EXAMEN GEOMETRÍA ANALÍTICA – 1º BACHILLERATO.

① Calcula las coordenadas del punto simétrico a $P(2,3)$ respecto del punto $C(1,1)$.

1 Punto

② Da todas las ecuaciones de las siguientes rectas

a) Recta "r" que pasa por el punto $P(-2,3)$ y tiene por vector director $\vec{u}(1,4)$.

2 Puntos

b) Recta "s" que pasa por los puntos $A(-2,-1)$ y $B(-1,3)$.

c) Recta "t" que pasa por el punto $Q(3,4)$ y tiene pendiente 3.

d) ¿Pertenece el punto $P(0,11)$ a alguna de las rectas anteriores?

e) ¿Cuál es la pendiente de las rectas anteriores?

③ Determina la posición relativa de las rectas "r" y "s" en el siguiente caso: $r: 3x+2y-19=0$; $s: y=-5x+20$.

1'5 Puntos

④ Calcula el ángulo que forman las rectas r y s:

$r: y=2x+5$; $s: 3x+y-1=0$

1 Punto

⑤ La recta $y+2=m(x+3)$ pasa por el punto de intersección de las rectas $s: 2x+3y+5=0$ y $t: 5x-2y-16=0$. Calcula m. **1'5 Puntos**

⑥ Dado el triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(7,2)$ y $C(4,5)$, halla las ecuaciones de las rectas que contienen a sus lados, así como las de las rectas que contienen a sus alturas.

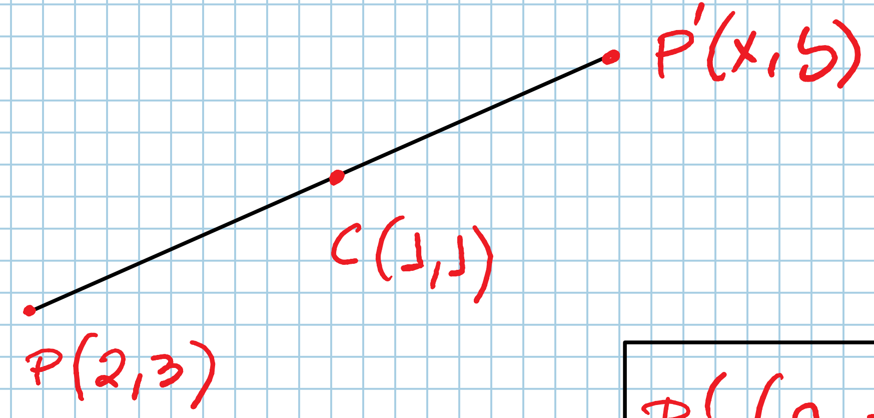
2 Puntos

⑦ Halla la distancia entre las rectas r y s:

1 Punto

$r: 2x+y-4=0$ y $s: 4x+2y-1=0$.

Calcula las coordenadas del punto simétrico a P(2,3) respecto del punto C(1,1).



$$\frac{x+2}{2}=1 \Rightarrow x+2=2 \qquad x=0$$

$$\frac{y+3}{2}=1 \rightarrow y=2-3 \qquad y=-1$$

$$\boxed{P'(0,-1)}$$

② Da todas las ecuaciones de las siguientes rectas

a) Recta "r" que pasa por el punto P(-2,3) y tiene por vector director $\vec{u}(1,4)$.

b) Recta "s" que pasa por los puntos A(-2,-1) y B(-1,3).

c) Recta "t" que pasa por el punto Q(3,4) y tiene pendiente 3.

d) ¿Pertenece el punto P(0,11) a alguna de las rectas anteriores?

e) ¿Cuál es la pendiente de las rectas anteriores?

a) $(x,y)=(-2,3)+\lambda(1,4)$

$$\left.\begin{array}{l} x=-2+\lambda \\ y=3+4\lambda \end{array}\right\} \qquad \frac{x+2}{1}=\frac{y-3}{4}$$

$4x+8=y-3 \Rightarrow \quad 4x-y+11=0$

$y=4x+11 \rightarrow y-3=4(x+2)$

Si $x=0 \rightarrow y=11 \Rightarrow b=11$

Si $y=0 \Rightarrow x=-\frac{11}{4} \Rightarrow a=-\frac{11}{4}$ $\qquad \frac{x}{\frac{-11}{4}}+\frac{y}{11}=1$

b) $\left.\begin{array}{l} A(-2,-1) \\ B(-1,3) \end{array}\right| \overrightarrow{AB}(1,4)$ $\qquad (x,y)=(-1,3)+h(1,4)$

$$\left.\begin{array}{l} x=-1+\lambda \\ y=3+4\lambda \end{array}\right\}$$

$\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{4} \Rightarrow 4x+4=y-3 \qquad 4x-y+7=0$

$y=4x+7 \qquad y-3=4(x+1)$

c) $Q(3,4) \qquad y-4=3(x-3)$

$m=3 \qquad y-4=3x-9$

$0=x-y-5$

$y=3x-5 \rightarrow$ Saco un punto $P(0,-5)$

$\vec{v}(\overrightarrow{PQ})=(3,9)$

ó bien simplificando $\vec{v}(1,3)$

$(x,y)=(3,4)+\lambda(1,3)$

$$\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{3}$$

d) el punto (0,11) lo compruebo en la general de cada apartado

a) $4x-y+7=0 \Rightarrow 4\cdot 0-11+7\neq 0$ NO

b) $4x-y+11=0 \Rightarrow 4\cdot 0-11+11=0$ SI

c) $3x-y-5=0 \Rightarrow 3\cdot 0-11-5\neq 0$ NO

e) las pendiente de cada apartado son:

a) $m=4$ $\qquad$ b) $m=4$ $\qquad$ c) $m=3$

③ Determina la posición relativa de las rectas "r" y "s" en el siguiente caso: $r: 3x+2y-19=0$; $s: y=-5x+20$.

$$\frac{A}{A'}=\frac{B}{B'}=\frac{C}{C'}$$

$$\left.\begin{array}{l} r: 3x+2y-19=0 \\ 5x-y+20=0 \end{array}\right\}$$

$$\frac{3}{5}=\frac{2}{-1}=\frac{-19}{20}$$

No se cumple → SE CORTAN EN UN PUNTO

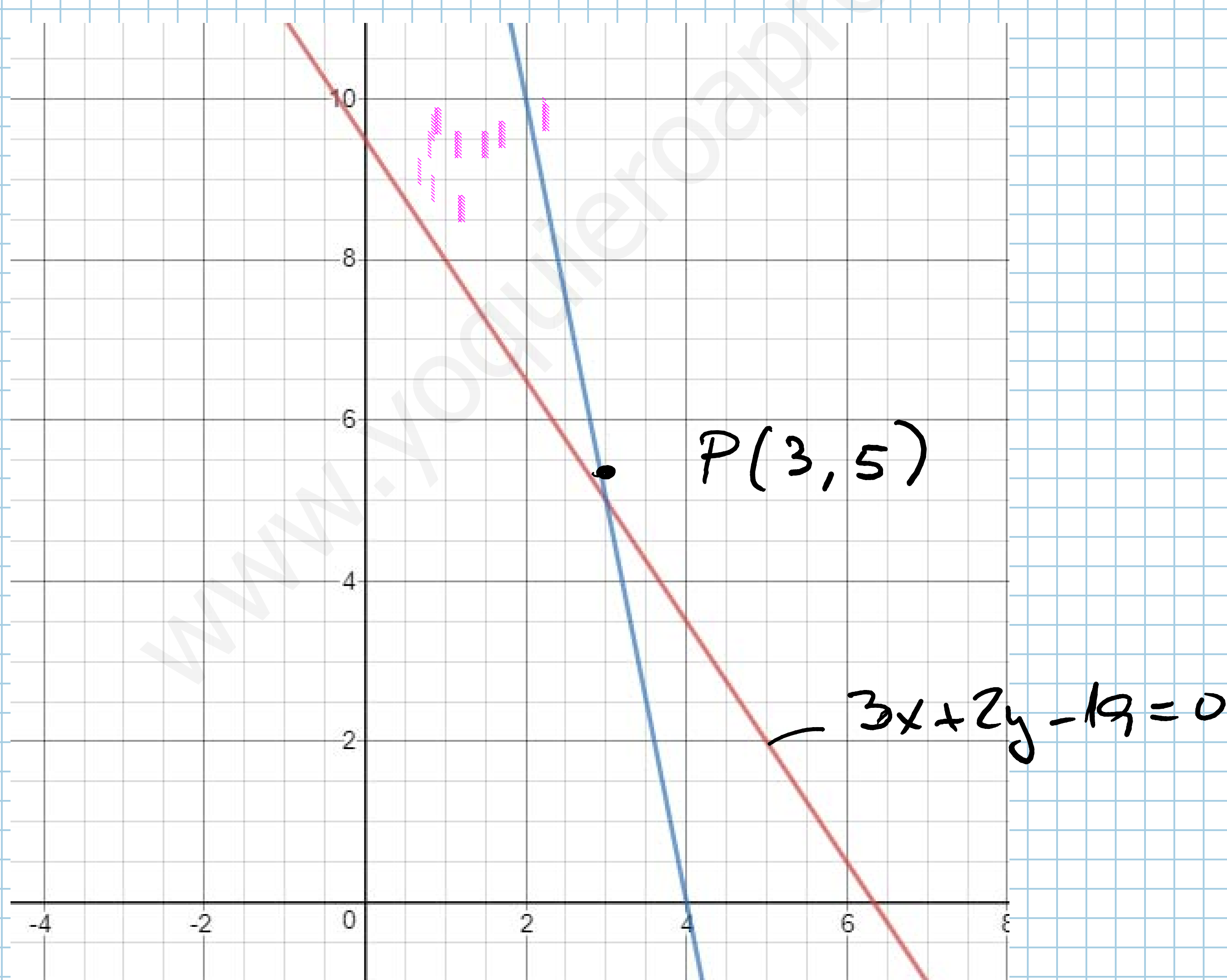
Si nos pidieran ese punto, sería

s $y=20-5x \longrightarrow y=20-15=\underline{\underline{5}}$

r $3x+2(20-5x)-19=0 \Rightarrow 3x+40-10x-19=0$

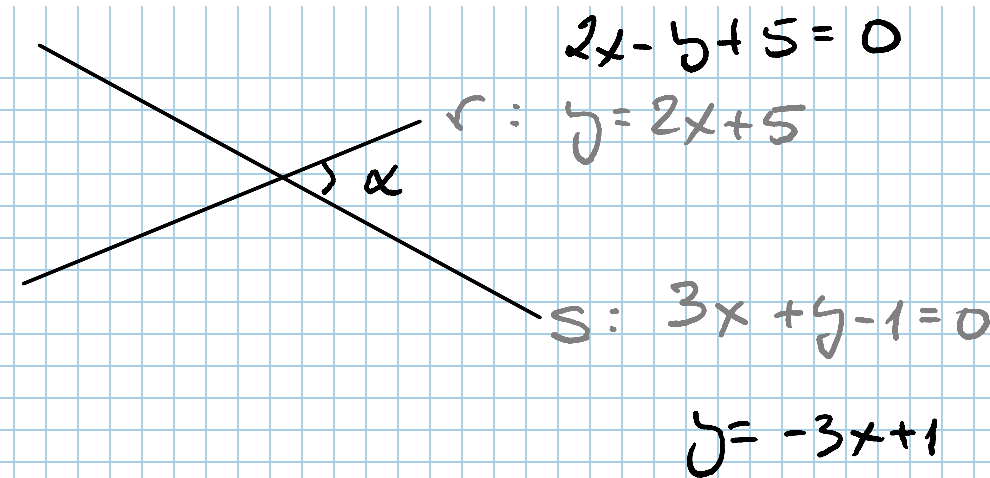
$-7x+21=0 \quad x=\underline{\underline{3}}$

$P(3,5)$



④ Calcula el ángulo que forman las rectas r y s:

r: $y = 2x+5$; s: $3x+y-1=0$



Forma 1ª: Con las pendientes

$m_r = 2 \qquad m_s = -3$

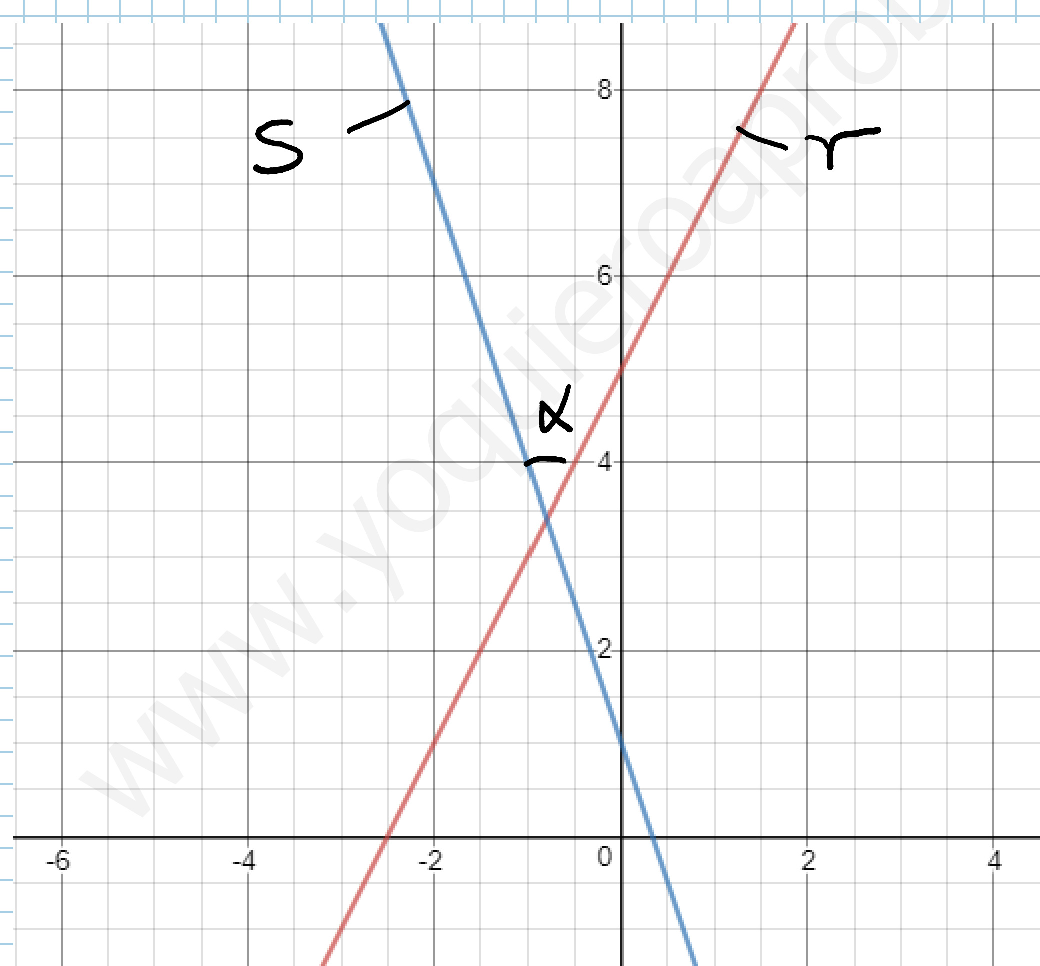
$$\operatorname{tg}\alpha = \left|\frac{m_r - m_s}{1+m_r m_s}\right| = \left|\frac{2+3}{1-6}\right| = \left|\frac{5}{-5}\right| = |-1| = 1 \qquad \underline{\underline{\alpha = 45^\circ}}$$

Forma 2ª: Con vectores.

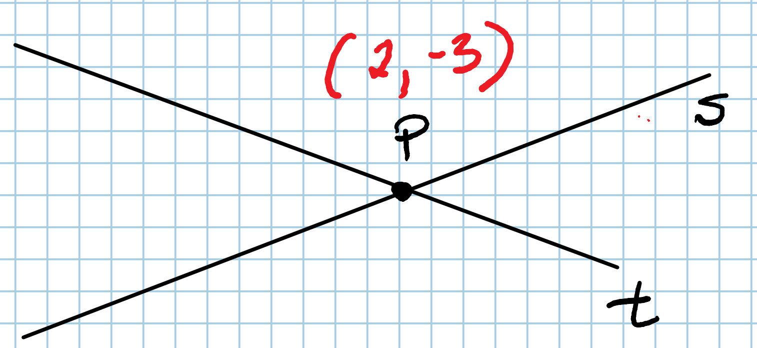
$\vec{v_r} = (1,2)$

$\vec{v_s} = (-1,3)$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{v_r}\cdot\vec{v_s}}{|\vec{v_r}||\vec{v_s}|} = \frac{-1+6}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{\cancel{5}}{\cancel{5}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 45^\circ}}$$



⑤ La recta $y+2=m(x+3)$ pasa por el punto de intersección de las rectas $s: 2x+3y+5=0$ y $t: 5x-2y-16=0$. Calcula m.



hallo el corte de s y t

$$\left.\begin{array}{l}2x+3y+5=0 \\ 5x-2y-16=0\end{array}\right\} \quad x=\frac{-5-3y}{2} \qquad x=\frac{16+2y}{5}$$

$$\frac{-5-3y}{2}=\frac{16+2y}{5}$$

$$-25-15y=32+4y$$

$$-57=19y \rightarrow \underline{\underline{y=-3}}$$

$$x=\frac{-5+9}{2}=2 \qquad \underline{\underline{x=2}}$$

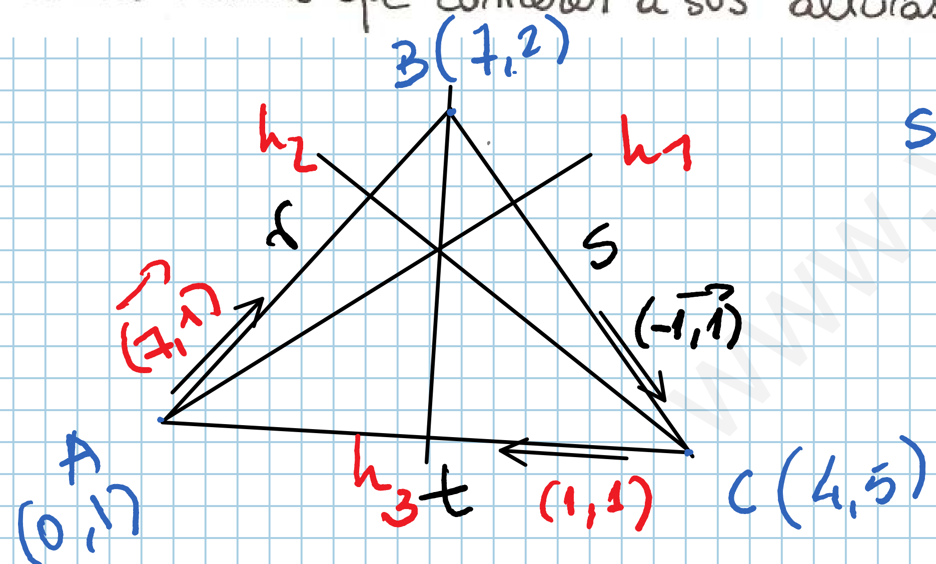
Ya que el punto $P \in$ a r, sustituimos:

$$y+2=m(x+3) \Rightarrow -3+2=m(2+3)$$

$$-1=5m \Rightarrow$$

$$\boxed{m=-1/5}$$

⑥ Dado el triángulo de vértices A(0,1), B(7,2) y C(4,5), halle las ecuaciones de las rectas que contienen a sus lados, así como las de las rectas que contienen a sus alturas.



$r: \begin{cases} A(0,1) \\ \vec{AB}(7,1) \end{cases} \quad \frac{x-0}{7}=\frac{y-1}{1}$

$$x=7y-7$$

$$\boxed{x-7y+7=0} : r$$

$s: \begin{cases} C(4,5) \\ \vec{CB}(3,-3) \end{cases} \quad \frac{x-4}{3}=\frac{y-5}{-3} \Rightarrow -3x+12=3y-15$

$$-3x-3y+27=0$$

$$s: \boxed{x+y-9=0}$$

$t: \begin{cases} A(0,1) \\ \vec{AC}(4,4) \end{cases} \quad \frac{x-0}{4}=\frac{y-1}{4}$

$$4x=4y-4$$

$$4x-4y+4=0 \Rightarrow \boxed{x-y+1=0} : t$$

$h_1: \begin{cases} A(0,1) \\ \vec{v}(1,1) \end{cases} \quad \frac{x-0}{1}=\frac{y-1}{1} \Rightarrow x=y-1$

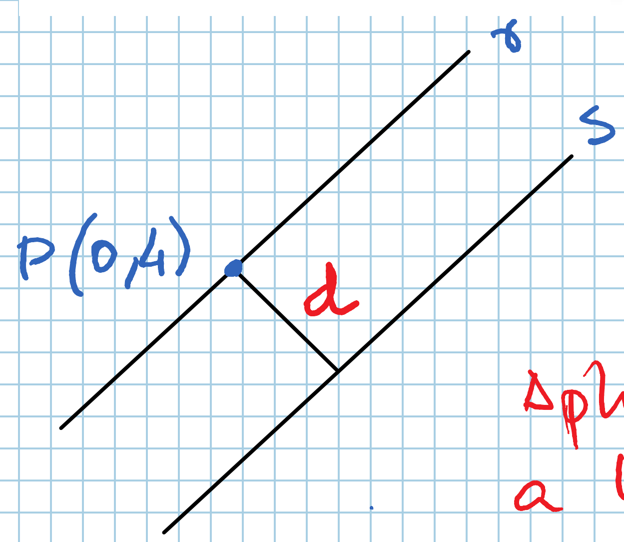
$$\boxed{h_1: x-y+1=0}$$

$h_2: \begin{cases} C(4,5) \\ \vec{v}(-1,7) \end{cases} \quad \frac{x-4}{-1}=\frac{y-5}{7} \Rightarrow 7x-28=-y+5 \Rightarrow \boxed{7x+y-33=0} : h_2$

$h_3: \begin{cases} B(7,2) \\ \vec{v}(-1,1) \end{cases} \quad \frac{x-7}{-1}=\frac{y-2}{1} \Rightarrow x-7=-y+2 \qquad \boxed{x+y-9=0} : h_3$

7) Halla la distancia entre las rectas r y s:

r: $2x+y-4=0$ y s: $4x+2y-1=0$.



Para que este ejercicio tenga sentido, las rectas han de ser paralelas. Lo comprobamos:

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} \qquad \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq \frac{-4}{-1}$$

SE CUMPLE

Para resolver, tomo un punto cualquiera de r: Si $x=0$ $y=4$ $P(0,4)$

Aplico ahora la fórmula de distancia del punto $P(0,4)$ a la recta s: $4x+2y-1=0$

$$d(P,s) = \frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{|4\cdot 0+2\cdot 4-1|}{\sqrt{16+4}} = \frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{5\sqrt{20}}{20} = \frac{\sqrt{20}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}\ u$$