}{4-3i} = \frac{(3-2xi)(4 \quad 3i)}{(4-3i)(4+3i)} = \frac{12+6x}{25} + \frac{9-8x}{25} i$$

$$a)\ w \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \mathrm{Im}(w) = 0 \Rightarrow 9-8x = 0 \Rightarrow x = 9/8$$

$$b)\ \mathrm{Re}(w) = \mathrm{Im}(w) \Rightarrow 12+6x = 9-8x \Rightarrow 14x = -3 \Rightarrow x = -3/14$$

6) Resolver la siguiente ecuación: $z \ \ - z^3 - 12 = 0$

$$z^6 - z^3 - 12 = 0 \ \Rightarrow \quad C.V.\ z^3 = t \Big] \quad t^2 - t - 12 = 0 \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} t = 4 \\ t = -3 \end{array} \right.$$

$$\odot\ t = 4 \Rightarrow z^3 = 4 \Rightarrow z = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4_{0^\circ}} = \sqrt[3]{4}_{\frac{0^\circ+360^\circ k}{3}} = \sqrt[3]{4}_{120^\circ \mathrm{k}\ con\ \mathrm{k}=0,1,2} = \begin{cases} z_1 = \sqrt[3]{4} \\ z_2 = \sqrt[3]{4}_{120^\circ} \\ z_3 = \sqrt[3]{4}_{240^\circ} \end{cases}$$

$$\odot\ t = -3 \Rightarrow z^3 = -3 \Rightarrow z = \sqrt[3]{-3} = \sqrt[3]{3_{180^\circ}} = \sqrt[3]{3}_{\frac{180^\circ+360^\circ k}{3}} = \sqrt[3]{3}_{60^\circ+120^\circ \mathrm{k}\ con\ \mathrm{k}\ \ 0,1,2} = \begin{cases} z_4 = \sqrt[3]{3}_{60^\circ} \\ z_5 = \sqrt[3]{3}_{180^\circ} \\ z_6 = \sqrt[3]{3}_{300^\circ} \end{cases}$$