1. Hallar un vector $\vec{u}$ ortogonal a $\vec{v}=(3,4)$ y cuyo módulo sea el doble que el de $\vec{v}$. Explicar gráficamente la situación. *(1 punto)*

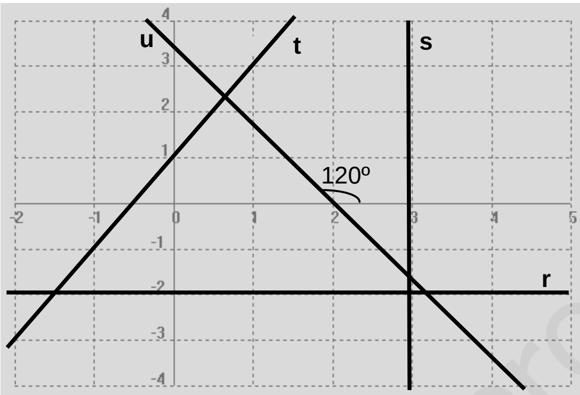
2. Dados $\vec{u}=\left(\sqrt{3},1\right)$ y $\vec{v}=(1,a)$, se pide:

a) Hallar **a** para que tengan la misma dirección. Explicar gráficamente la solución.

b) Hallar **a** para que sean ortogonales. Explicar gráficamente la solución.

c) Hallar **a** para que formen 30º. Justificar gráficamente la solución. *(1,75 puntos)*

3.



Hallar la ecuación general de las rectas **r**, **t**, **s** y **u** de la figura. *(1,25 puntos)*

4. Dadas las rectas r: 3x-4y+2=0 y s: kx-y+3=0, se pide:

a) Dibujar r

b) Hallar **k** para que sean //, y calcular su distancia en ese caso.

c) Hallar **k** para que sean ⊥, y obtener el punto de corte de ambas en tal caso.

d) Hallar la ecuación general de la recta // a r que pasa por el origen.

e) Hallar la ecuación general de la recta ⊥ a r que pasa por el origen.

f) Hallar **k** para que formen 45º *(3,75 puntos)*

5. **TEORÍA:**

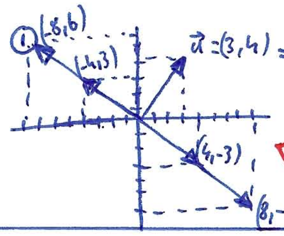
a) ¿Cuáles son los dos vectores unitarios con la misma dirección que $\vec{u}=(4,3)$?

b) ¿Cuáles son los dos vectores perpendiculares a $\vec{u}=(4,3)$ y que tienen su mismo módulo?

c) ¿Cuáles son los dos vectores unitarios y ortogonales a $\vec{u}=(4,3)$?

d) Dados $\vec{u}$ = (2,3), $\vec{v}$ = (-3,1) y $\vec{w}$ = (5,2), hallar $\vec{u}\left(\vec{v}\cdot\vec{w}\right)-\left(\vec{u}\cdot\vec{v}\right)\vec{w}$

e) ¿Es perpendicular la recta 2x+3y+4=0 con otra que tenga de pendiente 3/2? *(2 puntos)*

1) 

$\vec{u}=(3,4) \Rightarrow \vec{w}=(-4,3)$ o $(4,-3)$ tienen el mismo módulo que $\vec{u}$; para que midan el doble basta multiplicarlos por dos: soluc: $\boxed{(-8,6) \text{ y } (8,-6)}$ (ver dibujo)

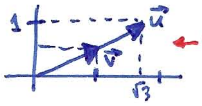
0,25 0,75 TOTAL: 1

(NOTA: también se puede hallar analíticamente, pero se tarda más...)

---

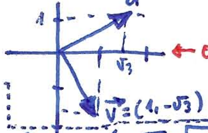
2) $\vec{u}=(\sqrt{3},1)$, $\vec{v}=(1,a)$

a) $\vec{u} \parallel \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \propto \vec{v} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{1}{a} \Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}}$ 0,25



← 0,125

b) $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u}\cdot\vec{v}=0 \Rightarrow \sqrt{3}+a=0$; $\boxed{a=-\sqrt{3}}$ 0,25

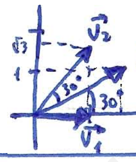


← 0,125

c) $\cos\alpha=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|} \Rightarrow \cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}+a}{\sqrt{3+1}\cdot\sqrt{1+a^2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a+\sqrt{3}}{2\sqrt{a^2+1}} \Rightarrow \cancel{2}\sqrt{3}\sqrt{a^2+1}=\cancel{2}(a+\sqrt{3})$; $3(a^2+1)=(a+\sqrt{3})^2$ 0,125

$3a^2+\cancel{3}=a^2+2\sqrt{3}a+\cancel{3}$; $2a^2-2\sqrt{3}a=0$; $2a(a-\sqrt{3})=0$ → $\boxed{a=0}$, $\boxed{a=\sqrt{3}}$ 0,5

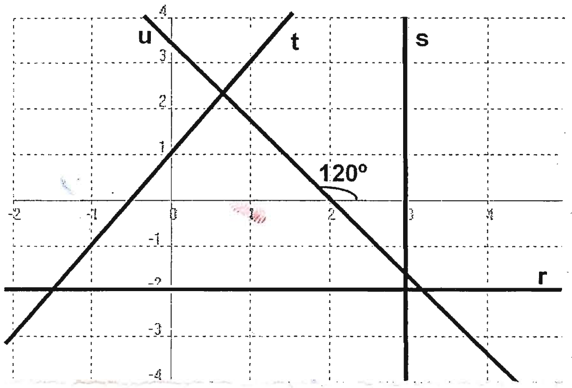
0,125



0,125

TOTAL: 1,75

---

3) 

r: $y=-2$ por ser recta horizontal ← 0,125

s: $x=3$ " " " vertical ← 0,125

TOTAL: 1,2

t: $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2}{1}=2$, $P(0,1)$ } $y-1=2(x-0)$; $y-1=2x$; $\boxed{2x-y+1=0}$ ← 0,5

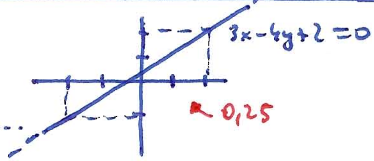
u: $m=\text{tg}\,120^\circ=\text{tg}(180-60^\circ)=-\text{tg}\,60^\circ=-\sqrt{3}$, $P(2,0)$ } $y-0=-\sqrt{3}(x-2)$; $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$; $\boxed{\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0}$ ← 0,5

---

4) r: $3x-4y+2=0$, s: $Kx-y+3=0$

a) $y=\frac{3x+2}{4} \Rightarrow$

x	-2	2
y	-1	2



↖ 0,25

b) $r \parallel s \Rightarrow \frac{A}{A'}=\frac{B}{B'} \Rightarrow \frac{3}{K}=\frac{-4}{-1}$; $\boxed{K=3/4}$ ← 0,25 → s: $\frac{3}{4}x-y+3=0$; $3x-4y+12=0$

para hallar la distancia entre ambas rectas paralelas cogemos un pto. de r de la tabla del apdo. a, p.ej. P(2,2):

$\boxed{d(r,s)}=d(P,s)=\frac{|6-8+12|}{\sqrt{9+16}}=\frac{10}{5}=\boxed{2\,u}$ ← 0,5

0,25

c) $r \perp s \Rightarrow \vec{u_r}\cdot\vec{u_s}=0 \Rightarrow (4,3)\cdot(1,K)=4+3K=0 \Rightarrow \boxed{K=-4/3}$ → s: $-\frac{4}{3}x-y+3=0 \xrightarrow{\cdot 3} 4x+3y-9=0$

Para hallar el pto. de corte de ambas rectas resolvemos el sistema formado por ambas:

$(*)\ 3x-4y=-2 \xrightarrow{\cdot(-4)} -12x+16y=8$

$4x+3y=9 \xrightarrow{\cdot 3} 12x+9y=27$

$25y=35 \to y=\frac{35}{25}=\frac{7}{5} \xrightarrow{(*)} 3x-\frac{28}{5}=-2$; $3x=\frac{28}{5}-2=\frac{18}{5}$; $x=\frac{6}{5}$

$\boxed{P\left(\frac{6}{5},\frac{7}{5}\right)}$ ← 0,5

d) Por ser paralela a r tendrá la forma $3x-4y+K=0$

y por pasar por el origen: $(0,0) \Rightarrow 3\cdot0-4\cdot0+K=0$; $K=0 \Rightarrow \boxed{3x-4y=0}$

0,5