FÍSICA
de
2º de BACHILLERATO

ÓPTICA -GEOMÉTRICA-

PROBLEMAS RESUELTOS

Un espejo esférico, cóncavo, ha de formar una imagen invertida de un objeto en forma de flecha, sobre una pantalla situada a una distancia de 420 cm delante del espejo. El objeto mide 5 mm y la imagen ha de tener una altura de 30 cm. Determinar:

a) A qué distancia del espejo debe colocarse el objeto.

b) El radio de curvatura del espejo.

Efectuar la construcción geométrica de la citada imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 1996)

SOLUCIÓN:

Con la expresión del aumento de los espejos esféricos obtenemos la distancia objeto:

$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$; Con el criterio de signos: $\frac{-0,300}{0,005} = -\frac{-4,200}{s}$

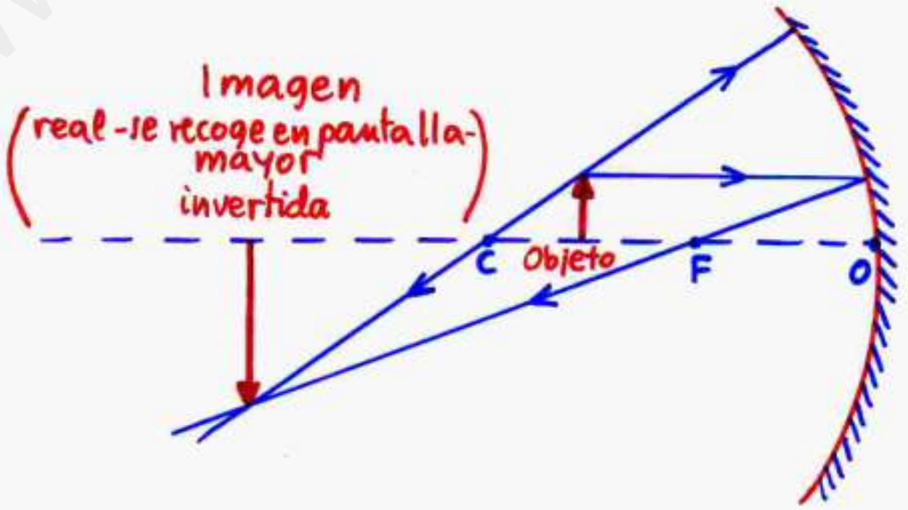
$\boxed{s = -0,070\ m : \text{RESULTADO}}$

El radio de curvatura lo encontramos aplicando la fórmula de Descartes:

$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}$; $\frac{1}{-0,070} + \frac{1}{-4,200} = \frac{2}{r}$; de donde:

$\boxed{r = -0,138\ m : \text{RESULTADO}}$

Construcción de la imagen:



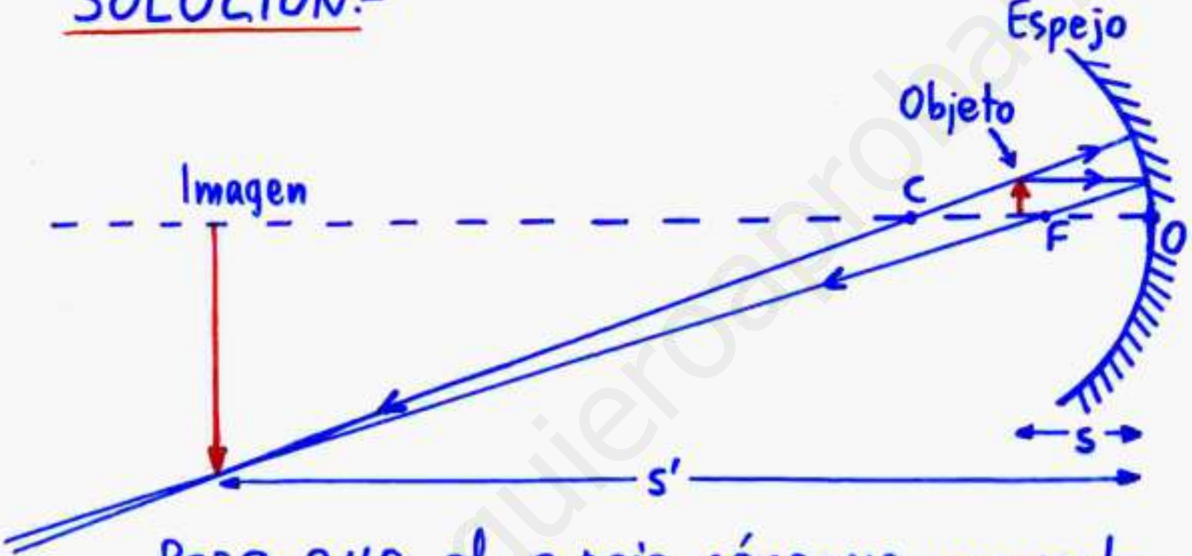
Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto, calcule:

a) las distancias del objeto y de la imagen al espejo, efectuando su construcción geométrica;

b) el radio del espejo y la distancia focal.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2003)

SOLUCIÓN.-



Para que el espejo cóncavo proyecte una imagen real -se recoge en una pantalla-, mayor e invertida el objeto ha de situarse entre el centro de curvatura y el foco del espejo como muestra la construcción geométrica indicada arriba.

La ecuación del aumento del espejo nos dice:

$$A = \frac{y'}{y} = -3 = -\frac{s'}{s}$$

Por otra parte, de la figura vemos:

$$s' = s + (-2)$$

El sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} -3 = -\dfrac{s'}{s} \\ s' = s - 2 \end{cases}$$

nos da las soluciones:

$\boxed{s = -1\,m \;;\; s' = -3\,m \quad : \text{RESULTADO}}$

Por otro lado, recordando la ecuación de Descartes de los espejos esféricos encontramos su distancia focal y su radio de curvatura:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

$$\frac{1}{-1} + \frac{1}{-3} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \quad ;$$

de donde:

distancia focal: $f = -0{,}75$ m

radio de curvatura: $r = -1{,}50$ m

RESULTADOS

Se tiene un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal.

a) ¿Dónde se debe situar un objeto para que su imagen sea real y doble que el objeto?.

b) ¿Dónde se debe situar el objeto para que la imagen sea doble que el objeto pero tenga carácter virtual?.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2006)

Solución.-

a) Imagen real y doble.-

Las imágenes reales proporcionadas por los espejos cóncavos son invertidas.

Con las fórmulas de los espejos esféricos (de Descartes -para las distancias- y del aumento lateral) y el criterio de signos, tenemos:

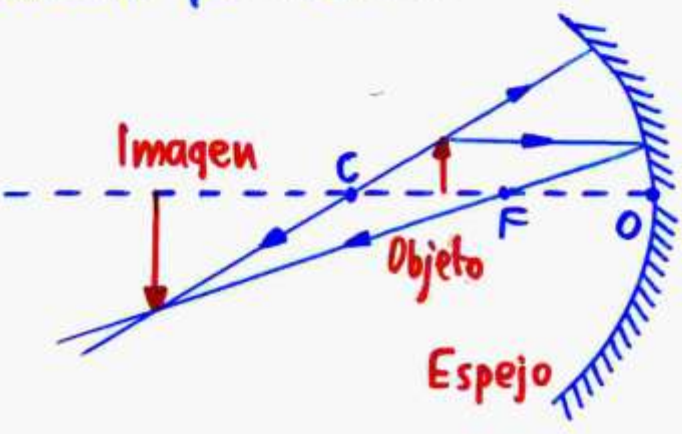
$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{-0{,}2} \\ A = -\dfrac{s'}{s} = -2 \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

$$\boxed{s = -0{,}3\,\text{m} \ : \ \text{RESULTADO}}$$

$$s' = -0{,}6\,\text{m}$$

Construcción geométrica.-



b) Imagen virtual y doble:

Cuando los espejos cóncavos proporcionan imágenes virtuales éstas son derechas.

Planteando de nuevo el sistema con las ecuaciones de Descartes y del aumento lateral, tenemos ahora:

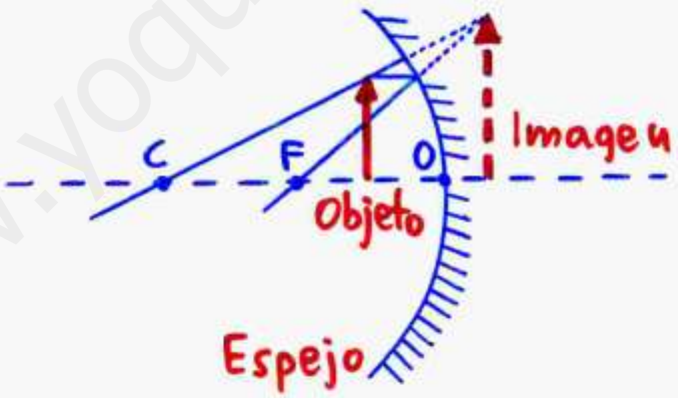
$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{-0{,}2} \\ A = -\dfrac{s'}{s} = 2 \end{cases}$$

La solución es:

$$\boxed{s = -0{,}1\,\text{m} : \text{RESULTADO}}$$

$s' = 0{,}2\,\text{m}$.

Construcción geométrica:



Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de 10 cm.

a) Determine la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura que se encuentra frente al mismo, a la distancia de 15 cm. ¿Cómo es la imagen obtenida?. Efectúe la construcción geométrica de dicha imagen.

b) Un segundo objeto de 1 cm de altura se sitúa delante del espejo, de manera que su imagen es del mismo tipo y tiene el mismo tamaño que la imagen del objeto anterior. Determine la posición que tiene el segundo objeto respecto al espejo.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2007)

Solución.-

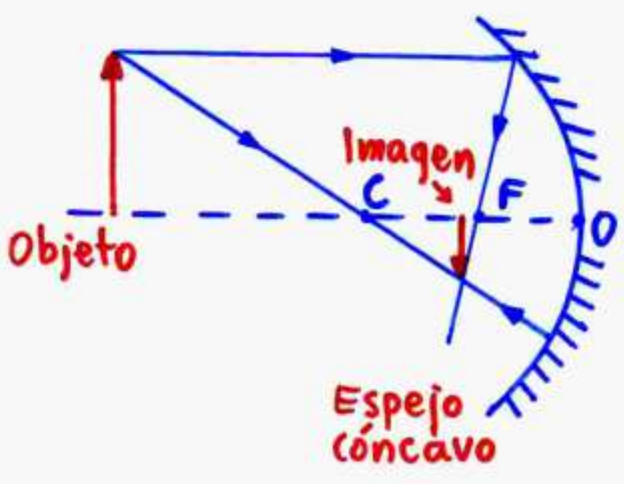
a) Tenemos: $y = 5\,cm$; $s = -15\,cm$; $r = -10\,cm$.

Aplicando las ecuaciones de Descartes y del aumento, tenemos este sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{r} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{2}{-10} = \dfrac{1}{-15} + \dfrac{1}{s'} \\ A = \dfrac{y'}{5} = -\dfrac{s'}{-15} \end{cases}$$

RESULTADO: $s' = -7{,}5\,cm = -7{,}5 \times 10^{-2}\,m$; $y' = -2{,}5\,cm = -2{,}5 \times 10^{-2}\,m$
Imagen real, menor (mitad, $A = -0{,}5$), invertida

Construcción geométrica:



b) Ahora tenemos: $y = 1\,cm$; $y' = -2{,}5\,cm$; $r = -10\,cm$.

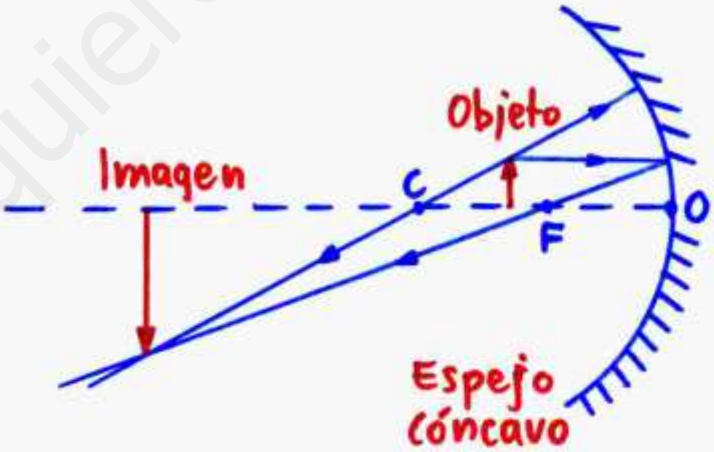
Planteando un sistema de ecuaciones análogo al anterior, queda:

$$\begin{cases} \dfrac{2}{-10} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} \\ A = \dfrac{-2{,}5}{1} = -2{,}5 = -\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

RESULTADO: $s = -7\,cm = -7 \times 10^{-2}\,m$; $s' = -17{,}5\,cm = -1{,}75 \times 10^{-1}\,m$

Imagen real, mayor e invertida

Construcción geométrica:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Delante de un espejo cóncavo de 1 m de radio y a una distancia de 0,75 m se coloca un objeto luminoso de tamaño 10 cm.

a) Determine la posición, la naturaleza y el tamaño de la imagen formada por el espejo.

b) Si desde la posición anterior el objeto se acerca 0,5 m hacia el espejo, calcule la posición, la naturaleza y el tamaño de la imagen formada por el espejo en este caso.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2006)

SOLUCIÓN.-

a) Espejo cóncavo

Tamaño del objeto: $y = 10\,cm = 0{,}10\,m$

Radio de curvatura: $r = -1\,m$

Distancia objeto: $s = -0{,}75\,m$

Tamaño de la imagen: y'

Distancia imagen: s'

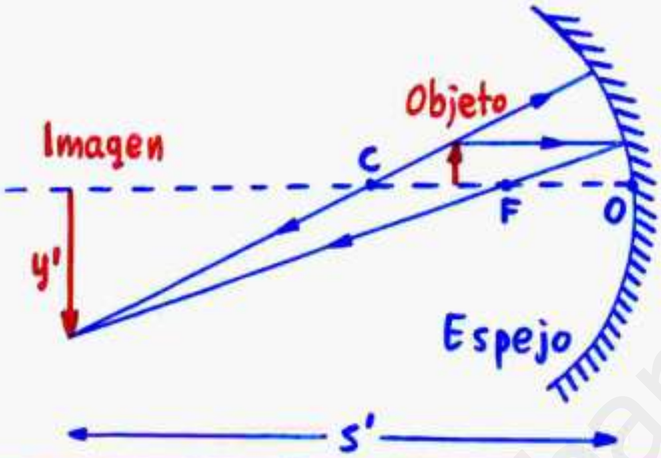
Aplicando las ecuaciones de Descartes y del aumento para espejos esféricos, con el criterio de signos planteamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{r} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}75} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{-1} = -2 \\ \dfrac{y'}{0{,}10} = -\dfrac{s'}{-0{,}75} \end{cases}$$

cuya solución es:

posición de la imagen: $s' = -1{,}50\,m$
tamaño de la imagen: $y' = -0{,}20\,m$
imagen real ($s' < 0$, delante del espejo), mayor ($\lvert y' \rvert > y$) e invertida ($y' < 0$)
RESULTADO

La constucción geométrica de la imagen correspondiente a este caso es:



b) Espejo cóncavo

Tamaño del objeto: $y = 0{,}10\ m$

Radio de curvatura: $r = -1\ m$

Distancia objeto: $s = -0{,}25\ m\ (= -[0{,}75 - 0{,}50])$

Tamaño de la imagen: y'

Distancia imagen: s'

El sistema de ecuaciones es ahora:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{r} \\ A = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{-0{,}25} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{-1} = -2 \\ \dfrac{y'}{0{,}10} = -\dfrac{s'}{-0{,}25} \end{cases}$$

cuya solución es:

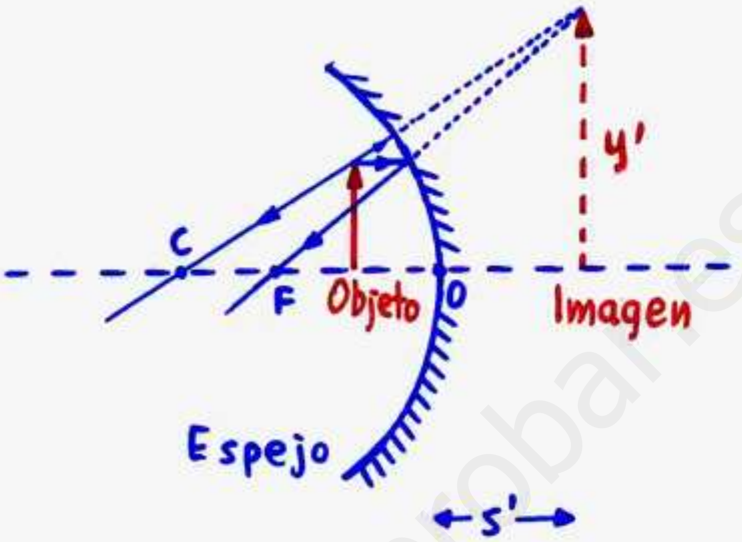
posición de la imagen: $s' = 0{,}50\ m$

tamaño de la imagen: $y' = 0{,}20\ m$

imagen virtual ($s' > 0$, detrás del espejo), mayor ($y' > y$) y derecha ($y' > 0$)

RESULTADO

Ahora la construcción geométrica de la imagen es la siguiente:



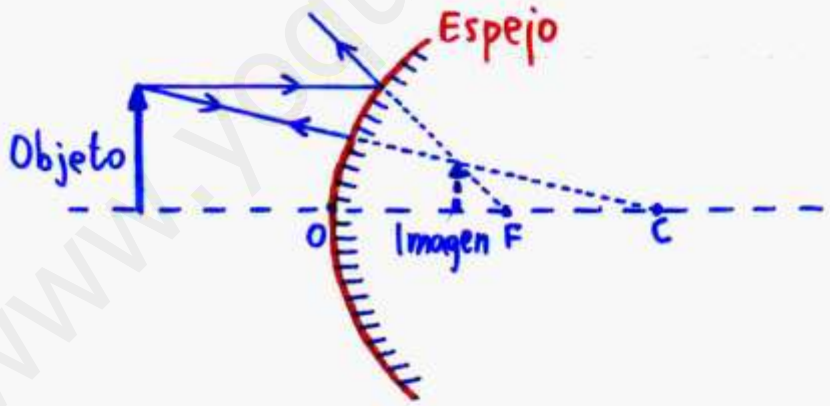
Un espejo esférico convexo proporciona una imagen virtual de un objeto que se aproxima a él con velocidad constante. El tamaño de dicha imagen es 1/10 del tamaño del objeto cuando éste se encuentra a 8 cm del espejo.

a) ¿A qué distancia del espejo se forma la correspondiente imagen virtual?;
b) ¿cuál es el radio de curvatura del espejo?.
c) Un segundo después, el tamaño de la imagen formada por el espejo es 1/5 del tamaño del objeto. ¿A qué distancia del espejo se encuentra ahora el objeto?;
d) ¿cuál es la velocidad del objeto?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2004)

SOLUCIÓN.-

Los espejos convexos dan imágenes virtuales, menores y derechas, según esta construcción geométrica de los rayos luminosos:



Primera parte.- Objeto situado en: $s_1 = -8\,cm = -0{,}08\,m$

Con la expresión del aumento producido por el espejo, encontramos:

$$A_1 = -\frac{s_1'}{s_1};\quad \boxed{s_1' = -A_1 s_1 = -\frac{1}{10}(-8\times10^{-2}) = 8\times10^{-3}\,m : \text{RESULTADO}}$$

La fórmula de Descartes permite hallar el radio de curvatura del espejo:

$$\frac{1}{s_1}+\frac{1}{s_1'}=\frac{2}{r}\ ;\ \frac{1}{-8\times10^{-2}}+\frac{1}{8\times10^{-3}}=\frac{2}{r}\ ;$$

despejando tenemos:

$$\boxed{r=1{,}78\times10^{-2}\,m\ :\ \text{RESULTADO}}$$

Segunda parte.- Un segundo después:

Con las fórmulas del aumento y de Descartes planteamos ahora este sistema:

$$\begin{cases} A_2=\dfrac{1}{5}=-\dfrac{s_2'}{s_2} \\ \dfrac{1}{s_2}+\dfrac{1}{s_2'}=\dfrac{2}{r}=\dfrac{2}{1{,}78\times10^{-2}} \end{cases}$$

cuyas soluciones son:

$$\boxed{s_2=-3{,}56\times10^{-2}\,m\ :\ \text{RESULTADO}}\ ;\ s_2'=7{,}11\times10^{-3}\,m\ .$$

Por último, a partir de s_1 y s_2 comprobamos que la velocidad con que se desplaza el objeto es:

$$\boxed{v=\frac{|\Delta s|}{t}=\frac{|s_1|-|s_2|}{t}=\frac{(8\times10^{-2})-(3{,}56\times10^{-2})}{1}=4{,}44\times10^{-2}\,ms^{-1}}$$

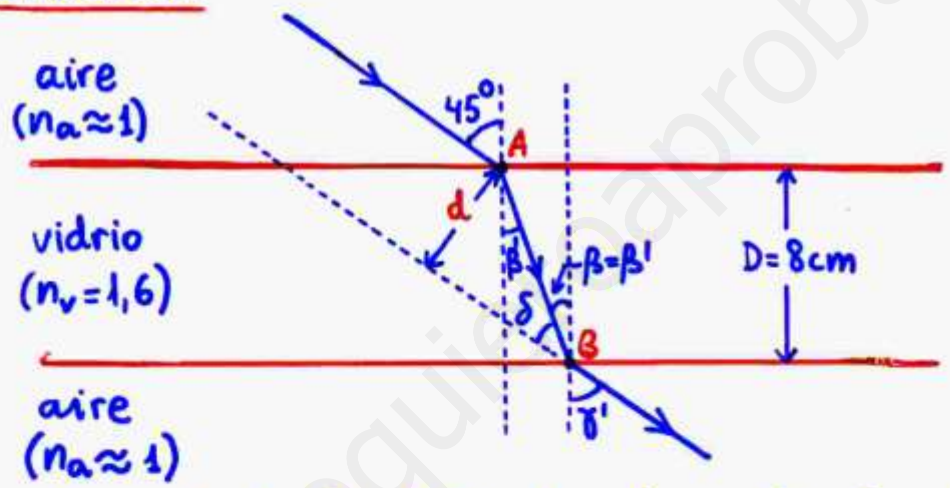
RESULTADO

Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, situada en el aire, tiene un espesor de 8 cm y un índice de refracción n = 1,6. Calcular para un rayo de luz monocromática que incide en la cara superior de la lámina con un ángulo de 45°:

a) Los valores del ángulo de refracción en el interior de la lámina y del ángulo de emergencia correspondientes.
b) El desplazamiento lateral experimentado por el citado rayo al atravesar la lámina.
c) Dibujar la marcha geométrica del rayo.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 1997)

SOLUCIÓN:



Aplicando la ley de Snell a la entrada a la lámina tenemos:

$$n_a \cdot \text{sen}\, 45° = n_v \cdot \text{sen}\, \beta' ; \quad \beta' = \text{arc sen} \frac{n_a \cdot \text{sen}\, 45°}{n_v} = \text{arc sen} \frac{1 \cdot 0{,}71}{1{,}6}$$

$$\boxed{\beta' = \text{arc sen}\, 0{,}44 = 26° 13' 40'' : \text{RESULTADO}}$$

En la figura vemos que: $\boxed{\gamma'(\text{salida}) = 45° (\text{entrada}) : \text{RESULTADO}}$

También de la figura:

$$AB = \frac{D}{\cos \beta'} = \frac{8\ \text{cm}}{\cos(26° 13' 40'')} = 8{,}92\ \text{cm} ; \quad \delta = 45° - \beta = 45° - 26° 13' 40''$$
$$\delta = 18° 46' 20''$$

$$\boxed{\text{Desviación: } d = AB \cdot \text{sen}\, \delta = 8{,}92 \cdot \text{sen}(18° 46' 20'') = 2{,}87\ \text{cm} : \text{RESULTADO}}$$

Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción $n = \sqrt{2}$. El ángulo del prisma es $\alpha = 60°$. Determine:

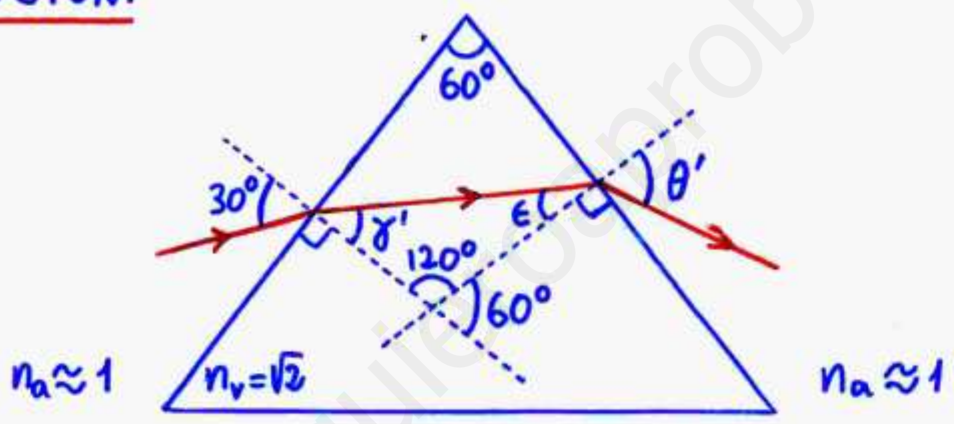
a) El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30°. Efectúe un esquema gráfico de la marcha del rayo.

b) El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia del rayo sea 90°.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2004)

SOLUCIÓN.-

a)



Aplicando la ley de Snell a la refracción que se produce a la entrada al prisma, tenemos:

$\text{sen } 30° = \sqrt{2} \text{ sen } \gamma'$; $\gamma' = 20° 42' 17''$.

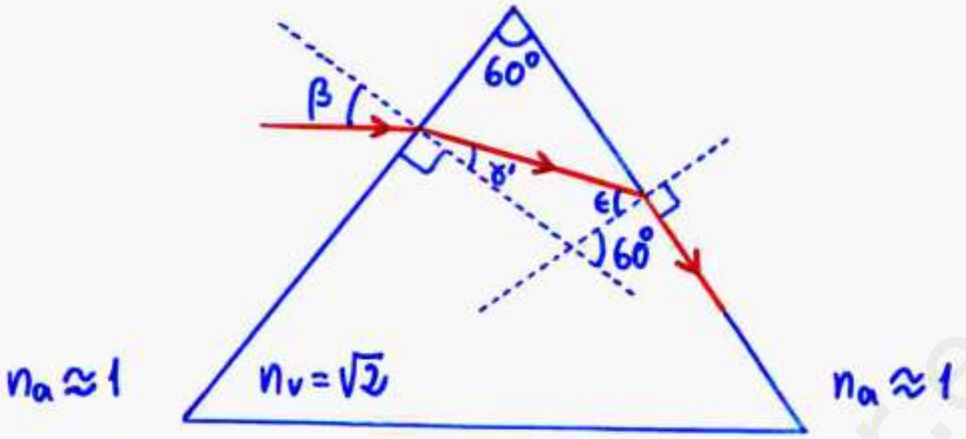
En el triángulo dibujado en el interior del prisma deducimos:

$\gamma' + \epsilon + 120° = 180°$; $\epsilon = 39° 17'' 43''$.

La ley de Snell aplicada a la refracción que se produce a la salida del prisma da:

$\sqrt{2} \text{ sen } \epsilon = \text{sen } \theta'$; $\boxed{\theta' = 63° 35' 29'' \text{: RESULTADO}}$

b)



Procedamos ahora en sentido inverso respecto al caso anterior.

Aplicando la ley de Snell a la refracción que tiene lugar a la salida del prisma, tenemos:

$\sqrt{2}$ sen ϵ = sen 90 ; $\epsilon = l = 45°$ -ángulo límite-.

En el triángulo que forman las dos normales y el rayo transmitido por el interior del prisma vemos que:

$\gamma' + \epsilon + 120° = 180°$; $\gamma' = 15°$.

Aplicando, por último, la ley de Snell a la refracción que se produce a la entrada al prisma encontramos:

sen $\beta = \sqrt{2}$ sen 15° ; $\boxed{\beta = 21°28'15'': \text{RESULTADO}}$

NOTA.- Dado que se trata de luz monocromática, no se produce dispersión al viajar a través del prisma.

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO ÓPTICA -GEOMÉTRICA-

Se construye un prisma óptico de ángulo A con un vidrio de índice de refracción n = $\sqrt{2}$. Sabiendo que el rayo que incide perpendicularmente en la primera cara lateral del prisma tiene un ángulo de emergencia de 90º a través de la segunda cara lateral y que el prisma está inmerso en el aire, determine:

a) el ángulo A del prisma;

b) el valor del ángulo de desviación mínima.

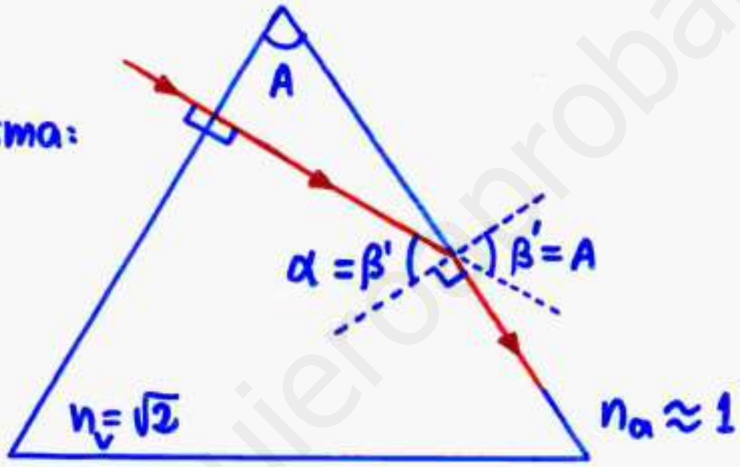
Dibuje la marcha del rayo en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, modelo 2008)

Solución.-

a)

Ángulo del prisma:



Al entrar el rayo en el prisma en incidencia normal no se refracta.

Aplicando la ley de Snell a la salida, y teniendo en cuenta que los ángulos β' y A son iguales al tener sus lados perpendiculares:

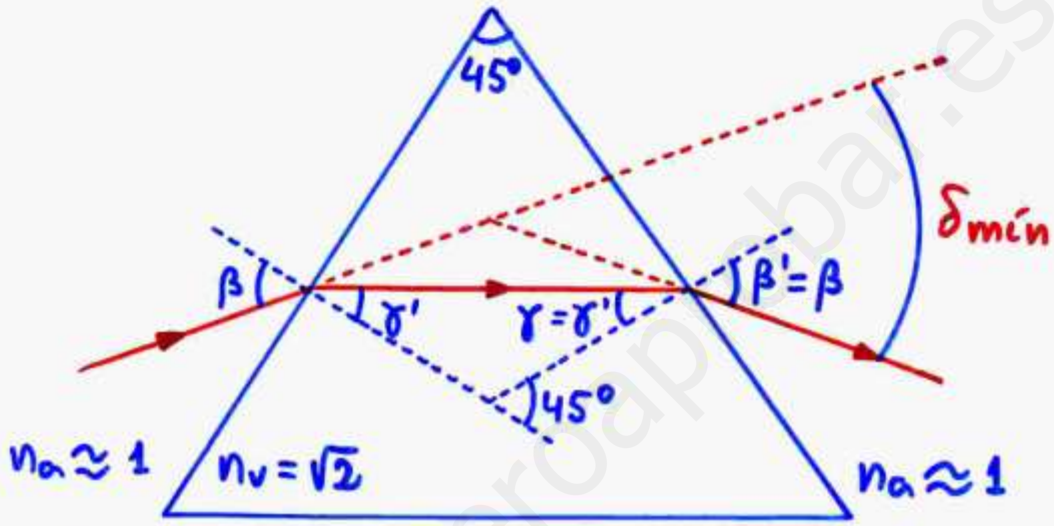
$n_v \operatorname{sen} \alpha = n_a \operatorname{sen} \beta'$; $\sqrt{2} \operatorname{sen} A = 1 \cdot \operatorname{sen} 90° = 1$;

de donde el ángulo del prisma vale:

$$\boxed{A = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{\sqrt{2}} = 45° \quad \text{RESULTADO}}$$

b) Ángulo de desviación mínima.-

El ángulo de desviación del rayo saliente respecto al incidente es mínimo cuando en el interior del prisma el rayo viaja paralelo a su base, siendo iguales los ángulos de incidencia y de emergencia:



En la figura vemos:

$$\gamma + \gamma' = 2\gamma' = 45^\circ; \quad \gamma' = 22^\circ\, 30'$$

Aplicando la ley de Snell a la entrada (o a la salida):

$$n_a \,\text{sen}\, \beta = n_v \,\text{sen}\, \gamma'; \quad 1 \cdot \text{sen}\, \beta = \sqrt{2}\, \text{sen}\,(22^\circ 30')$$

$$\beta = \text{arc sen}\left[\sqrt{2}\, \text{sen}\,(22^\circ 30')\right] = 32^\circ 45' 54'' .$$

Finalmente, de la figura:

$$\delta_{mín} = (\beta - \gamma') + (\beta' - \gamma) = 2\beta - (\gamma + \gamma') = 2\beta - 45^\circ$$

$$\boxed{\delta_{mín} = 2(32^\circ 45' 54'') - 45^\circ = 20^\circ 31' 49''}$$

RESULTADO

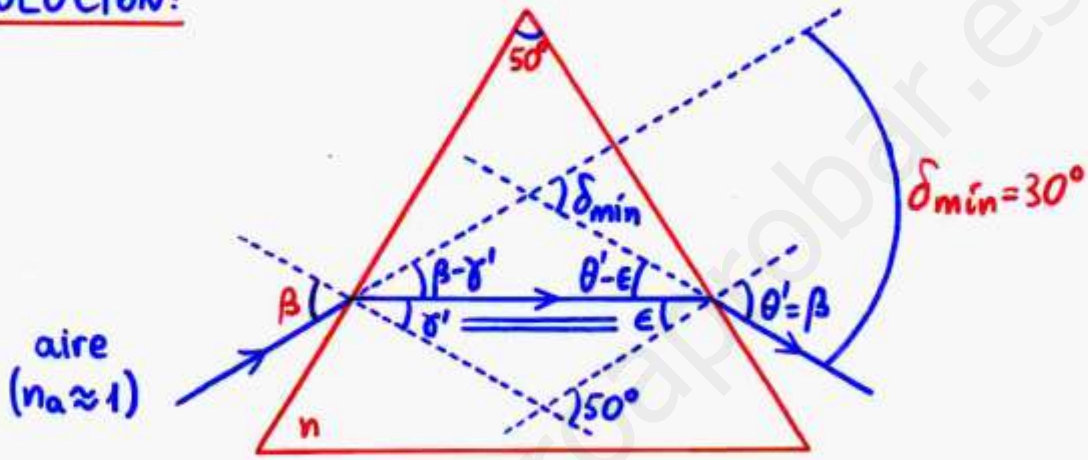
El ángulo de desviación mínima en un prisma óptico es de 30°. Si el ángulo del prisma es de 50° y éste está situado en el aire, determine:

a) El ángulo de incidencia para que se produzca la desviación mínima del rayo.

b) El índice de refracción del prisma.

(*Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 1998*)

SOLUCIÓN:



El ángulo de desviación es mínimo ($\delta_{mín}$) cuando los ángulos de incidencia (β) y emergencia (θ') son iguales -el rayo viaja dentro del prisma paralelo a la base de éste-.

En la figura vemos:

$\gamma'+\epsilon=50°$; $\delta_{mín}=(\beta-\gamma')+(\theta'-\epsilon)=\beta+\theta'-50°$; $\gamma'=\epsilon$

Como: $\beta=\theta'$, queda: $\delta_{mín}=2\beta-50°$

$$\boxed{\beta=\frac{\delta_{mín}+50°}{2}=\frac{30°+50°}{2}=40° : \text{RESULTADO}}$$

Por otra parte: $\gamma'+\epsilon=2\gamma'=50°$; $\gamma'=25°$

Aplicando la ley de Snell a la entrada del prisma:

$n_a\cdot \text{sen}\,\beta=n\cdot\text{sen}\,\gamma'$; $n=\frac{n_a\cdot\text{sen}\,\beta}{\text{sen}\,\gamma'}=\frac{1\cdot\text{sen}\,40°}{\text{sen}\,25°}=1{,}52$

$$\boxed{n_{prisma}=1{,}52 : \text{RESULTADO}}$$

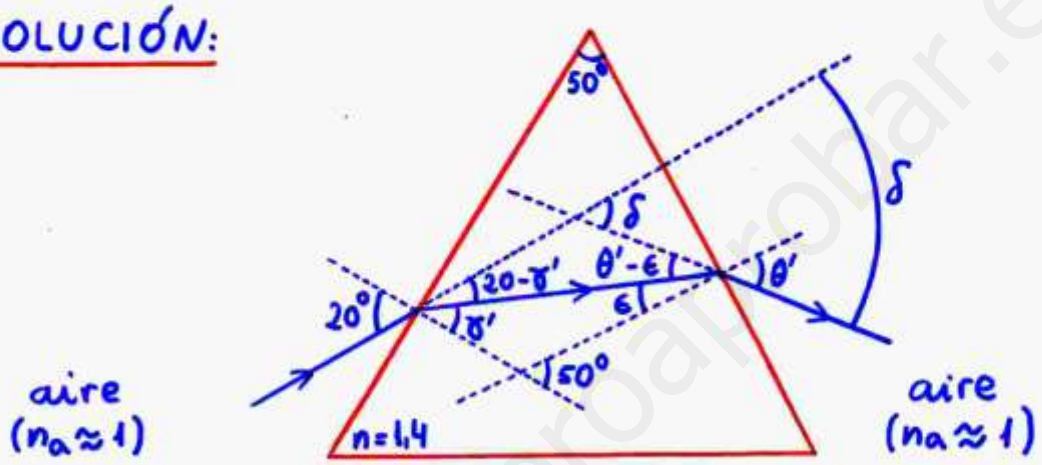
Sobre la cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción 1,4 y ángulo en el vértice 50°, incide un rayo de luz con un ángulo de 20°. Determine:

a) El ángulo de desviación sufrido por el rayo.
b) El ángulo de desviación mínima que corresponde a este prisma.

El prisma se encuentra situado en el aire.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 1999)

SOLUCIÓN:



Aplicando la ley de Snell a la entrada del prisma:

$n_a \cdot \operatorname{sen} 20° = n \cdot \operatorname{sen} \gamma'$; $\gamma' = \operatorname{arc\,sen} \dfrac{1 \cdot \operatorname{sen} 20°}{1{,}4} = 14°8'26''$

De la figura obtenemos:

$\gamma' + \epsilon = 50°$; $\epsilon = 50° - \gamma' = 35°51'34''$

Aplicando la ley de Snell a la salida del prisma:

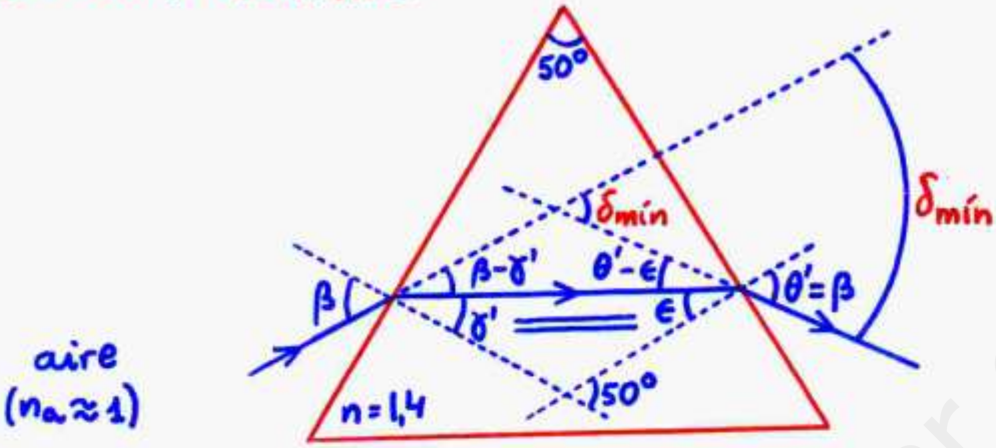
$n \cdot \operatorname{sen} \epsilon = n_a \cdot \operatorname{sen} \theta'$; $\theta' = \operatorname{arc\,sen} \dfrac{1{,}4 \cdot \operatorname{sen}(35°51'34'')}{1} = 55°5'48''$

En la figura vemos también que:

$\delta = (20° - \gamma') + (\theta' - \epsilon) = 20° + \theta' - (\gamma' + \epsilon) = 20° + \theta' - 50°$

$\boxed{\text{Desviación: } \delta = 20° + (55°5'48'') - 50° = 25°5'48'' \text{: RESULTADO}}$

Desviación mínima:



El ángulo de desviación es mínimo ($\delta_{mín}$) cuando los ángulos de incidencia (β) y emergencia (θ') son iguales, por lo que también los ángulos γ' y ϵ son iguales y el rayo viaja dentro del prisma paralelo a la base de éste.

En la figura vemos:

$\gamma' = \epsilon$; $\gamma' + \epsilon = 50°$; luego: $\gamma' = 25°$

Aplicando la ley de Snell a la entrada al prisma:

$n_a \cdot \text{sen}\,\beta = n \cdot \text{sen}\,\gamma'$; $\beta = \text{arc sen}\,\dfrac{1,4 \cdot \text{sen}\,25°}{1} = 36°16'31''$

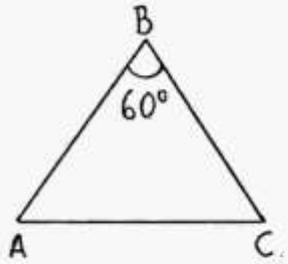
También en la figura observamos:

$$\delta_{mín} = (\beta-\gamma') + (\theta'-\epsilon) = (\beta+\theta') - (\gamma'+\epsilon) = 2\beta - 50°$$
$$(\beta = \theta')$$

Finalmente:

$$\boxed{\delta_{mín} = 2(36°16'31'') - 50° = 22°33'2'' : \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO ÓPTICA -GEOMÉTRICA-



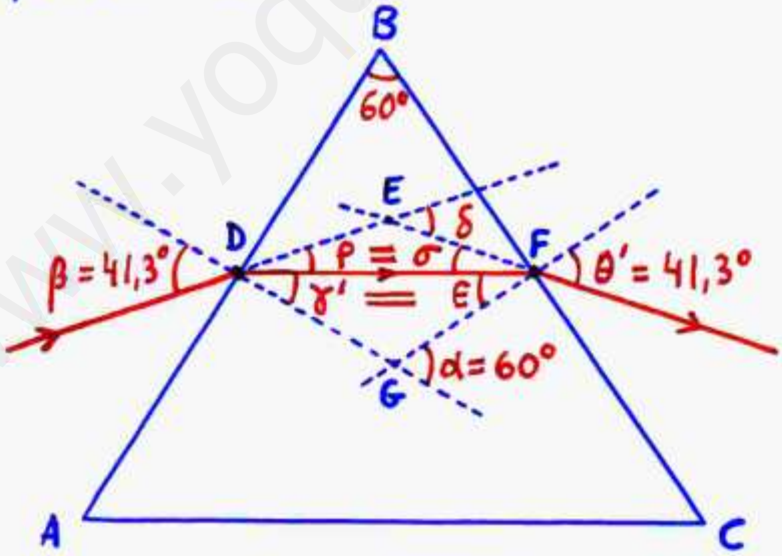
Sobre un prisma de ángulo 60º como el de la figura, situado en el vacío, incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 41,3º con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:

a) Calcule el índice de refracción del prisma.
b) Realice el esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma.
c) Determine el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma.
d) Explique si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2006)

SOLUCIÓN.-

La trayectoria del rayo dentro y fuera del prisma es:



En esa figura anterior vemos:

- El ángulo α es igual al ángulo del prisma, al tener sus respectivos lados perpendiculares: $\alpha = \widehat{ABC} = 60°$.
- Al marchar el rayo dentro del prisma paralelo a su base se da una situación de simetría, en la que:

$$\widehat{DGF} = 180° - \alpha = 120°$$

$$\gamma' = \epsilon = \frac{180° - 120°}{2} = 30°.$$

- Los ángulos de incidencia y de emergencia son iguales: $\beta = \theta' = 41,3°$.
- En el triángulo $\widehat{DEF}$ los ángulos ρ y σ son iguales:

$$\sigma = \rho = \beta - \gamma' = 41,3° - 30° = 11,3°.$$

- Aplicando la ley de Snell a la entrada del rayo en el prisma, tenemos:

$$n_{aire} \operatorname{sen} \beta = n_{prisma} \operatorname{sen} \gamma'$$

$$\boxed{n_{prisma} = \frac{n_{aire} \operatorname{sen} \beta'}{\operatorname{sen} \gamma'} = \frac{1 \cdot \operatorname{sen} 41,3°}{\operatorname{sen} 30°} = 1,32 : \text{RESULTADO}}$$

- $\widehat{DEF} = 180° - \rho - \sigma = 180° - 11,3° - 11,3° = 157,4°$

Ángulo de desviación: $\delta = 180° - \widehat{DEF} = 180° - 157,4°$

$\delta = 22,6° = 22° 36'$ (es la desviación mínima)

RESULTADO

Dentro y fuera del prisma la frecuencia es la misma, ya que se trata de una característica inherente a la onda e independiente del medio de propagación.

Sin embargo, la longitud de onda sí cambia al pasar la luz del aire al prisma, y más tarde al salir. Ello es debido a que la velocidad de la luz cambia al pasar la onda de un medio a otro distinto. Concretamente:

$$\nu_{aire} = \nu_{prisma}$$

$$n_{aire} = \frac{c}{v_{aire}} < n_{prisma} = \frac{c}{v_{prisma}}$$

$$v_{aire} = \lambda_{aire}\nu > v_{prisma} = \lambda_{prisma}\nu$$

$$\lambda_{aire} > \lambda_{prisma} \quad .$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto luminoso de 2 cm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto. Determine:

a) la posición del objeto respecto a la lente y la clase de lente necesaria;

b) la distancia focal de la lente, y efectúe la construcción geométrica de la imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2004)

SOLUCIÓN:-

La lente ha de ser convergente, pues en caso contrario -lente divergente- la imagen sería virtual -no real: no se recogería en la pantalla-.

Las lentes convergentes siempre forman imágenes reales e invertidas -aumento negativo-.

Aplicando las fórmulas de Gauss y del aumento para una lente delgada, con los datos del enunciado y sin olvidar el criterio de signos, tenemos este sistema de tres ecuaciones:

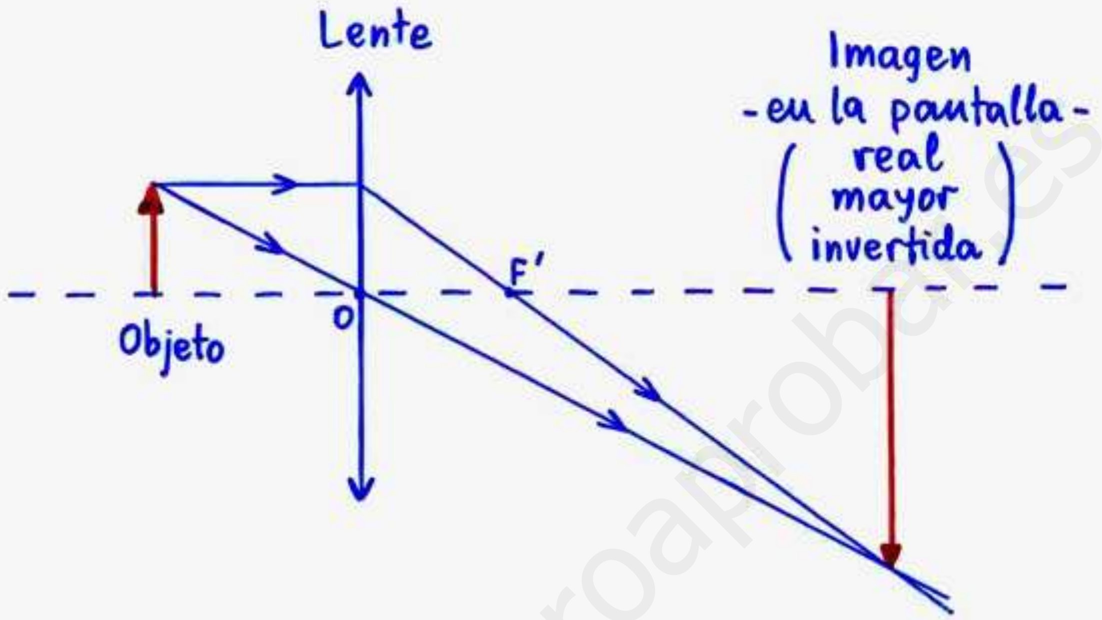
$$\begin{cases} P = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = -3 = \dfrac{-0{,}06}{0{,}02} = \dfrac{s'}{s} \\ -s + s' = 4 \end{cases}$$

La solución al sistema es:

Distancia objeto: $s = -1\ m$
Distancia imagen: $s' = 3\ m$
Distancia focal: $f' = 0{,}75\ m$
Potencia: $P = +1{,}33$ dioptrías
Lente convergente

RESULTADOS

Construcción geométrica de la imagen:



Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada L, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto.

a) Determine la naturaleza de la lente L, así como su posición respecto del objeto y de la pantalla.

b) Calcule la distancia focal, la potencia de la lente L y efectúe la construcción geométrica de la imagen.

(*Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 1998*)

SOLUCIÓN:

Dado que las lentes divergentes siempre forman imágenes virtuales, si la imagen aquí obtenida es real -se recoge en una pantalla-, la lente ha de ser convergente (potencia positiva).

Las lentes convergentes siempre forman imágenes reales invertidas (aumento negativo).

Aplicando las fórmulas de Gauss y del aumento para una lente delgada, con los datos del enunciado y sin olvidar el criterio de signos, tenemos este sistema:

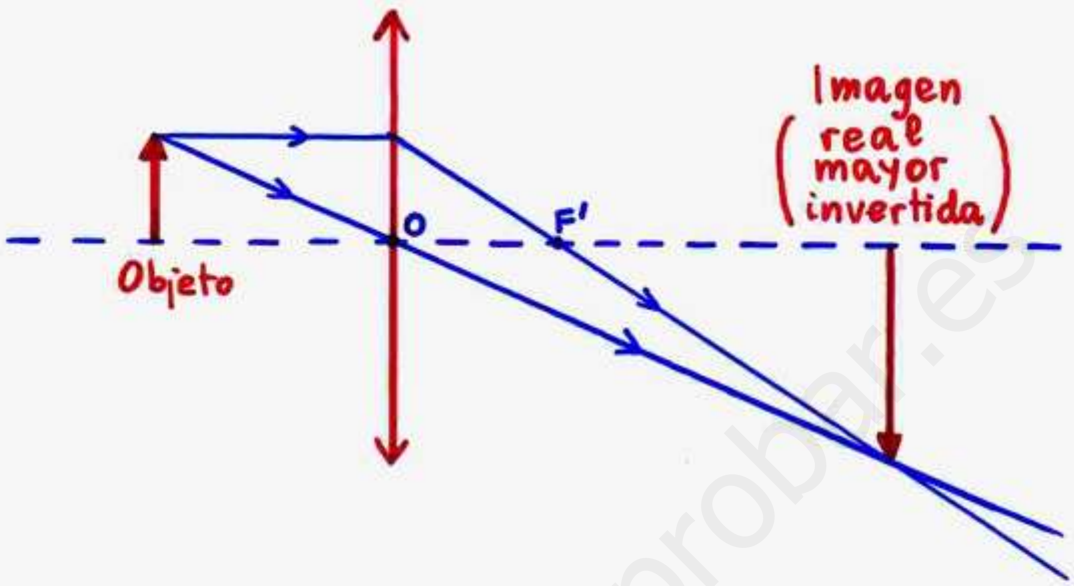
$$\begin{cases} P = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ -3 = \dfrac{-0{,}006}{0{,}002} = \dfrac{s'}{s} \\ -s + s' = 4 \end{cases}$$

La solución al sistema es:

Distancia objeto: $s = -1$ m
Distancia imagen: $s' = 3$ m
Distancia focal: $f' = 0{,}750$ m
Potencia: $P = +1{,}33$ dioptrías
Lente: convergente

RESULTADOS

Construcción geométrica de la imagen:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto luminoso está situado a 6 m de una pantalla. Una lente, cuya distancia focal es desconocida, forma sobre la pantalla una imagen real, invertida y cuatro veces mayor que el objeto.

a) ¿Cuál es la naturaleza y la posición de la lente?. ¿Cuál es el valor de la distancia focal de la lente?.

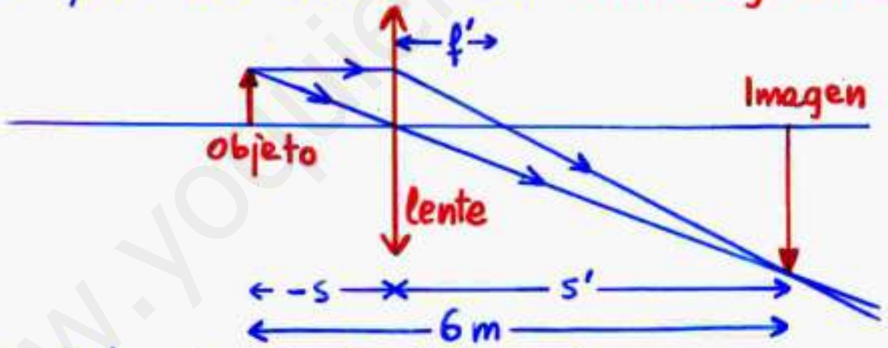
b) Se desplaza la lente de manera que se obtenga sobre la misma pantalla una imagen nítida, pero de tamaño diferente al obtenido anteriormente. ¿Cuál es la nueva posición de la lente y el nuevo valor del aumento?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2000)

SOLUCIÓN:

Dado que las lentes divergentes siempre forman imágenes virtuales, derechas y menores, las características de la imagen que nos indica el enunciado obliga a que la lente sea convergente.

a)



Con las distancias de la figura, las ecuaciones de Gauss y del aumento, y sin olvidar el criterio de signos, planteamos este sistema de tres ecuaciones:

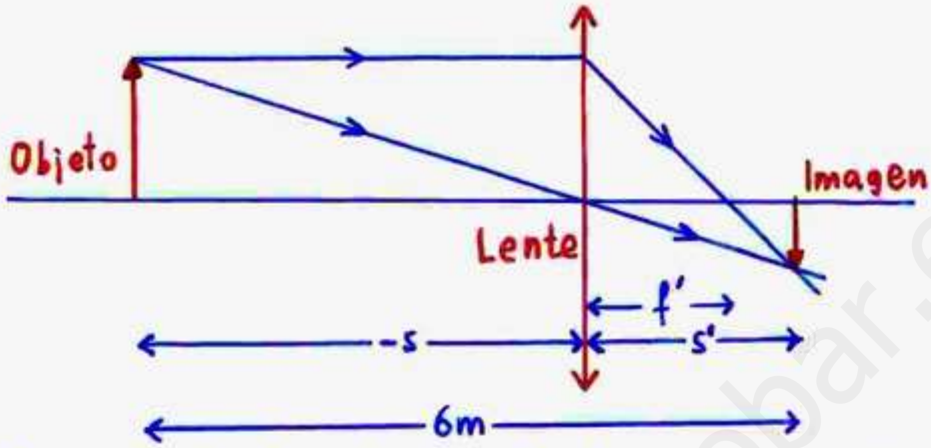
$$\begin{cases} -s+s'=6 \\ \dfrac{1}{f'}=\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s} \\ -4=\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

La solución del sistema es:

$s=-1{,}20\,m$
$s'=4{,}80\,m$
$f'=0{,}96\,m$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{lente convergente} \\ s=-1{,}20\,m \\ s'=4{,}80\,m \\ f'=+0{,}96\,m \\ \text{RESULTADO a)} \end{array}}$$

b) Ahora desplazamos la lente y se vuelve a formar otra imagen nítida en la pantalla. La situación es ésta:



Planteando el sistema de tres ecuaciones que utilizamos en el apartado anterior (distancias de la figura, ecuaciones de Gauss y del aumento, distancia focal imagen ya conocida, y el criterio de signos), tenemos:

$$\begin{cases} -s+s'=6 \\ \dfrac{1}{0{,}96}=\dfrac{1}{s'}-\dfrac{1}{s} \\ A=\dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

este sistema tiene dos soluciones:

Caso a) (anterior)	Caso b) (actual)
$s=-1{,}20\,m$	$s=-4{,}80\,m$
$s'=4{,}80\,m$	$s'=1{,}20\,m$
$A=-4$	$A=-0{,}25$

$s=-4{,}80\,m$; $s'=1{,}20\,m$; $A=-0{,}25$

imagen real, invertida y cuatro veces menor que el objeto.

RESULTADO b)

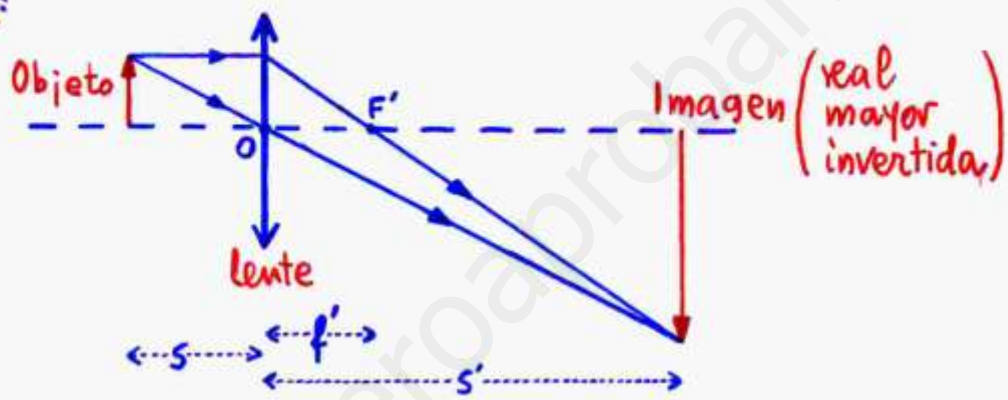
Una lente convergente con radios de curvatura de sus caras iguales, y que suponemos delgada, tiene una distancia focal de 50 cm. Proyecta sobre una pantalla la imagen de un objeto de tamaño: 5 cm.

a) Calcule la distancia de la pantalla a la lente para que la imagen sea de tamaño: 40 cm.

b) Si el índice de refracción de la lente es igual a 1,5, ¿qué valor tienen los radios de la lente y cuál es la potencia de la misma?.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, septiembre 2000)

SOLUCIÓN:



Si la lente proyecta la imagen sobre una pantalla es que dicha imagen es real. Por otra parte, cuando las lentes convergentes producen imágenes reales, éstas siempre son invertidas (aumento negativo).

Con las fórmulas de Gauss y del aumento para las lentes planteamos este sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \text{Aumento} = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} \quad \Bigg| \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}50} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{-0{,}40}{0{,}05} = \dfrac{s'}{s} = -8 \end{cases} ;$$

la solución al sistema es:

$s = -0{,}56\ \text{m}$; $\boxed{s' = 4{,}50\ \text{m}\ \ \text{: RESULTADO}}$

Con la fórmula del constructor de lentes, el criterio de signos, y recordando que la potencia de la lente es el inverso de la distancia focal imagen, nos queda:

$r_{izda} = r \quad ; \quad r_{dcha} = -r$

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_{izda}} - \frac{1}{r_{dcha}}\right)$$

$$\frac{1}{0,50} = (1,5-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{-r}\right) = 0,5\,\frac{2}{r} = \frac{1}{r}\text{ ; entonces:}$$

$r_{izda} = 0,50\ m$

$r_{dcha} = -0,50\ m$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,50} = +2 \text{ dioptrías}$$

RESULTADOS

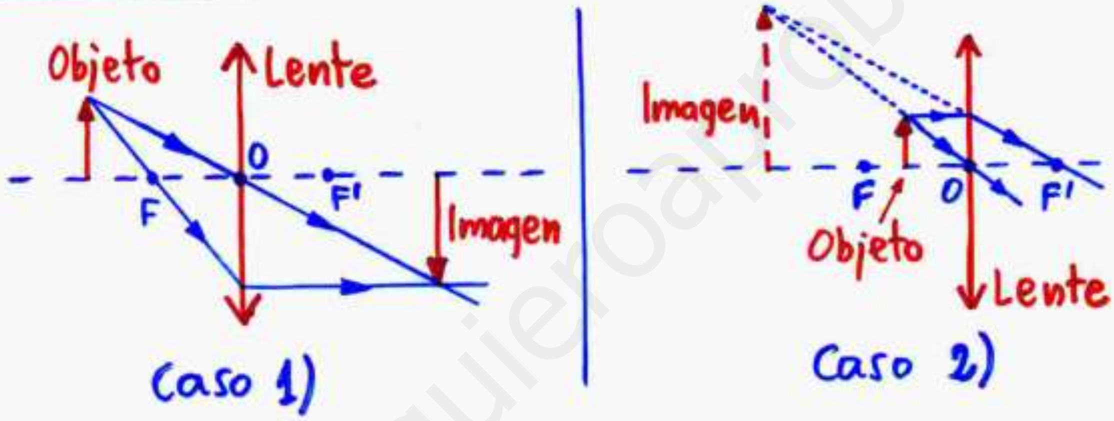
FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determine:

a) la distancia focal imagen y la potencia de la lente;
b) las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados;
c) las respectivas distancias imagen.
d) Las construcciones geométricas correspondientes.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2007)

Solución.-



Aplicando en los dos casos las ecuaciones de las distancias (Gauss) y del aumento lateral, sin olvidar el criterio de signos, tenemos:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} = \dfrac{1}{f'} = P \\ \dfrac{1}{s_2'} - \dfrac{1}{s_2} = \dfrac{1}{f'} = P \\ A_1 = \dfrac{s_1'}{s_1} = -4 \\ A_2 = \dfrac{s_2'}{s_2} = 4 \\ s_2 = s_1 + 0{,}03 = s_1 - (-0{,}03) \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

- Distancia focal imagen: $f' = +0{,}06\ m$
- Potencia de la lente: $P = +16{,}67$ dioptrías
- Distancias objeto:
  - xx Caso 1).- $s_1 = -0{,}075\ m$
  - xx Caso 2).- $s_2 = -0{,}045\ m$
- Distancias imagen:
  - xx Caso 1).- $s'_1 = +0{,}30\ m$
  - xx Caso 2).- $s'_2 = -0{,}18\ m$

RESULTADOS

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Una lente delgada convergente proporciona de un objeto situado delante de ella una imagen real, invertida y de doble tamaño que el objeto. Sabiendo que dicha imagen se forma a 30 cm de la lente, calcule:

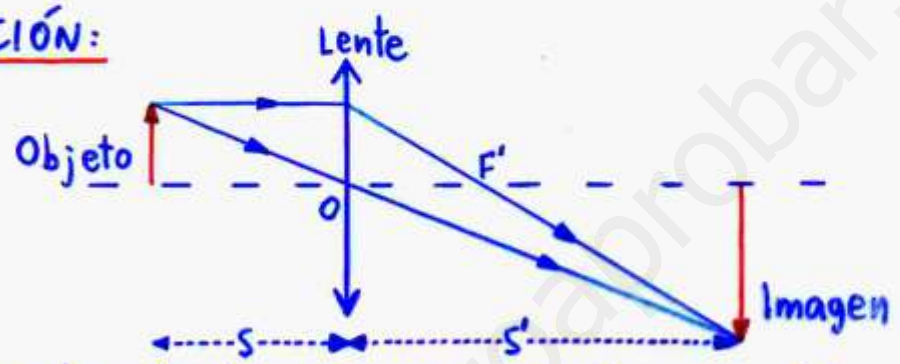
a) la distancia focal de la lente;

b) la posición y naturaleza de la imagen que dicha lente formará de un objeto situado 5 cm delante de ella, efectuando su construcción geométrica.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2002)

SOLUCIÓN:

a)



Recordando las fórmulas de Gauss y del aumento para una lente delgada tenemos este sistema:

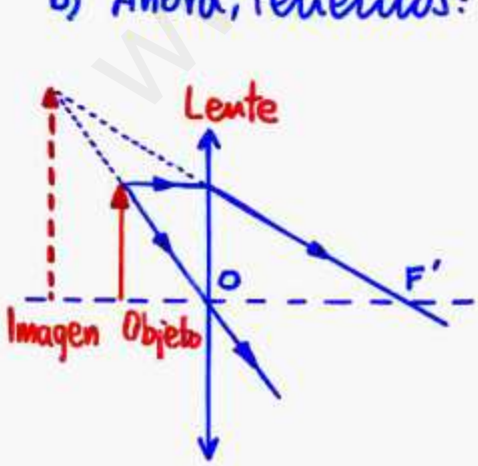
$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{0,30} - \dfrac{1}{s} \\ -2 = \dfrac{0,30}{s} \end{cases} ;$$

Soluciones:

$s = -0,15\ m$

$\boxed{f' = +0,10\ m}$ RESULTADO

b) Ahora, tenemos:



$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ A = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0,10} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{-0,05} \\ A = \dfrac{s'}{-0,05} \end{cases}$$

Soluciones:

$s' = -0,10\ m \rightarrow$ imagen virtual

$A = 2 \rightarrow$ imagen doble y derecha

Una lente convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para formar la imagen de un objeto luminoso lineal colocado perpendicularmente a su eje óptico y de tamaño y = 1 cm.

a) ¿Dónde hay que colocar el objeto para que su imagen se forme 14 cm por detrás de la lente?. ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen?.

b) ¿Dónde hay que colocar el objeto para que su imagen se forme 8 cm por delante de la lente?. ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen?.

Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

(Pruebas de acceso a la Universidad – Madrid, modelo 2003)

SOLUCIÓN:

a) Imagen en: $s' = +0,14\,m$.-

Con las ecuaciones de Gauss y del aumento para lentes delgadas planteamos un sistema, cuya solución nos da la posición del objeto así como las características de la imagen:

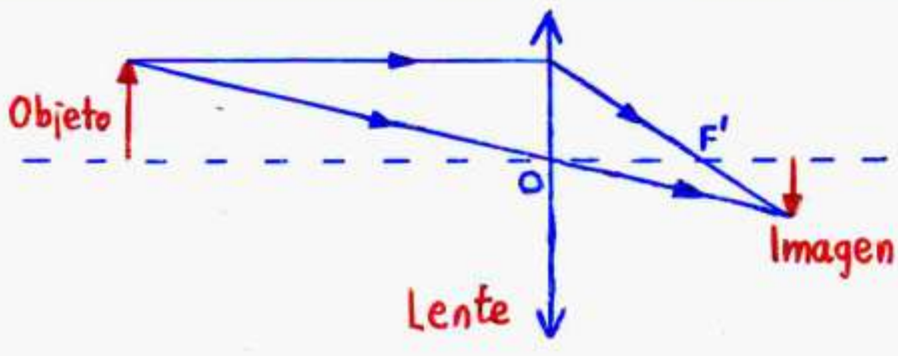
$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{0{,}14} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{y'}{0{,}01} = \dfrac{0{,}14}{s} \end{cases}$$

SOLUCIÓN:

$s = -0{,}35\ m$

$y' = -0{,}004\ m$

$\boxed{s = -0{,}35\,m\text{; imagen real, menor e invertida : RESULTADO}}$



b) Imagen en: $s' = -0{,}08\,m$.-

Volviendo a plantear ese sistema de dos ecuaciones, tenemos ahora:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{y'}{y} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} \quad \Bigg| \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{-0{,}08} - \dfrac{1}{s} \\ \dfrac{y'}{0{,}01} = \dfrac{-0{,}08}{s} \end{cases} \quad \Bigg|$$

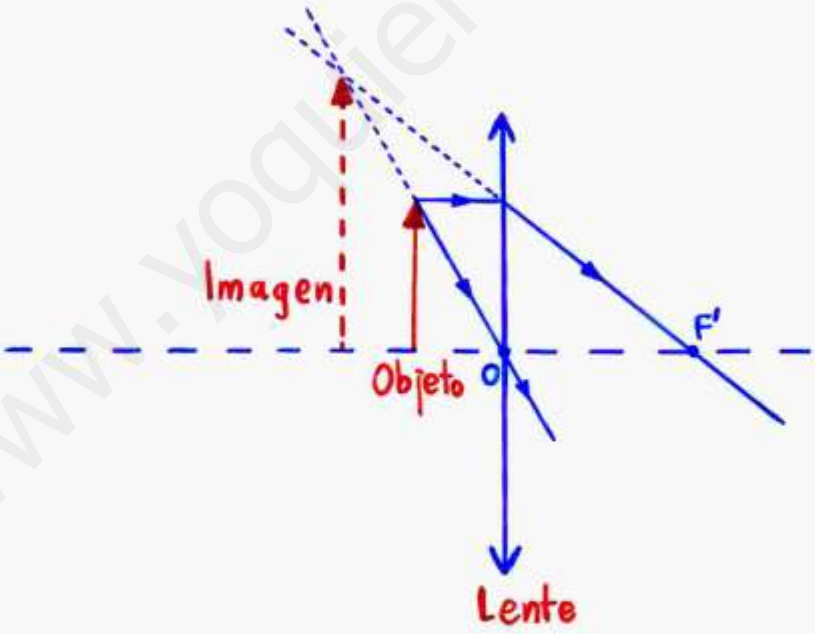
SOLUCIÓN:

$s = -4{,}44 \times 10^{-2}\,m$

$y' = +0{,}018\,m$

$$\boxed{s = -4{,}44 \times 10^{-2}\,m \text{ ; imagen virtual, mayor y derecha}}$$

RESULTADO



Una lente esférica delgada biconvexa, cuyas caras tienen radios iguales a 5 cm y el índice de refracción es n = 1,5, forma de un objeto real una imagen también real reducida a la mitad. Determinar:

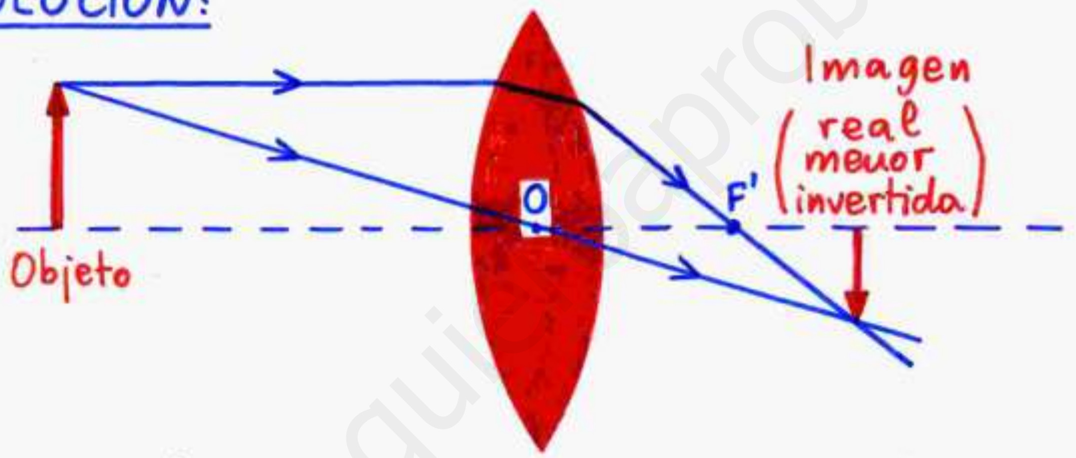
a) La potencia y la distancia focal de la lente.
b) Las posiciones del objeto y de la imagen.
c) Si esta lente se utiliza como lupa, el aumento de la lupa cuando observa un ojo normal sin acomodación.

Efectuar las construcciones geométricas del problema.

Datos: Distancia mínima de visión neta para el ojo: d = 25 cm.
El medio exterior es el aire.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 1997)

SOLUCIÓN:



Una lente biconvexa es convergente (potencia y distancia focal positivas).

Aplicando la fórmula del constructor de lentes -para una lente delgada-, con el criterio de signos queda:

$$P=\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_{izda.}}-\frac{1}{r_{dcha.}}\right)=(1,5-1)\left(\frac{1}{0,050}-\frac{1}{-0,050}\right)$$

Potencia: $P=+20$ dioptrías

Distancia focal: $f'=\frac{1}{P}=\frac{1}{20}=0,050\,m$

RESULTADOS

Las lentes convergentes forman imágenes reales e invertidas - sólo cuando la imagen es virtual, sale derecha, como al utilizarla de lupa -.

Si la imagen es de tamaño mitad que el objeto, el aumento valdrá −0,5.

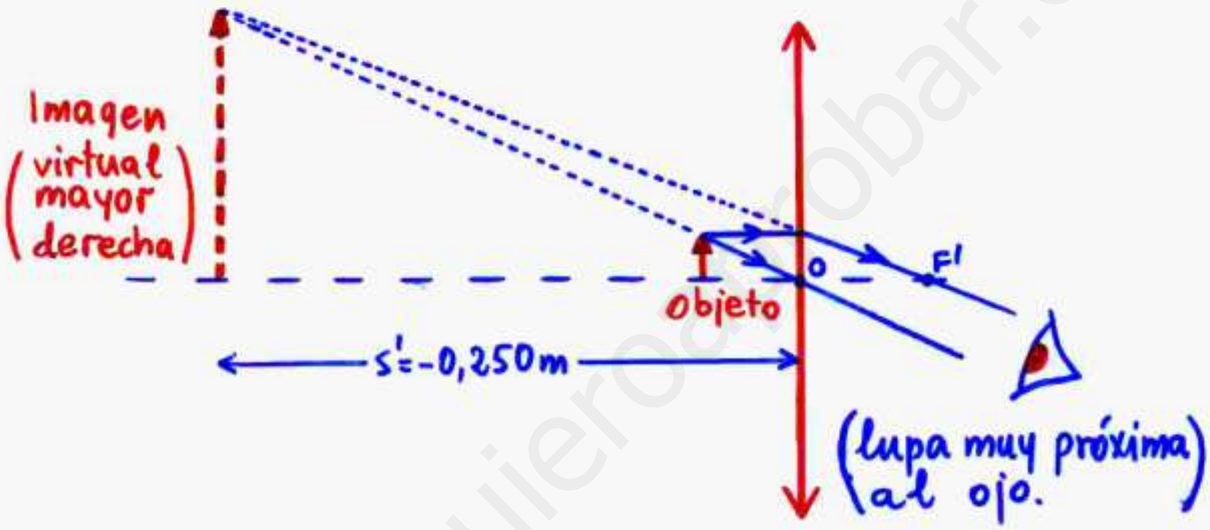
Con las fórmulas de Gauss y del aumento para lentes delgadas, planteamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} P = \dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ \text{Aumento} = \dfrac{s'}{s} \end{cases} ; \quad \begin{cases} 20 = \dfrac{1}{s'} - \dfrac{1}{s} \\ -0{,}5 = \dfrac{s'}{s} \end{cases}$$

La solución al sistema es:

$$\boxed{\begin{gathered} \text{Distancia objeto: } s = -0{,}150\,\text{m} \;;\; \text{Distancia imagen: } s' = 0{,}075\,\text{m} \\ \text{RESULTADOS} \end{gathered}}$$

Cuando esta lente convergente se emplea como lupa forma una imagen virtual y derecha del objeto, encontrándose la imagen en el punto próximo del ojo.



Combinando las fórmulas de Gauss y del aumento, obtenemos:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$$

$$\text{Aumento} = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = s'\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'}\right) = 1 - \frac{s'}{f'} \ ; \text{ luego:}$$

$$\boxed{\text{Aumento} = 1 - \frac{-0{,}250}{0{,}050} = 6 \ : \text{RESULTADO}}$$

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

Un objeto luminoso de 3 cm de altura está situado a 20 cm de una lente divergente de potencia −10 dioptrías. Determine:

a) la distancia focal de la lente;
b) la posición de la imagen;
c) la naturaleza y el tamaño de la imagen;
d) la construcción geométrica de la imagen.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2001)

SOLUCIÓN:

La distancia focal -imagen- es, por definición, inversa de la potencia:

$$f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-10} = -0{,}10 \text{ m}$$: RESULTADO

La fórmula de Gauss de las lentes delgadas nos permite calcular la posición de la imagen: s':

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}; \quad -10 = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}20}$$; despejando queda:

$$s' = -6{,}67 \times 10^{-2} \text{ m}$$: RESULTADO

El aumento de la lente vale:

$$A = \frac{s'}{s} = \frac{-6{,}67 \times 10^{-2}}{-20 \times 10^{-2}} = \frac{1}{3}$$: objeto triple que la imagen

RESULTADO

Construcción geométrica:

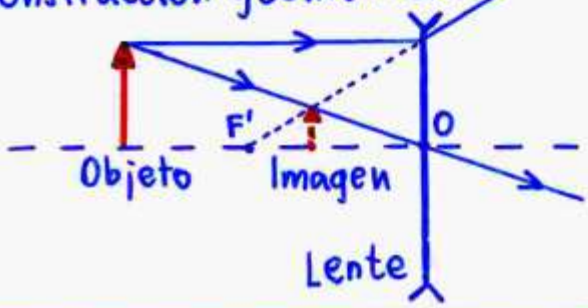


Imagen: virtual
menor ($\frac{1}{3}$)
derecha

RESULTADOS

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO ÓPTICA -GEOMÉTRICA-

Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 15 cm delante de una lente convergente de 10 cm de distancia focal.

a) Determine la posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.

b) ¿A qué distancia de la lente anterior habría que colocar una segunda lente convergente de 20 cm de distancia focal para que la imagen final se formara en el infinito?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2003)

SOLUCIÓN.-

Las fórmulas de Gauss y del aumento para lentes delgadas nos dan el siguiente sistema de ecuaciones para la lente 1:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f_1'} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} \\ A_1 = \dfrac{y_1'}{y} = \dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{-0{,}15} \\ \dfrac{y_1'}{0{,}01} = \dfrac{s_1'}{-0{,}15} \end{cases}$$

cuyas soluciones son:

$s_1' = 0{,}30\,m$; $s_1' > 0 \rightarrow$ imagen real

$y_1' = -0{,}02\,m$; $A = -2 \rightarrow$ imagen doble e invertida

RESULTADO

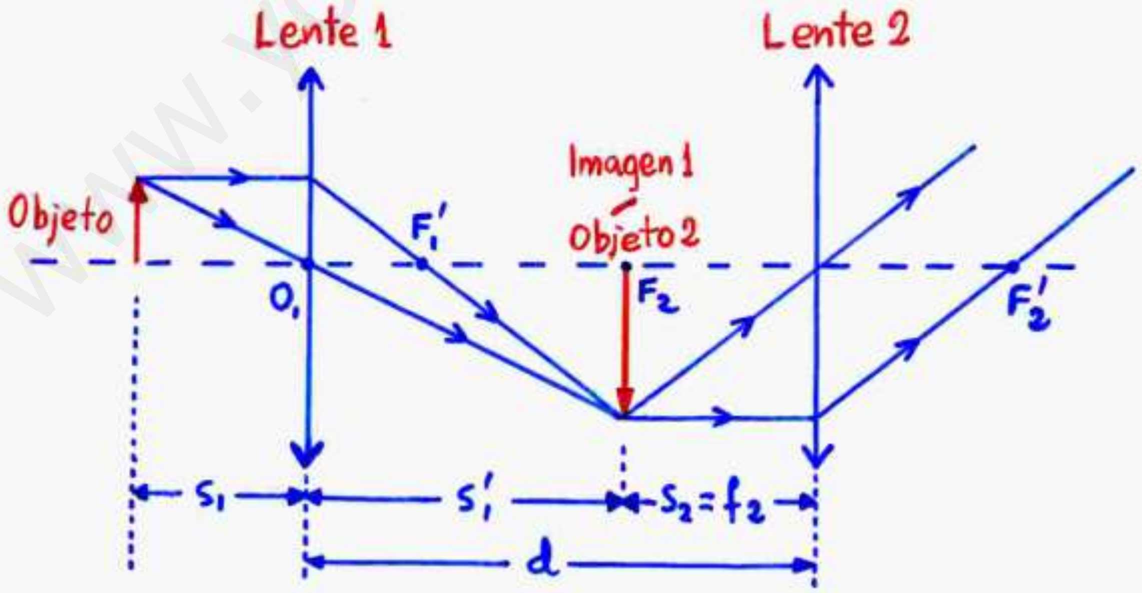
Si a continuación de la primera lente colocamos otra, para que no se forme imagen final -dicha imagen se forme en el infinito- la imagen dada por la primera lente, que sirve de objeto para la segunda, ha de estar en el foco objeto de dicha segunda lente; dado que para ésta su distancia focal imagen vale: $f'_2 = 0{,}20\,m$, su distancia focal objeto es:

$f_2 = -0{,}20\,m$, es decir: la imagen dada por la primera lente/objeto para la segunda está 0,30 m delante de la primera lente y 0,20 m detrás de la segunda, luego:

la separación entre las dos lentes es:

$$\boxed{|d| = s'_1 + |f_2| = 0{,}30 + 0{,}20 = 0{,}50\,m} \text{ : RESULTADO}$$

La construcción geométrica que ilustra todo lo anterior es:



FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO ÓPTICA -GEOMÉTRICA-

Un sistema óptico está formado por dos lentes delgadas convergentes, de distancias focales 10 cm la primera y 20 cm la segunda, separadas por una distancia de 60 cm. Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado 15 cm delante de la primera lente.

a) Calcule la posición y el tamaño de la imagen final del sistema.

b) Efectúe la construcción geométrica de la imagen mediante el trazado de rayos correspondiente.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2005)

SOLUCIÓN.-

Aplicando las ecuaciones de Gauss y del aumento para lentes delgadas a la primera lente, con el criterio de signos, tenemos:

Datos:

Tamaño del objeto: $y = 2\,mm = 2\times10^{-3}\,m$

Distancia objeto: $s_1 = -15\,cm = -0{,}15\,m$

Distancia focal imagen: $f_1' = 10\,cm = 0{,}10\,m$ (positiva, ya que la lente es convergente)

Tamaño de la imagen: y_1'

Distancia imagen: s_1'

Aumento: A_1

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} = \dfrac{1}{f_1'} \\ A_1 = \dfrac{y_1'}{y} = \dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{-0{,}15} = \dfrac{1}{0{,}10} \\ \dfrac{y_1'}{2\times10^{-3}} = \dfrac{s_1'}{-0{,}15} \end{cases}$$

La solución a este sistema es:

$s_1' = 0{,}30\,m$; $y_1' = -4\times10^{-3}\,m$

Por lo que hace referencia a la segunda lente, tenemos ahora:

Datos:

Tamaño del "objeto": $y_2 = y'_1 = -4\times10^{-3}$ m
Distancia objeto: $s_2 = -(0{,}60 - 0{,}30) = -0{,}30$ m
Distancia focal imagen: $f'_2 = 20$ cm $= 0{,}20$ m
Tamaño de la imagen: y'_2
Distancia imagen: s'_2
Aumento: A_2

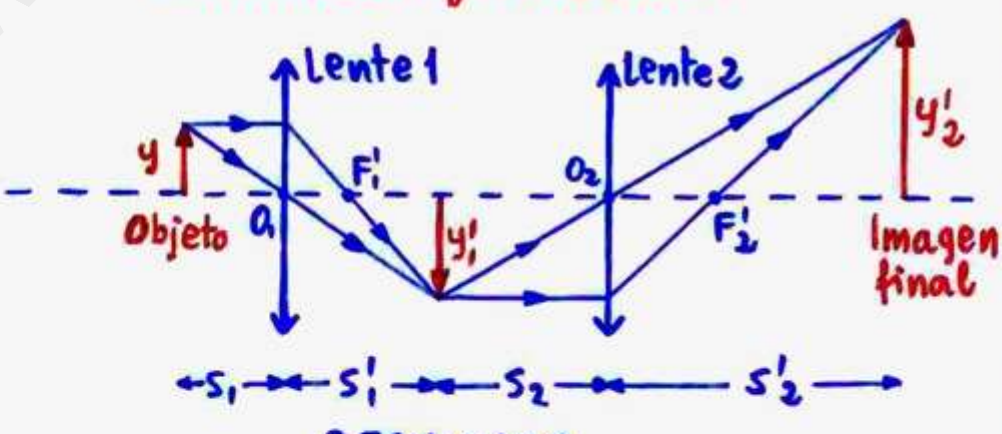
El sistema de ecuaciones es ahora:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{s'_2} - \dfrac{1}{s_2} = \dfrac{1}{f'_2} \\ A_2 = \dfrac{y'_2}{y_2} = \dfrac{s'_2}{s_2} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{s'_2} - \dfrac{1}{-0{,}30} = \dfrac{1}{0{,}20} \\ \dfrac{y'_2}{-4\times10^{-3}} = \dfrac{s'_2}{-0{,}30} \end{cases}$$

cuya solución es:

posición de la imagen final: $s'_2 = 0{,}60$ m
(a la derecha, a partir de la segunda lente)
tamaño de la imagen final: $y'_2 = 8\times10^{-3}$ m

Construcción geométrica:



RESULTADO

FÍSICA DE 2º DE BACHILLERATO **ÓPTICA -GEOMÉTRICA-**

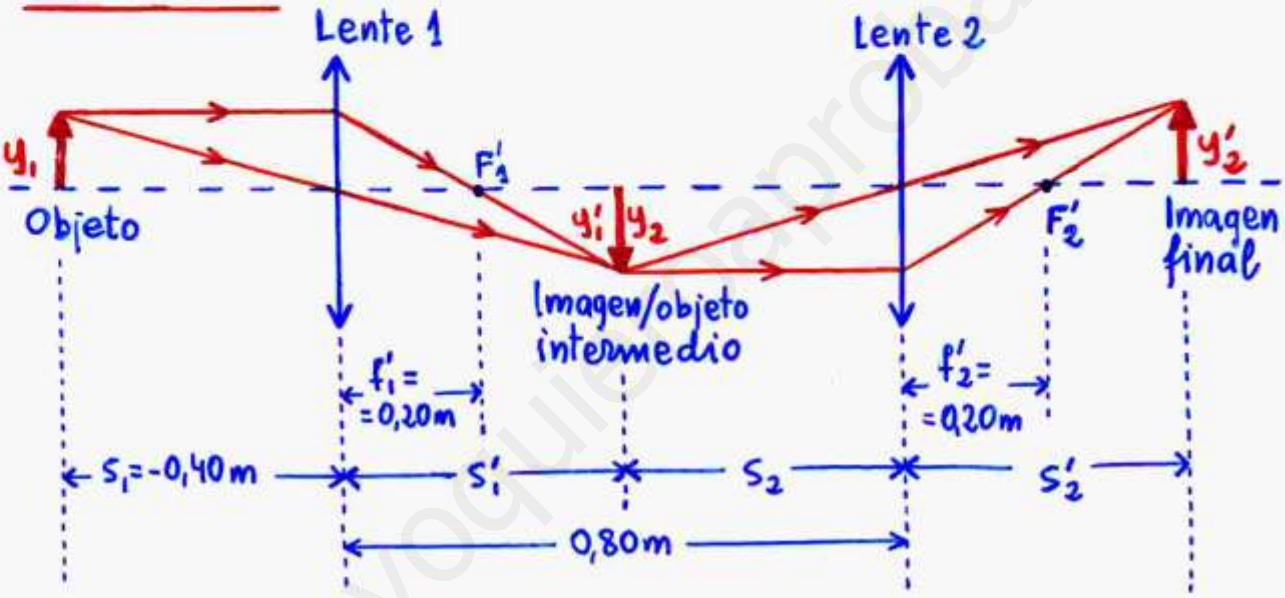
Sea un sistema óptico formado por dos lentes delgadas convergentes de la misma distancia focal (f' = 20 cm), situadas con el eje óptico común a una distancia entre sí de 80 cm. Un objeto luminoso lineal perpendicular al eje óptico, de tamaño y = 2 cm, está situado a la izquierda de la primera lente y dista de ella 40 cm.

a) Determine la posición de la imagen final que forma el sistema óptico y efectúe su construcción geométrica.

b) ¿Cuál es la naturaleza y el tamaño de esta imagen?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, septiembre 2001)

SOLUCIÓN:



Aplicando las fórmulas de Gauss y del aumento a la primera lente, encontramos:

$$\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1}\ ;\ \frac{1}{0{,}20} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}40}\ ;\ s'_1 = 0{,}40\ m$$

$$\text{Aumento} = \frac{y'_1}{y_1} = \frac{s'_1}{s_1} = \frac{0{,}40}{-0{,}40} = -1\ ;\ y'_1 = -0{,}02\ m$$

La imagen obtenida en la primera lente es real, igual e invertida.

Esta primera imagen sirve de objeto para la segunda lente. Aplicando el mismo razonamiento que antes, obtenemos:

$$\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2}\ ;\ \frac{1}{0{,}20} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{-0{,}40}\ ;\ s'_2 = 0{,}40\ m$$

$$\text{Aumento} = \frac{y'_2}{y_2} = \frac{s'_2}{s_2} = \frac{0{,}40}{-0{,}40} = -1\ ;\ y'_2 = -(-0{,}02) = 0{,}02\ m$$

En definitiva:

Se obtiene una imagen real, igual y derecha, situada 40 cm a la derecha de la segunda lente.

RESULTADO

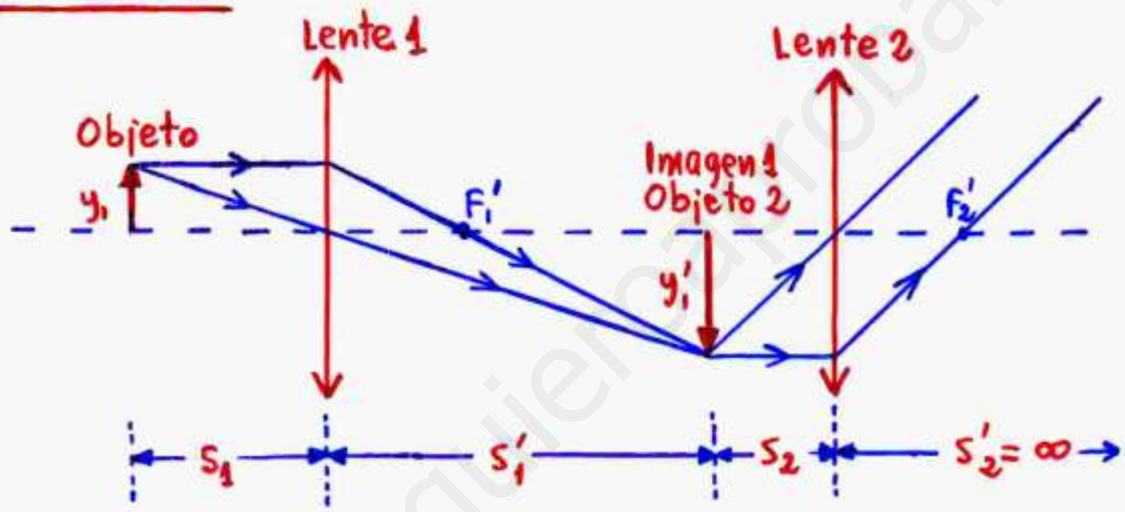
Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes delgadas convergentes de igual distancia focal (f' = 10 cm) separadas 40 cm. Un objeto lineal de altura 1 cm se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm. Determine:

a) la posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada por la primera lente;

b) la posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción geométrica.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2002)

SOLUCIÓN:



Con las fórmulas de Gauss y del aumento para una lente delgada planteamos el siguiente sistema de ecuaciones, en la lente 1:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f_1'} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{s_1} \\ \dfrac{y_1'}{y_1} = \dfrac{s_1'}{s_1} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \dfrac{1}{0{,}10} = \dfrac{1}{s_1'} - \dfrac{1}{-0{,}15} \\ \dfrac{y_1'}{0{,}01} = \dfrac{s_1'}{-0{,}15} \end{cases} ; \text{ la solución es:}$$

$s_1' = +0{,}30\,m \rightarrow$ imagen real $(s_1' > 0)$

$y_1' = -0{,}02\,m \rightarrow \begin{cases} \text{imagen mayor } (|y_1'| > y_1) \\ \text{imagen invertida } (y_1' < 0) \end{cases}$

RESULTADO

En la figura vemos que:

$|s'_1| + |s_2| = 0{,}30 + |s_2| = 0{,}40$; $|s_2| = 0{,}10\ m$; $s_2 = -0{,}10\ m$.

Al estar la imagen 1 -formada por la primera lente-, -objeto 2, para la segunda lente- en el foco objeto de esta segunda lente:

$\boxed{\text{en dicha segunda lente no se forma imagen final, ya que: } s'_2 = +\infty \text{. RESULTADO}}$

Podemos comprobarlo numéricamente, con la ecuación de Gauss aplicada en la lente 2:

$$\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2}\ ;\ \frac{1}{0{,}10} = \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{-0{,}10}\ ;\ s'_2 = +\infty\ .$$

Un sistema óptico está formado por dos lentes: la primera es convergente y con distancia focal de 10 cm; la segunda, situada a 50 cm de distancia de la primera, es divergente y con 15 cm de distancia focal. Un objeto de tamaño 5 cm se coloca a una distancia de 20 cm delante de la lente convergente.

a) Obtenga gráficamente mediante el trazado de rayos la imagen que produce el sistema óptico.
b) Calcule la posición de la imagen producida por la primera lente.
c) Calcule la posición de la imagen producida por el sistema óptico.
d) ¿Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen final formada por el sistema óptico?.

(Pruebas de acceso a la Universidad − Madrid, junio 2008)

SOLUCIÓN.-

Mediante las fórmulas de las lentes delgadas:

• Distancias -Gauss-: $\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$

• Aumento lateral: $A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

obtenemos las características de las imágenes que forma cada lente:

• Imagen formada por la primera lente.-

$$\begin{cases} \frac{1}{0{,}10} = \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{-0{,}20} \\ A_1 = \frac{y'_1}{0{,}05} = \frac{s'_1}{-0{,}20} \end{cases}$$

Solución al sistema.-

$\boxed{s'_1 = 0{,}20\,m \text{ : RESULTADO}}$

$A_1 = -1$

$y'_1 = -0{,}05\,m$

• Imagen formada por la segunda lente
-Imagen final dada por el sistema óptico-

$$s_2 = -0,50-(-0,20) = -0,30 \text{ m}.$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{-0,15} = \dfrac{1}{s'_2} - \dfrac{1}{-0,30} \\ A_2 = \dfrac{y'_2}{-0,05} = \dfrac{s'_2}{-0,30} \end{cases}$$

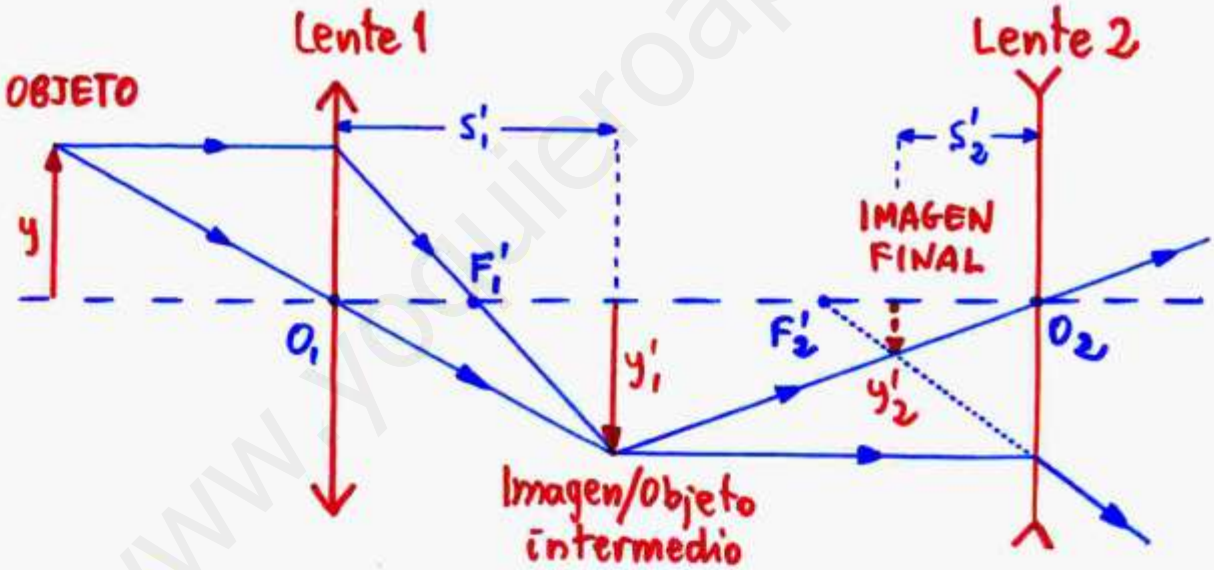
Solución al sistema.-

$\boxed{s'_2 = -0,10\text{ m} : \text{RESULTADO}}$

$A_2 = \dfrac{1}{3}$

$\boxed{y'_2 = -1,67 \times 10^{-2}\text{ m} : \text{RESULTADO}}$

La marcha de los rayos es:



De los resultados numéricos y de la construcción geométrica mostrada observamos que:

> La imagen final formada por el sistema de las dos lentes es virtual, menor -la tercera parte- e invertida con respecto al objeto inicial : RESULTADO