

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Diciembre 2011

Problema 1 Encontrar todas las razones trigonométricas de $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, sabiendo que $\tan \alpha = -3$

Solución:

$$\tan \alpha = -3 \implies \cot \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha \implies \csc \alpha = \frac{\sqrt{10}}{3} \implies \sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha \implies \sec \alpha = -\sqrt{10} \implies \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$3 \cos^2 x - 3 \sin^2 x + \cos x + 1 = 0$$

Solución:

$$3 \cos^2 x - 3(1 - \cos^2 x) + \cos x + 1 = 0 \implies 6 \cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \implies$$

$$(t = \cos x) \implies 6t^2 + t - 2 = 0 \implies t = \frac{1}{2}, \quad t = -\frac{2}{3}$$

$$\cos x = \begin{cases} \frac{1}{2} \implies \begin{cases} x = 60^\circ + 2k\pi \\ x = 300^\circ + 2k\pi \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \\ -\frac{2}{3} \implies \begin{cases} x = 131^\circ 48' 37'' + 2k\pi \\ x = 228^\circ 11' 23'' + 2k\pi \end{cases} & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Problema 3 Demostrar que:

$$\cos(2\alpha) \csc^2 \alpha + 1 = \cot^2 \alpha$$

Solución:

$$\cos(2\alpha) \csc \alpha + 1 = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 1 = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + 1 = \cot^2 \alpha$$

Problema 4 Enunciar y demostrar el teorema del coseno.

Solución:(Ver Teoría)