

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Marzo 2013

Problema 1 Dados los números complejos $z_1 = 3 - 2i$ y $z_2 = -1 + 5i$. Se pide calcular:

- a) $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$
- b) $z_1 \cdot z_2$
- c) $\frac{z_1}{z_2}$

Solución:

- a) $z_1 + z_2 = 2 + 3i$ y $z_1 - z_2 = 4 - 7i$
- b) $z_1 \cdot z_2 = 29 - 2i$
- c) $\frac{z_1}{z_2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación de segundo grado:

$$z^2 - 3z + 9 = 0$$

Solución:

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \implies z = \begin{cases} \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \\ \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i \end{cases}$$

Problema 3 Si $z = 1 - 7i$ calcular z^{10} .

Solución:

$$z = 1 - 7i = 5\sqrt{2} \angle_{278^\circ 7' 48''} = 5\sqrt{2}(\cos 278^\circ 7' 48'' + i \sin 278^\circ 7' 48'')$$
$$z^{10} = (1 - 7i)^{10} = 50^5 \angle_{261^\circ 18' 3''} = 50^5(\cos 261^\circ 18' 3'' + i \sin 261^\circ 18' 3'')$$

Problema 4 Calcular las raíces de $\sqrt[3]{-1 + 3i}$

Solución:

$$z = -1 + 3i = \sqrt{10} \angle_{108^\circ 26' 5''} = \sqrt{10}(\cos 108^\circ 26' 5'' + i \sin 108^\circ 26' 5'')$$
$$\sqrt[3]{z} = \begin{cases} \sqrt[6]{10} \angle_{36^\circ 8' 41''} = \sqrt[6]{10}(\cos 36^\circ 8' 41'' + i \sin 36^\circ 8' 41'') \\ \sqrt[6]{10} \angle_{156^\circ 8' 41''} = \sqrt[6]{10}(\cos 156^\circ 8' 41'' + i \sin 156^\circ 8' 41'') \\ \sqrt[6]{10} \angle_{276^\circ 8' 41''} = \sqrt[6]{10}(\cos 276^\circ 8' 41'' + i \sin 276^\circ 8' 41'') \end{cases}$$